



Fondo Sociale Europeo



*Ministero dell'Istruzione,  
dell'Università e della Ricerca*



Università degli studi di  
Catania

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI CATANIA  
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE E AMBIENTALE

TESI di DOTTORATO in INGEGNERIA GEOTECNICA  
XXIV Ciclo

Marilene Pisano

**INTERAZIONE DINAMICA DI UN PALO SINGOLO IN  
TERRENI A COMPORTAMENTO LINEARE E NON LINEARE**

Coordinatore

Prof. Ing. Michele Maugeri

Tutor

Prof. Ing. Ernesto Motta

Catania, Dicembre 2011



*Ai miei Genitori,  
che sempre mi sostengono*



## INDICE

<b>Introduzione</b> .....	1
---------------------------	---

### **Capitolo 1 – INTERAZIONE FONDAZIONE-TERRENO-STRUTTURA**

1. Premessa .....	5
2. Definizioni generali.....	7
3. Interazione cinematica.....	10
4. Interazione inerziale.....	12

### **Capitolo 2 –ANALISI DINAMICA NEI PALI DI FONDAZIONE**

1. Introduzione.....	19
2. Interazione cinematica: metodi di calcolo.....	19
2.1. Metodi semplificati .....	21
2.2. Modelli BDWF/BNWF.....	23
2.3. Modelli numerici .....	69
2.4. Analisi pseudo-statiche .....	91
3. Interazione dinamica completa: studi di letteratura .....	92

### **Capitolo 3 - COMPORTAMENTO DINAMICO DEI TERRENI E RISPOSTA IN CAMPO LIBERO**

1. Introduzione.....	107
2. Risposta e funzioni di amplificazione .....	108
2.1. Non linearità del terreno .....	109
2.2. Modelli reologici .....	111
2.3. Mezzo visco-elastico .....	115
2.4. Modello a strati continui .....	116
2.5. Modello a masse concentrate.....	119
2.6. Mezzo elasto-plastico.....	123
2.6.1. <i>Modello iperbolico</i> .....	126
2.6.2. <i>Modello di Ramberg-Osgood</i> .....	128
2.6.3. <i>Modello di Ishibashi-Zhang</i> .....	132

### **Capitolo 4 - MODELLO MATEMATICO E CODICE DI CALCOLO**

1. Premessa .....	139
2. Definizione delle forze ed equazione del problema .....	140
3. Metodo alle differenze finite.....	144

3.1. Sviluppo del sistema algebrico.....	147
3.2. Determinazione delle condizioni al contorno .....	149
4. Caratteristiche di interfaccia palo-terreno.....	152
4.1. Determinazione della pulsazione $\omega$ .....	153
4.2. Spettri di Fourier .....	154
5. Modellazione in campo non lineare.....	158
6. Interazione dinamica completa .....	166
7. Sviluppo del codice di calcolo e cenni generali sul software utilizzato.....	167
8. Confronto con altri studi di letteratura .....	169

## Capitolo 5 - ANALISI PARAMETRICA E RISULTATI

1. Introduzione.....	183
2. Forzanti sismiche utilizzate e loro caratteristiche .....	184
3. Stratigrafie del terreno .....	186
4. Spostamenti freefield .....	196
5. Interazione cinematica .....	213
5.1. Risposta in campo visco-elastico.....	213
5.1.1. <i>Analisi relativa alle stratigrafie aventi un contrasto di rigidezza</i> .....	213
5.1.2. <i>Analisi relativa alle stratigrafie aventi rigidezza linearmente crescente con la profondità</i> .....	221
5.2. Risposta in campo non lineare .....	225
5.2.1. <i>Analisi relativa alle stratigrafie aventi un contrasto di rigidezza</i> .....	225
5.2.2. <i>Analisi relativa alle stratigrafie aventi rigidezza linearmente crescente con la profondità</i> .....	278
5.2.3. <i>Confronto fra stratigrafie con contrasto di rigidezza e stratigrafie con rigidezza variabile linearmente con la profondità</i> .....	292
6. Interazione dinamica completa .....	298
6.1. Risposta in campo visco-elastico.....	299
6.2. Risposta in campo non lineare .....	327
6.2.1. <i>Analisi relativa alle stratigrafie aventi un contrasto di rigidezza</i> .....	327
6.2.2. <i>Analisi relativa alle stratigrafie aventi rigidezza linearmente crescente con la profondità</i> .....	370
6.2.3. <i>Confronto fra stratigrafie con contrasto di rigidezza e stratigrafie con rigidezza variabile linearmente con la profondità</i> .....	383

<b>Conclusioni</b> .....	389
--------------------------	-----

<b>Bibliografia</b> .....	397
---------------------------	-----

## INTRODUZIONE

In passato nell'ambito della progettazione dei pali di fondazione è stata sempre considerata, come carico, la sollecitazione derivante dalla sovrastruttura causata dal suo peso proprio in campo statico, maggiorata dell'inerzia delle masse soggette a input sismico in campo dinamico.

Tuttavia nel corso degli anni, studi teorici ed evidenze sperimentali hanno dimostrato che non è possibile non tenere conto della componente cinematica che nasce sui pali per effetto delle deformazioni che il terreno subisce al passaggio delle onde sismiche.

Anche le normative tecniche quali l'Eurocodice (EC8, 2003) e l'attuale testo nazionale "Nuove norme tecniche per le costruzioni" (D.M. 14/01/2008), che ha recepito le direttive europee, hanno riconosciuto l'importanza di tale fenomeno, specialmente in particolari condizioni, senza comunque fornire specifiche tecniche riguardo le metodologie di calcolo da seguire.

Per questa ragione la ricerca internazionale ha affrontato lo studio dell'interazione cinematica, mettendo a punto numerosi modelli e procedure che stimino quantitativamente il contributo di questa componente nelle caratteristiche della sollecitazione dei pali e che individuino le grandezze geometriche e meccaniche del sistema palo-terreno che più influenzano tale fenomeno.

Poiché ad oggi gli studi di interazione palo-terreno si sono concentrati sull'analisi cinematica in terreni che presentano un salto di rigidità netto in corrispondenza dell'interfaccia tra due differenti strati, nel corrente studio, dopo aver analizzato le risposte in queste particolari stratigrafie al fine di ottenere ulteriori conferme dei risultati già ricavati da altri Autori nonché validare il programma di calcolo, si pone particolare attenzione a depositi di terreno la cui rigidità vari linearmente con la profondità, investigando anche questi tipi di profili sia in campo visco-elastico che in campo non lineare.

Successivamente è analizzata la risposta del palo considerando su di esso una massa che rappresenta un'eventuale sovrastruttura per valutare anche l'effetto indotto dalla componente inerziale dell'interazione, ottenendo degli interessanti risultati dal confronto tra profili con contrasto di rigidità e stratigrafie la cui rigidità varia linearmente con la profondità, i quali torneranno utili nell'ottica di un dimensionamento strutturale dei pali di fondazione.

Nel capitolo 1 della presente Tesi di Dottorato sono introdotti i concetti di interazione dinamica completa con uno sguardo alla problematica che ruota attorno a questo tema.

Nel capitolo 2 viene riportata un'ampia panoramica degli studi finora condotti nell'ambito dell'analisi cinematica e dell'analisi a tre componenti relativamente ai pali di fondazione.

La risposta dei terreni in campo libero soggetti a sollecitazioni sismiche, che costituisce l'input del nostro modello di calcolo, è ampiamente trattata nel capitolo 3. Viene analizzato sia il campo elastico lineare che la non linearità dei depositi, riportando diversi legami costitutivi che riproducono il comportamento del terreno.



Il capitolo 4 tratta la modellazione geotecnica BDWF (Beam on Dynamic Winkler Foundation) utilizzata nel corso di questa Tesi per rappresentare l'interazione palo-terreno, dimostrando da un punto di vista matematico come questi due elementi interagiscano tra loro, con particolare attenzione alla resa analitica delle caratteristiche di interfaccia e delle sollecitazioni. Viene poi introdotto il modello lineare-equivalente usato per le elaborazioni in campo non lineare, dimostrandone l'adattabilità a risultati sperimentali condotti in laboratorio e ricavando i parametri da implementare nel codice di calcolo. Infine è trattato brevemente il software che è stato utilizzato per la scrittura informatizzata delle equazioni del problema.

Nel capitolo 5 sono riportati e commentati i risultati di un'estensiva analisi parametrica condotta per un palo sospeso e vincolato in testa, immerso in diverse stratigrafie alla base delle quali un bedrock rigido rappresenta il punto di partenza per differenti accelerogrammi; le risposte in termini di spostamento *freefield* del terreno costituiscono l'input sismico da applicare ai dispositivi di interfaccia. I risultati ottenuti sono diagrammati in termini di momento flettente e di spostamento relativo del palo.



# CAPITOLO 1

## INTERAZIONE FONDAZIONE – TERRENO – STRUTTURA

### 1. Premessa

La risposta di una struttura ad un terremoto è il risultato di una complessa interazione fra la struttura di fondazione, il terreno su cui essa giace e la struttura in elevazione.

La risoluzione di un problema di interazione “terreno-fondazione-struttura” implica, pertanto, la determinazione del modo in cui questi tre sistemi rispondono ad una sollecitazione sismica.

Quando il terreno non è dotato di buone caratteristiche di resistenza, ovvero non è in grado di sopportare le azioni che la struttura in elevazione trasmette ad esso attraverso la fondazione superficiale, è necessario ricorrere alla realizzazione di fondazioni profonde.

Il comportamento dei pali di fondazione sottoposti a carichi di tipo statico è ben noto: le procedure di calcolo a disposizione della progettazione sono più che adeguate.

Diverso è il discorso attinente alla risposta dei pali in campo dinamico. Il comportamento di un palo sottoposto a un carico sismico, infatti, pur essendo

piuttosto conosciuto da un punto di vista teorico, non è facilmente rappresentabile in termini operativi.

Occorre sottolineare il fatto che nel caso di presenza di pali di fondazione, un'analisi d'interazione risulta oltremodo complessa per via dei fenomeni non lineari che si verificano nel terreno in prossimità dei pali e per gli effetti cinematici che si sviluppano sul terreno in seguito al moto sismico (Dente, 2005a).

Le azioni di progetto di un sisma che vengono applicate alla fondazione derivano sia dalle forze inerziali sviluppate dalla sovrastruttura (in letteratura il fenomeno è indicato col nome di *interazione inerziale*) che dalle deformazioni che il terreno subisce a causa del passaggio di onde elastiche (*interazione cinematica*).

Spesso la progettazione di strutture in zona sismica non tiene conto dell'interazione cinematica, e ciò è sostanzialmente dovuto al fatto che gli effetti che derivano da essa sono molto difficili da valutare. Tuttavia, negli ultimi anni sono stati intrapresi diversi studi che hanno dimostrato la grande importanza anche dell'interazione cinematica, in special modo quando un palo è immerso in strati di terreno aventi rigidezze significativamente diverse. In questo caso, infatti, i momenti flettenti in prossimità del salto di rigidezza possono subire un significativo aumento.

Anche le norme, inoltre, hanno posto l'attenzione sul problema (Eurocodice 8, 2003 e D.M. 14/01/2008) stabilendo - in alcuni casi relativi al tipo di terreno, alla sismicità dell'area ed all'importanza della struttura - la necessità di progettare le opere tenendo conto della mutua interazione fra i tre sistemi, pur non fornendo indicazioni sui criteri da utilizzare.

## **2. Definizioni generali**

L'interazione dinamica terreno-fondazione-struttura è costituita da fenomeni che avvengono in maniera simultanea.

Quando si verifica un evento sismico, il terreno è sottoposto ad una deformazione dovuta al passaggio delle onde sismiche, la quale agisce sia sulla fondazione che sulla sovrastruttura.

Il moto indotto sulla struttura in elevazione, a sua volta, produce delle forze d'inerzia che provocano nuove sollecitazioni sulla fondazione e sul terreno, generando ulteriori onde all'interfaccia palo-terreno.

Queste onde determinano ulteriori deformazioni dinamiche sulla sovrastruttura e sulla fondazione, che portano a nuove forze d'inerzia, in una ripetizione a catena.

I metodi per l'analisi dell'interazione sismica si dividono in due grandi categorie: completi e semplificati.

Nei metodi completi i tre sistemi vengono analizzati contemporaneamente poiché inglobati in un modello unico. La soluzione di un problema di questo tipo viene ottenuta per via numerica facendo ricorso al metodo agli elementi finiti o agli elementi di contorno, applicando uno o più accelerogrammi al dominio di analisi.

Il modello numerico realizzato permette di ricavare contemporaneamente le sollecitazioni e le deformazioni degli elementi strutturali e del terreno di fondazione. Purtroppo questo approccio, oltre alle complesse difficoltà computazionali, richiede una caratterizzazione geotecnica del terreno estesa ad un volume molto ampio, tale da risultare particolarmente onerosa per la progettazione corrente.

Il metodo semplificato, noto in letteratura col nome di “Metodo delle sottostrutture” (al quale fa riferimento il nuovo D.M. 14/01/08, distinguendo l’interazione inerziale da quella cinematica), prevede di separare il problema dell’interazione globale trattando in maniera distinta l’interazione cinematica e quella inerziale e sovrapponendo i due fenomeni (Gazetas e Mylonakis, 1998). Esso consta delle seguenti fasi rappresentate in figura 1.1 (Caputo, 2005):

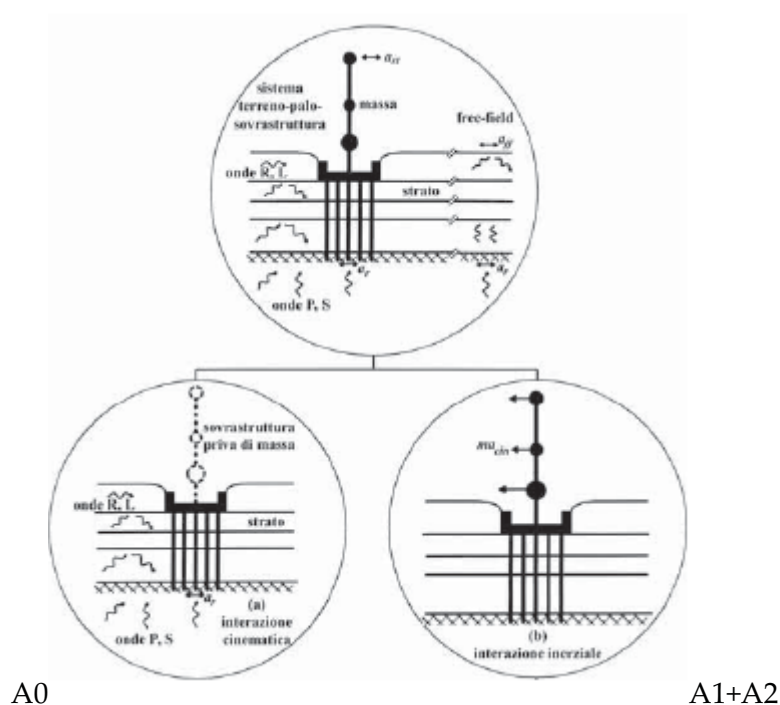


Figura 1.1 – Schematizzazione “metodo delle sottostrutture”(Caputo, 2005).

- A0 In questa fase si analizza l’interazione cinematica dovuta alle deformazioni del terreno per effetto del moto sismico; si utilizza uno schema semplificato nel quale sono rappresentati la fondazione profonda e il terreno, mentre la massa della sovrastruttura è posta pari a zero. Il fine di quest’analisi consiste nel determinare un’aliquota delle caratteristiche della sollecitazione dei

pali da sommare a quella che si otterrà nella fase A2, nonché l'azione sismica trasmessa alla struttura in elevazione (*Foundation Input Motion* o FIM);

- A1 In questa fase si analizza la struttura in elevazione soggetta all'azione sismica determinata nel punto precedente. Lo scopo è quello di determinare le caratteristiche della sollecitazione che la sovrastruttura trasmette alla fondazione. Il sistema fondazione-terreno è assunto privo di massa, ma contribuisce alla risposta globale del sistema attraverso la sua impedenza dinamica;

- A2 Nella terza ed ultima fase si analizza l'interazione terreno-fondazione. Quest'ultima è sollecitata dalle azioni ricavate nella fase A1. Si determinano le caratteristiche della sollecitazione nei pali e, tramite il principio di sovrapposizione degli effetti, esse si sommano all'aliquota ricavata nella fase A0.

Il vantaggio di trattare separatamente ciascuna componente del sistema completo consiste nel poter adottare le tecniche analitiche o numeriche che risultano essere le più adatte per analizzare un particolare sottosistema. Combinando i diversi risultati ottenuti nel rispetto delle compatibilità cinematiche, occorre tuttavia ricordare che il principio di sovrapposizione degli effetti è valido in ambito lineare.

A rigore, pertanto, esso risulterebbe inapplicabile nel caso di terremoti di elevata intensità. Poiché, però, le deformazioni del terreno imputabili all'interazione inerziale si attenuano con l'aumentare della profondità in maniera piuttosto rapida, fino ad esaurirsi oltre la lunghezza del tratto attivo del palo (dell'ordine di circa 10 volte il suo diametro; Conte e Dente, 1988), è possibile

ritenere il principio di sovrapposizione degli effetti approssimativamente valido anche per legami non lineari, come messo in evidenza da Mylonakis et al. (1997).

Le deformazioni del terreno che nascono a causa dell'interazione cinematica si manifestano in maniera apprezzabile a profondità più elevate, come si evince da studi condotti considerando una propagazione verticale delle onde di taglio.

Se il moto sismico è particolarmente violento esse possono indurre elevati valori della curvatura dell'asse del palo, portando il palo a rottura proprio a quella profondità in corrispondenza della quale gli effetti dell'interazione inerziale sono generalmente trascurabili, come si evince ad esempio dallo studio di Boulanger et al. (1999).

### **3. Interazione cinematica**

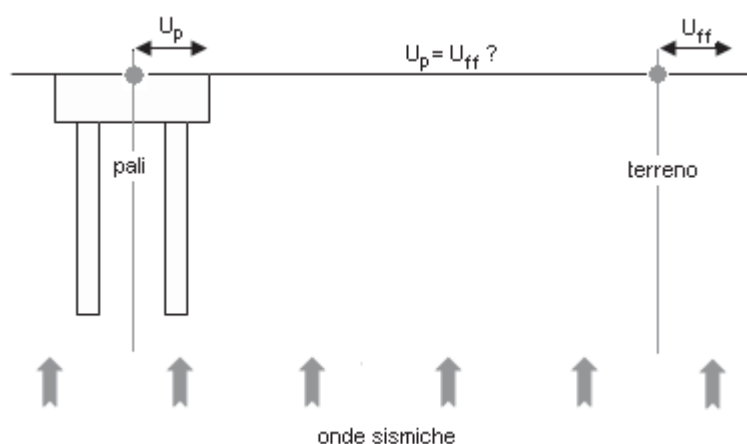
Si parla di *interazione cinematica* se l'interfaccia tra terreno e struttura si deforma in maniera diversa rispetto alla corrispondente superficie in condizioni di terreno libero (*freefield*).

Per analizzarla, si consideri un edificio fondato su pali del quale si azzeri la massa, ma non la rigidezza (figura 1.2).

Se ipotizziamo un certo input sismico, sarà possibile registrare un accelerogramma alla sommità della platea di fondazione.

Questo accelerogramma sarà diverso da quello ottenuto per effetto dello stesso terremoto, ma registrato in un punto a una distanza tale da non risentire dell'interazione dinamica dei tre sistemi (moto *freefield* appunto).





**Figura 1.2** – Fenomeno dell’interazione cinematica per effetto della diffrazione delle onde sismiche.

In considerazione del fatto che le lunghezze d’onda dominanti in un moto sismico sono molto più grandi del diametro dei pali, e considerando anche la flessibilità di questi ultimi (in special modo i pali snelli), si potrebbe essere indotti a pensare che i pali seguano il movimento del terreno.

In realtà le onde sismiche provenienti dal basso incontrano i pali di fondazione e lungo l’interfaccia palo-terreno subiscono una diffrazione.

In conseguenza al fenomeno si sviluppa un ulteriore stato di sollecitazione sui pali, che porta all’ovvio risultato per il quale il moto che viene misurato in testa alla platea differisce da quello in condizioni di campo libero. Pertanto si può asserire che nasce interazione per effetto del fenomeno della diffrazione delle onde sismiche.

Occorre stabilire se, ai fini progettuali, l’influenza dell’interazione cinematica risulti significativa. Essa è indicata con questo nome per via dell’influenza esercitata dalle condizioni cinematiche imposte dai vincoli in testa ai pali.

Nel caso di pali di gruppo, l’oscillazione di ciascun palo soggetto all’input sismico genera un campo di onde diffratte che influenza la risposta dei pali vicini, complicando maggiormente il fenomeno.

#### 4. Interazione inerziale

Nel sistema completo l'interazione inerziale si sviluppa per effetto delle forze d'inerzia dovute all'accelerazione sismica a cui è sottoposta la sovrastruttura. Nel caso dei pali di fondazione, le forze risultano applicate in testa.

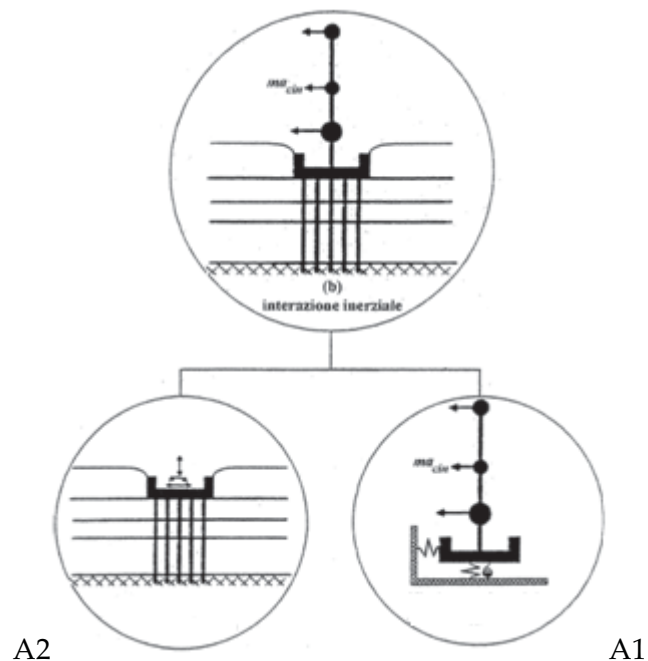


Figura 1.3 – Metodo delle sottostrutture: scomposizione seguita nell'analisi dell'interazione inerziale (Caputo, 2005).

Osservando la figura 1.3 è possibile vedere il modello utilizzato per valutare la risposta attraverso le due fasi A1 e A2 del metodo delle sottostrutture precedentemente descritto.

Di norma l'interazione inerziale risulta predominante rispetto alla componente cinematica, in special modo nel caso in cui la frequenza del sisma è prossima alla frequenza naturale di oscillazione del sistema terreno-struttura. In particolare, poi, essa può essere rilevante nel caso in cui in prossimità della

struttura di collegamento dei pali vi siano strati di terreno dotati di scarse caratteristiche geotecniche.

La rigidità dinamica dei pali, chiamata *impedenza dinamica*, è molto importante da determinare poiché essa influenza fortemente la loro risposta.

Per la sua determinazione sono stati sviluppati sia metodi semi-analitici che numerici.

La funzione di impedenza è una funzione complessa della frequenza, definita come l'ampiezza delle forze armoniche che occorre applicare in testa al palo al fine di generare un moto armonico di ampiezza unitaria, in una data direzione. L'espressione che la rappresenta è la seguente:

$$K = k + i \cdot \omega \cdot c \quad (1.1.)$$

$k$  e  $c$  dipendono entrambi dalla frequenza  $\omega$  e rappresentano rispettivamente la rigidità dinamica e il coefficiente di smorzamento.

La componente reale  $k$  riflette la rigidità e l'inerzia del terreno; la componente immaginaria  $\omega \cdot c$ , invece, tiene conto sia dello smorzamento materiale che di quello geometrico: lo *smorzamento materiale* è quella parte di energia che viene dissipata per isteresi; lo *smorzamento geometrico* è quella parte di energia che viene dissipata quando le onde incontrano l'interfaccia palo-terreno.

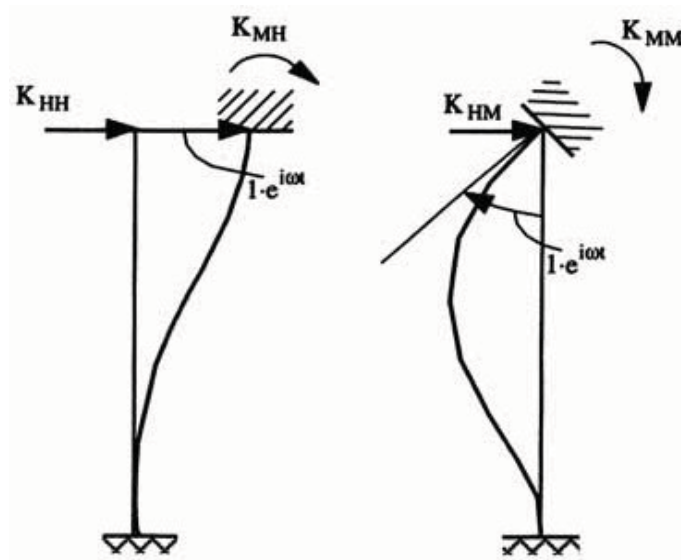


Figura 1.4 - Definizione delle funzioni di impedenza (Dente, 2005b).

Le funzioni di impedenza  $K_{HH}$ ,  $K_{HM} = K_{MH}$  e  $K_{MM}$ , rispettivamente rigidità traslazionale orizzontale, rigidità traslazionale-rotazionale accoppiata e rigidità rotazionale (vedasi figura 1.4), possono essere determinate tramite le indicazioni guida dell'Eurocodice8 fornite per pali flessibili immersi in tre diversi tipi di terreno e riportate in tabella 1.1, in cui  $E_s$  rappresenta il modulo di Young del terreno a una profondità pari al diametro  $d$  del palo.

In letteratura sono disponibili degli studi per la determinazione delle impedenze sismiche, come quelli realizzati da Cairo et al. (1999) per pali sospesi e portanti di punta immersi in terreni omogenei, formulazioni analitiche semplificate ricavate per pali singoli alle basse deformazioni (Carrubba e Maugeri, 1995) ed altre espressioni come quelle fornite da Gazetas (1991) e riportate nella tabella 1.2; queste ultime sono valide per il caso di pali flessibili la cui lunghezza  $L$  supera la lunghezza attiva del palo  $L_a$ .

**Tabella 1.1** – Rigidezza dinamica e coefficienti di smorzamento di pali flessibili (Dente, 2005a).

Modello di terreno	$\frac{K_{HH}}{d E_s}$	$\frac{K_{MM}}{d^3 E_s}$	$\frac{K_{HM}}{d^2 E_s}$
$E = E_s \frac{z}{d}$	$0.60 \left( \frac{E_p}{E_s} \right)^{0.35}$	$0.14 \left( \frac{E_p}{E_s} \right)^{0.80}$	$0.17 \left( \frac{E_p}{E_s} \right)^{0.60}$
$E = E_s \sqrt{\frac{z}{d}}$	$0.79 \left( \frac{E_p}{E_s} \right)^{0.28}$	$0.15 \left( \frac{E_p}{E_s} \right)^{0.77}$	$0.24 \left( \frac{E_p}{E_s} \right)^{0.53}$
$E = E_s$	$1.08 \left( \frac{E_p}{E_s} \right)^{0.21}$	$0.16 \left( \frac{E_p}{E_s} \right)^{0.75}$	$0.22 \left( \frac{E_p}{E_s} \right)^{0.50}$

Osservando la suddetta tabella è possibile notare che anche Gazetas ha inserito tre tipi di andamento del modulo del terreno, in quanto vi sono delle differenze nel comportamento di un palo immerso in un terreno avente modulo costante, variabile con legge triangolare o crescente con legge parabolica.

La scelta del profilo del modulo del terreno è un'operazione delicata. Anche in uno strato uniforme di terreno, infatti, il modulo secante del terreno varia al variare dello stato deformativo; occorre pertanto considerare un valore del modulo che sia corrispondente al livello di deformazione indotta nel terreno dal sisma.

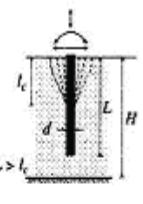
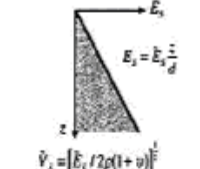
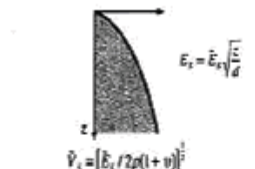
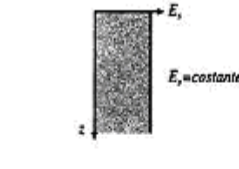
Purtroppo in ambito dinamico, a differenza del caso statico, non esiste un'equazione in forma chiusa che consenta di determinare, in un qualsiasi punto all'interno del terreno, le tensioni e gli spostamenti nati per effetto di forze unitarie applicate in altri punti; tuttavia vi sono accettabili soluzioni numeriche che ben rappresentano la risposta in semispazi omogenei o stratificati, come ad esempio quelle riportate da Dente (2005b) per pali di gruppo.

I diversi studi effettuati dalla ricerca geotecnica consentono di poter formulare delle considerazioni ben precise sull'impedenza dinamica:

## Capitolo 1

- la rigidezza dinamica del palo, specialmente per basse frequenze, è abbastanza prossima a quella statica;
- nei terreni stratificati, la variazione del modulo del terreno con la profondità comporta valori minori della rigidezza e dello smorzamento;
- i pali sospesi possiedono rigidezza inferiore rispetto a quelli portanti di punta, ma maggiore smorzamento se sollecitati verticalmente;
- i pali liberi di ruotare in testa hanno valori di rigidezza e smorzamento inferiori a quelli dei pali incastrati in testa.

Tabella 1.2 – Rigidezza dinamica e coefficienti di smorzamento di pali flessibili (Dente, 2005b).

	Andamento lineare del modulo del terreno con la profondità 	Andamento parabolico del modulo del terreno con la profondità 	Modulo del terreno costante con la profondità 
*Lunghezza attiva*	$l_e = 2d(E_s / \bar{E}_s)^{0.25}$	$l_e = 2d(E_s / \bar{E}_s)^{0.25}$	$l_e = 2d(E_s / \bar{E}_s)^{0.25}$
Frequenza naturale del deposito	$f_n = 0.19V_{sm} / H$ dove $V_{sm}$ = velocità dell'onda S alla profondità $z = H$	$f_n = 0.223V_{sm} / H$ dove $V_{sm}$ = velocità dell'onda S alla profondità $z = H$	$f_n = 0.25V_s / H$
Rigidezza statica laterale Coefficiente di rigidezza dinamica laterale coefficiente di smorzamento laterale $C_{HM} = 2K_{HM}D_{HM}/\omega$	$K_{HM} = 0.6d\bar{E}_s(E_s / \bar{E}_s)^{0.25}$ $k_{HM} = 1$ $D_{HM} = 0.60\beta + 1.80dV_s^{-1}$ , per $f > f_n$ $D_{HM} = 0.60\beta$ , per $f \leq f_n$	$K_{HM} = 0.8d\bar{E}_s(E_s / \bar{E}_s)^{0.25}$ $k_{HM} = 1$ $D_{HM} = 0.70\beta + 1.20d(E_s / \bar{E}_s)^{0.25}V_s^{-1}$ , per $f > f_n$ $D_{HM} = 0.70\beta$ , per $f \leq f_n$	$K_{HM} = dE_s(E_s / \bar{E}_s)^{0.25}$ $k_{HM} = 1$ $D_{HM} = 0.80\beta + 1.10d(E_s / \bar{E}_s)^{0.25}V_s^{-1}$ , per $f > f_n$ $D_{HM} = 0.80\beta$ , per $f \leq f_n$
Rigidezza statica rotazionale Coefficiente di rigidezza dinamica rotazionale coefficiente di smorzamento rotazionale $C_{RM} = 2K_{RM}D_{RM}/\omega$	$K_{RM} = 0.15d^2\bar{E}_s(E_s / \bar{E}_s)^{0.25}$ $k_{RM} = 1$ $D_{RM} = 0.20\beta + 0.40dV_s^{-1}$ , per $f > f_n$ $D_{RM} = 0.20\beta$ , per $f \leq f_n$	$K_{RM} = 0.15d^2\bar{E}_s(E_s / \bar{E}_s)^{0.25}$ $k_{RM} = 1$ $D_{RM} = 0.22\beta + 0.35d(E_s / \bar{E}_s)^{0.25}V_s^{-1}$ , per $f > f_n$ $D_{RM} = 0.22\beta$ , per $f \leq f_n$	$K_{RM} = 0.15d^2E_s(E_s / \bar{E}_s)^{0.25}$ $k_{RM} = 1$ $D_{RM} = 0.35\beta + 0.35d(E_s / \bar{E}_s)^{0.25}V_s^{-1}$ , per $f > f_n$ $D_{RM} = 0.25\beta$ , per $f \leq f_n$
Rigidezza statica laterale-rotazionale Coefficiente di rigidezza dinamica laterale-rotazionale Coefficiente di smorzamento laterale-rotazionale $C_{HM} = 2K_{HM}D_{HM}/\omega$	$K_{HM} = K_{RM} = -0.17d^2\bar{E}_s(E_s / \bar{E}_s)^{0.25}$ $k_{HM} = k_{RM} = 1$ $D_{HM} = 0.30\beta + f_dV_s^{-1}$ , per $f > f_n$ $D_{HM} = 0.30\beta$ , per $f \leq f_n$	$K_{HM} = K_{RM} = -0.24d^2\bar{E}_s(E_s / \bar{E}_s)^{0.25}$ $k_{HM} = k_{RM} = 1$ $D_{HM} = 0.60\beta + 0.70d(E_s / \bar{E}_s)^{0.25}V_s^{-1}$ , per $f > f_n$ $D_{HM} = 0.35\beta$ , per $f \leq f_n$	$K_{HM} = K_{RM} = -0.22d^2E_s(E_s / \bar{E}_s)^{0.25}$ $k_{HM} = k_{RM} = 1$ $D_{HM} = 0.80\beta + 0.85d(E_s / \bar{E}_s)^{0.25}V_s^{-1}$ , per $f > f_n$ $D_{HM} = 0.50\beta$ , per $f \leq f_n$
La rigidezza assiale del palo dipende non solo dalla compressibilità relativa ( $E_p/E_s$ ), ma anche dal rapporto di snellezza $L/d$ e dalle condizioni alla punta (portante o sospesa). Per una stima appropriata della rigidezza statica, si faccia riferimento alla letteratura geotecnica. Le espressioni sono elencate consentendo di valutare solo la rigidezza assiale dei pali sospesi, in uno strato omogeneo di spessore $H=2L$ .			
Rigidezza statica assiale	$K_z = 1.8E_s d \left(\frac{L}{d}\right)^{1.5} \left(\frac{E_s}{E_c}\right)^{-0.125} V_{sc}^{-0.25}$ $E_c = \bar{E}_s \cdot (L/d)$	$K_z = 1.9E_s d \left(\frac{L}{d}\right)^{1.5} \left(\frac{E_s}{E_c}\right)^{-0.125} V_{sc}^{-0.25}$ $E_c = \bar{E}_s \cdot \sqrt{(L/d)}$	$K_z = 1.9E_s d \left(\frac{L}{d}\right)^{1.5} \left(\frac{E_s}{E_c}\right)^{-0.125} V_{sc}^{-0.25}$
Coefficiente di rigidezza dinamica assiale	$k_z = 1$ per $\alpha_s = \omega d / V_{sc} < 0.5$ , dove $V_{sc}$ è la velocità dell'onda S alla profondità L	$\bullet L/d < 20: k_z = 1$ $\bullet L/d \geq 50: k_z = 1 + \frac{1}{3}\sqrt{\alpha_s}$ interpolare per $\alpha_s = \omega d / V_{sc} < 0.5$	$\bullet L/d < 15: k_z = 1$ $\bullet L/d \geq 50: k_z = 1 + \sqrt{\alpha_s}$ interpolare per $\alpha_s = \omega d / V_{sc} < 1$
In tutti i casi, $k_z$ mostra il tipico andamento di "valle stretta" in corrispondenza della frequenza di risonanza $f_r$ dello strato; in prima approssimazione, $f_r = f_n \sqrt{4H}$ e $k(f_r) = 0.8$ per uno smorzamento interno $\beta = 0.05$ . $V_{sc}$ è il valore medio sull'intero spessore dello strato.			
Coefficiente di smorzamento assiale	$C_z = \frac{2}{3} \alpha_s^{-0.125} \rho V_{sc} n d L_s$ , per $f > 1.5f_r$ dove $\alpha_s = 1 - e^{-2\alpha_s L_s}$ , per $L_s > 0$ $C_z = 0$ per $f \leq f_r$ interpolare linearmente per $f_r < f < 1.5f_r$	$C_z = \frac{3}{4} \alpha_s^{-0.125} \rho V_{sc} n d L_s$ , per $f > 1.5f_r$ dove $\alpha_s = 1 - e^{-1.5\alpha_s L_s}$ , per $L_s > 0$ $C_z = 0$ per $f \leq f_r$ interpolare linearmente per $f_r < f < 1.5f_r$	$C_z = \alpha_s^{-0.125} \rho V_{sc} n d L_s$ , per $f > 1.5f_r$ dove $\alpha_s = 1 - e^{-\alpha_s L_s}$ , per $L_s > 0$ $C_z = 0$ per $f \leq f_r$ interpolare linearmente per $f_r < f < 1.5f_r$





## **CAPITOLO 2**

# **ANALISI DINAMICA NEI PALI DI FONDAZIONE**

### **1. Introduzione**

Nel corso di questo capitolo verranno descritte le più diffuse metodologie di analisi ingegneristica atte a determinare l'interazione cinematica dei pali, tenendo conto sia del comportamento lineare che del comportamento non lineare dei terreni di fondazione.

Successivamente si esporranno diversi studi di letteratura che riguardano l'analisi del sistema completo "terreno-palo-sovrastuttura", soggetto a carichi di tipo sismico.

### **2. Interazione cinematica: metodi di calcolo**

Attraverso lo studio dell'interazione cinematica condotto in questi anni è stato possibile ricavare considerazioni di carattere generale, utili ai fini della progettazione dei pali in zona sismica.

Le sollecitazioni indotte nel palo dall'azione sismica risultano influenzate da diversi fattori quali le proprietà geotecniche dei vari strati di terreno in cui è

immerso il palo e il relativo spessore, la rigidezza relativa palo-terreno, il vincolo in testa al palo e la snellezza di quest'ultimo, nonché le caratteristiche dell'input sismico.

Nel caso di palo immerso in un terreno omogeneo e incastrato in testa è stato osservato che il momento flettente del palo raggiunge il suo valore massimo in corrispondenza del vincolo; nel caso di palo libero di ruotare in testa, invece, il momento flettente massimo si registra in corrispondenza di una sezione posta a circa metà della sua lunghezza.

Quando si è in presenza di terreni stratificati il momento flettente aumenta in prossimità dell'interfaccia fra strati a diversa rigidezza e in particolare risulta tanto più elevato quanto maggiore è il contrasto di rigidezza fra gli strati, potendo superare anche il valore all'incastro nel caso di palo impedito di ruotare in testa.

Parlando nello specifico di palo impedito di ruotare in testa, e nell'ipotesi di comportamento elastico lineare sia per il palo che per il terreno, la distribuzione della sollecitazione flettente risente della presenza del vincolo in testa fino alla cosiddetta lunghezza attiva  $L_a$  del palo, ricavabile tramite la relazione (Randolph, 1981):

$$L_a = d \left[ \frac{E_p}{G \left( 1 + \frac{3\nu}{4} \right)} \right]^{\frac{2}{7}} \cdot r \quad (2.1.)$$

nella quale  $d$  e  $r$  sono rispettivamente il diametro e il raggio del palo,  $\nu$  è il coefficiente di Poisson del terreno,  $E_p$  è il modulo di elasticità normale del palo e  $G$  è il modulo di elasticità tangenziale del terreno.

Un'altra espressione fornita dall'Autore è la seguente:

$$L_a = 1,5 \left( \frac{E_p}{E_s} \right)^{1/4} \cdot d \quad (2.2.)$$

dove  $E_s$  è il modulo di Young del terreno e  $d$  il diametro del palo.

In letteratura sono disponibili diversi metodi di facile applicazione, i quali consentono di determinare le sollecitazioni nel palo con discreta accuratezza ed in tempi di elaborazione relativamente contenuti; essi si dividono in (Simonelli, 2006):

- metodi semplificati con l'ipotesi che il palo segua il moto del terreno in campo libero (Margason e Holloway, 1977; NEHRP, 1997);
- modelli alla Winkler (BDWF/BNWF) che schematizzano l'interazione palo-terreno con un sistema di molle e smorzatori distribuiti lungo il fusto del palo e che prevedono o un comportamento elastico-lineare del terreno (Dobry e O'Rourke, 1983; Kavvadas e Gazetas, 1993; Nikolaou et al., 1995; Nikolaou et al., 2001; Sica e Simonelli, 2007), oppure un comportamento non lineare ed isteretico (Conte e Dente, 1989; El Naggar e Novak, 1996; Boulanger et al., 1999; Cairo, Conte e Dente, 2008);
- modellazioni del problema al continuo attraverso le metodologie agli elementi finiti (Wu e Finn, 1997a, 1997b; Maiorano e Aversa, 2006; De Sanctis e Maiorano, 2007; Grassi e Massimino, 2008) o agli elementi di contorno (Cairo e Dente, 2007).

### 2.1. Metodi semplificati

Il metodo di Margason e Holloway (1977) e le formule NEHRP (1997) si basano sull'ipotesi semplificata che il palo segua il moto del terreno  $u_{ff}$  in condizioni di campo libero, non considerando di fatto l'interazione cinematica e

## Capitolo 2

quindi di conseguenza la rigidezza relativa palo-terreno, la snellezza del palo (data dal rapporto tra le due caratteristiche geometriche del palo  $L/d$ ) e lo smorzamento radiativo.

Essi utilizzano lo schema di analisi monodimensionale delle onde di taglio  $S$  in direzione verticale e derivano il momento flettente dalla curvatura degli spostamenti orizzontali del terreno, secondo la formula:

$$M(z,t) = E_p I_p (1/R) \quad (2.3.)$$

in cui  $M$  rappresenta il momento flettente di picco e  $E_p I_p$  la rigidezza flessionale del palo. Il fattore  $1/R$  è la curvatura di picco del terreno, che per gli Autori succitati vale:

$$(1/R) \cong 2 \Delta u_{ff} / \Delta z^2 \quad (2.4.)$$

con  $\Delta u_{ff}$  spostamento relativo massimo tra due punti del terreno posti ad una differenza di profondità  $\Delta z$ .

E' immediato constatare che questo metodo è inapplicabile all'interfaccia tra due strati di terreno a differente rigidezza dove, dal punto di vista teorico, è presente una discontinuità nelle deformazioni e in conseguenza di ciò si ottiene una curvatura infinita.

Per le norme NEHRP (1997) la quantità  $1/R$  è pari all'espressione:

$$1/R = a_{ff} / V_s^2 \quad (2.5.)$$

con  $a_{ff}$  accelerazione massima del terreno in condizioni *freefield* letta in corrispondenza della superficie del deposito e  $V_s^2$  velocità di propagazione delle onde di taglio  $S$ , pertanto il momento  $M$  sarà pari a:

$$M(z,t) = E_p I_p \cdot (a_{ff} / V_s^2) \quad (2.6.)$$

Secondo questa espressione il valore massimo di momento dovrebbe registrarsi in testa al palo, poiché generalmente  $a_{ff}$  decresce all'aumentare della profondità  $z$ , ma questo è vero solo nel caso in cui il palo in testa sia vincolato alla rotazione; segue che nel caso di pali liberi non è possibile applicare questa metodologia di analisi, così come è consigliabile usarla solo per basse frequenze, quando il moto del palo e quello del terreno coincidono.

## 2.2. Modelli BDWF/BNWF

I modelli dinamici del tipo *Beam on Dynamic Winkler Foundation*, indicati brevemente con la sigla BDWF (oppure *Beam on Nonlinear Winkler Foundation* - BNWF, per indicare i modelli che tengono conto del comportamento non lineare del terreno) considerano il palo suddiviso in conci, ciascuno dei quali è modellato come elemento "asta" avente sezione trasversale pari a quella del palo.

Il terreno che circonda il palo è schematizzato attraverso una serie di dispositivi costituiti da molle che rappresentano la rigidità del deposito e smorzatori che ne rappresentano lo smorzamento, combinati in parallelo e distribuiti lungo la superficie laterale del palo.

I metodi semplificati, sotto le ipotesi di comportamento elastico lineare del palo e del terreno, permettono di ottenere delle soluzioni in forma chiusa dedotte

dalla teoria della propagazione monodimensionale delle onde di taglio in direzione verticale, in combinazione con il modello tipo BDWF.

**Dobry e O'Rourke (1983)** hanno determinato una soluzione esplicita per il momento flettente cinematico all'interfaccia tra due strati a differente rigidezza:

$$M = 1,86 \cdot (E_p I_p)^{\frac{3}{4}} \cdot (G_1)^{\frac{1}{4}} \cdot \gamma_1 \cdot F \quad (2.7.)$$

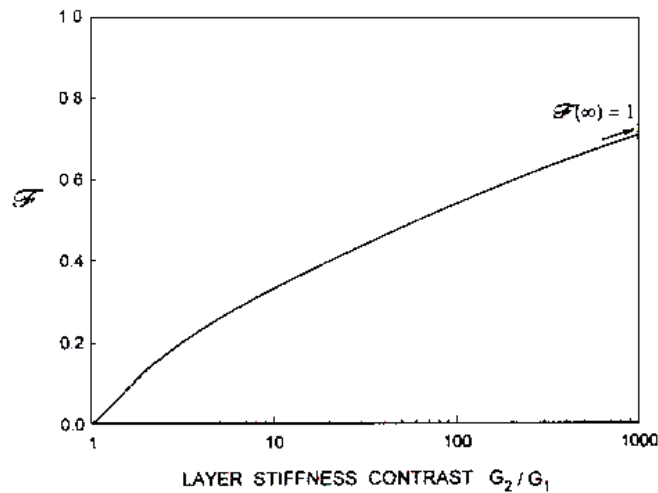
dove  $E_p$  e  $I_p$  sono rispettivamente il modulo di Young e il momento d'inerzia del palo;  $G_1$  è il modulo di elasticità tangenziale dello strato superiore di terreno;  $\gamma_1$  è la deformazione di taglio nello strato superiore alla profondità  $h_1$  dell'interfaccia.

$F$  è una funzione (figura 2.1) che dipende dal contrasto di rigidezza fra i due strati di terreno, secondo la seguente espressione:

$$F = \frac{(1 - C^{-4})(1 + C^3)}{(1 + C)(C^{-1} + 1 + C + C^2)} \quad (2.8.)$$

con  $C$  pari a:

$$C = \left( \frac{G_2}{G_1} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (2.9.)$$



**Figura 2.1** - Funzione  $F$  diagrammata al variare del contrasto di rigidità  $G_2/G_1$  (Dobry e O'Rourke, 1983).

La deformazione di taglio  $\gamma_1$  è deducibile dalla relazione:

$$\gamma_1 = \frac{\tau}{G_1} \quad (2.10.)$$

nella quale  $\tau$  è la massima tensione di taglio ricavabile da un'analisi di tipo *freefield* in campo monodimensionale.

In alternativa Dente (2005a) suggerisce di usare la seguente espressione:

$$\gamma_1 = \frac{\rho_1 H_1}{G_1} \cdot a_{\max,s} \quad (2.11.)$$

ricavando quindi  $\gamma_1$  dalla massima accelerazione al piano campagna  $a_{\max,s}$  in condizioni *freefield*. Si fa presente che  $\rho_1$  e  $H_1$  sono rispettivamente la densità di massa e lo spessore dello strato superiore.

## Capitolo 2

La soluzione di Dobry e O'Rourke è stata ricavata sotto le ipotesi che il palo sia infinitamente lungo e gli strati di terreno siano di spessore infinito; che le deformazioni del terreno e del palo avvengano in campo elastico; che gli strati di terreno siano soggetti a tensioni di taglio uniformi, portando come conseguenza  $\gamma_1/\gamma_2 = G_1/G_2$ ; che sia possibile analizzare il palo come una trave su un letto di molle alla Winkler, i cui coefficienti nei due strati siano pari a  $k_1 = 3G_1/D$  e  $k_2 = 3G_2/D$ .

Lo studio parametrico di **Nikolaou et al. (1995)** ha portato alla determinazione di un'espressione semplificata per il calcolo del massimo tra tutti i momenti flettenti stazionari generati nel palo da sollecitazioni armoniche sinusoidali al variare della frequenza. All'interfaccia tra due strati il momento massimo vale:

$$M_{\max} = 2,7 \cdot 10^{-7} \cdot E_p D^3 \left( \frac{a_r}{g} \right) \left( \frac{L}{D} \right)^{1,30} \left( \frac{E_p}{E_1} \right)^{0,7} \left( \frac{V_{s2}}{V_{s1}} \right)^{0,3} \left( \frac{H_1}{L} \right)^{1,25} \quad (2.12.)$$

nella quale  $D$ ,  $L$ ,  $\frac{L}{D}$  e  $E_p$  rappresentano rispettivamente il diametro, la lunghezza, la snellezza e il modulo di rigidezza assiale del palo;  $g$  e  $a_r$  sono l'accelerazione di gravità e l'accelerazione massima al limite superiore del substrato;  $\frac{V_{s2}}{V_{s1}}$  è il rapporto tra le velocità delle onde di taglio nei due strati di terreno;  $H_1$  ed  $E_1$  sono rispettivamente la profondità del primo strato e il corrispondente modulo di Young.

A rigore, questa relazione è valida solamente nel caso in cui l'interfaccia tra gli strati si trovi a una profondità maggiore della lunghezza attiva  $L_a$ , la cui espressione in prima approssimazione è ricavabile attraverso la relazione di



Randolph (1981) di cui abbiamo già parlato nel corrente paragrafo (espressione (2.1)).

Nella realtà i terremoti sono di natura transitoria, pertanto la risposta è meno gravosa rispetto a quella ricavata da un'eccitazione armonica stazionaria.

Più recentemente **Nikolaou et al. (2001)**, effettuando una serie di analisi di tipo BDWF su terreni reali, nel dominio del tempo e con accelerogrammi di diversi sismi reali, sono pervenuti alla seguente relazione approssimata per il calcolo del momento flettente massimo per un input sismico reale:

$$\max M(t) = \eta \cdot \max M(\omega) \quad (2.13.)$$

dove  $\max M(\omega)$  è il massimo momento cinematico del palo in corrispondenza dell'interfaccia e in condizioni ideali di moto stazionario, con frequenza prossima a quella propria del deposito in cui il palo è ammorsato.

Esso si ricava con l'espressione:

$$M_{\max}(\omega) = 0,042 \cdot \tau_c d^3 \left(\frac{L}{d}\right)^{0,30} \left(\frac{E_p}{E_1}\right)^{0,65} \left(\frac{V_{s2}}{V_{s1}}\right)^{0,5} \quad (2.14.)$$

in cui  $\tau_c$  è pari a:

$$\tau_c = a_{\max,s} \rho_1 H_1 \quad (2.15.)$$

Anche in questo caso la suddetta equazione è valida quando l'interfaccia fra gli strati di terreno si riscontra ad una profondità superiore alla lunghezza attiva  $L_a$  del palo, secondo la relazione (2.2).

Il termine  $\eta$  dell'espressione (2.13) è un fattore di riduzione che può essere determinato con le relazioni:

$$\eta = 0,04 \cdot N_c + 0,23 \quad \text{per } T_1 \approx T_p \quad (2.16.)$$

$$\eta = 0,015 \cdot N_c + 0,17 \quad \text{per } T_1 \neq T_p \quad (2.17.)$$

la prima delle quali valida nel caso in cui il periodo naturale di vibrazione del deposito ( $T_1$ ) risulti prossimo ai periodi predominanti dell'eccitazione sismica ( $T_p$ ), e la seconda nel caso in cui le due grandezze, invece, si discostino.  $N_c$  è il numero di cicli equivalenti dell'accelerogramma.

Tra i vari metodi BDWF per il calcolo del momento flettente cinematico all'interfaccia tra due strati, si annovera anche il modello sviluppato da **Mylonakis (2001)**.

Questo metodo rappresenta un'evoluzione di un precedente studio dell'Autore che si basava su una procedura pseudo-statica (Mylonakis, 1999): a differenza della modellazione del 1999 è utilizzato un input sismico al bedrock con legge armonica degli spostamenti ed è considerato sia lo smorzamento materiale che radiativo, collegando degli smorzatori alle molle; nel calcolo è inoltre computato un modulo di taglio dinamico.

Per quanto riguarda le ipotesi, esse risultano analoghe a quelle del modello di Dobry e O'Rourke (1983).

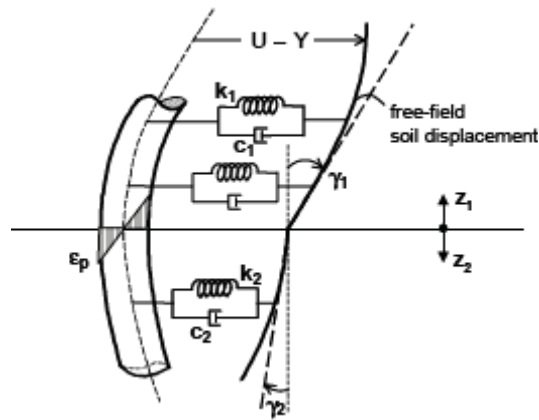


Figura 2.2 - Rappresentazione dell'interazione palo-terreno secondo il modello BDWF (Mylonakis, 2001).

Osservando il modello dell'interazione palo-terreno di Mylonakis (figura 2.2), è possibile definire la massima deformazione flettente del palo  $\varepsilon_p$  (*bending strain*) che si genera nelle fibre più esterne della sezione trasversale del palo, secondo l'espressione:

$$\varepsilon_p = \frac{M}{E_p I_p} r \quad (2.18.)$$

con  $r$  distanza dell'asse neutro dalla fibra più esterna, che nel caso di sezione circolare coincide col raggio del palo.

Introducendo il parametro di Winkler  $\lambda_1$ , è possibile scrivere l'equazione (2.7) di Dobry e O'Rourke nella forma:

$$\varepsilon_p = 2 \lambda_1 r \gamma_1 F \quad (2.19.)$$

$$\text{con } F = \frac{\lambda_1 \lambda_2 (S_1 + S_2) - [\lambda_2 (S_3 + S_4) + \lambda_1 S_5] \cdot \cot(h_1 q_1)}{2 \lambda_1 q_1 (\lambda_1 + \lambda_2) (\lambda_1^2 + \lambda_2^2)} \quad (2.20.)$$

Le quantità  $S_1, S_2, S_3, S_4$  sono delle funzioni che dipendono:

## Capitolo 2

- 1) dalle impedenze complesse  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  fornite da Kavvadas e Gazetas (1993);
- 2) dai numeri d'onda complessi  $q_1$  e  $q_2$  relativi alle caratteristiche delle onde *SH* nel terreno in condizioni di campo libero;
- 3) dai fattori adimensionali che assumono valori compresi tra 1 e 0 (rispettivamente nei casi estremi di  $\omega = 0$  e  $\omega \rightarrow \infty$ );
- 4) dal rapporto tra le impedenze dei due strati di terreno.

Introducendo la deformazione a taglio all'interfaccia tra i due strati  $\gamma_1$ :

$$\gamma_1 = (1 - 0,015H_1) \frac{\rho_1 H_1 a_s}{G_1} \quad (2.21.)$$

come divisore del *bending strain*, si avrà:

$$\frac{\varepsilon_p}{\gamma_1} = 1,5 \left( \frac{k_1}{E_p} \right)^{\frac{1}{4}} F \quad (2.22.)$$

Il rapporto fra queste due quantità  $\left( \frac{\varepsilon_p}{\gamma_1} \right)$

rappresenta una funzione di *trasmissibilità della deformazione*, in quanto mette in relazione il picco della deformazione a taglio con la distorsione massima dello strato superiore all'interfaccia. Esso è valutato in corrispondenza di un'eccitazione armonica con frequenza nulla per palo a sezione circolare, combinando la (2.22) con la (2.20):

$$\left(\frac{\varepsilon_p}{\gamma_1}\right) = \frac{(C^2 - C + 1) \left\{ \left[ 3 \left(\frac{k_1}{E_p}\right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{H_1}{D}\right) - 1 \right] C(C-1) - 1 \right\}}{2C^4 \left(\frac{H_1}{D}\right)} \quad (2.23.)$$

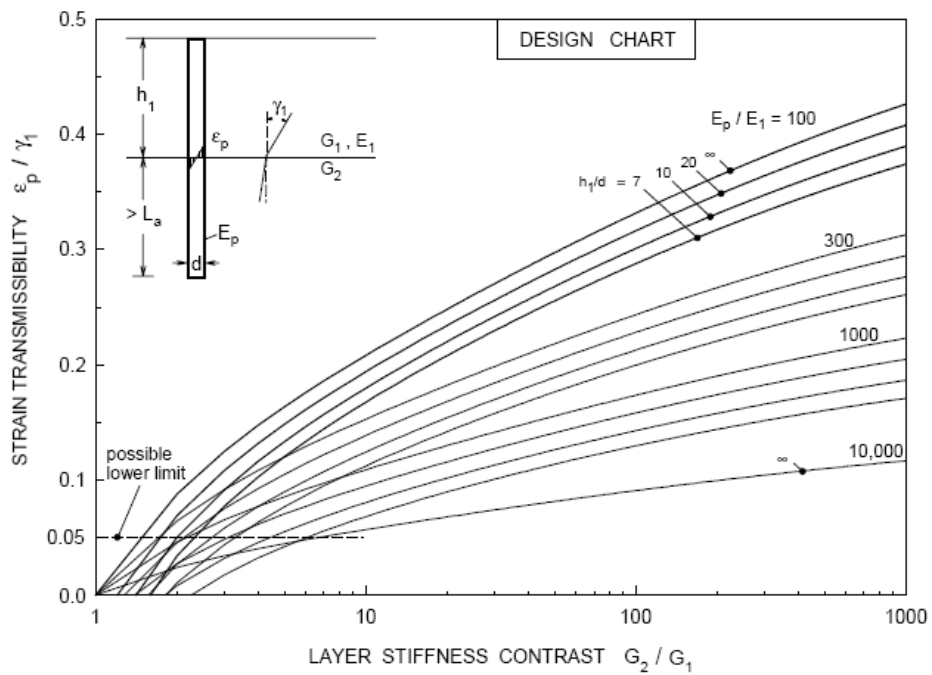
in cui  $C$  è calcolato con la relazione (2.9) e  $k_1$  con l'espressione ricavata agli elementi finiti da Kavvadas e Gazetas (1993):

$$\delta = \frac{k}{E_s} \approx 6 \left(\frac{E_p}{E_1}\right)^{-\frac{1}{8}} \quad (2.24.)$$

Tale rapporto (figura 2.3) dunque dipende dal contrasto di rigidezza degli strati  $G_2/G_1$ , dal rapporto di infissione del palo  $H_1/D$  e dalla rigidezza relativa palo-terreno  $E_p/E_1$ .

Il valore massimo del momento flettente cinematico in corrispondenza dell'interfaccia è pertanto ottenibile dall'espressione:

$$M_{\max} = (E_p I_p) \left(\frac{\varepsilon_p}{\gamma_1}\right) \cdot \gamma_1 \cdot \frac{1}{r} \quad (2.25.)$$



**Figura 2.3** - Funzione di trasmissibilità della deformazione per palo a sezione circolare, all'interfaccia tra due strati a differente rigidezza (Mylonakis, 2001).

**Kavvas e Gazetas (1993)** hanno realizzato un modello BDWF per un palo libero di ruotare in testa, immerso in un deposito di terreno avente due strati a rigidezza diversa. Il sistema risulta eccitato in corrispondenza del bedrock e l'input è costituito da onde di taglio aventi legge armonica (figura 2.4) del tipo:

$$u_g(t) = U_g e^{i\omega t}.$$

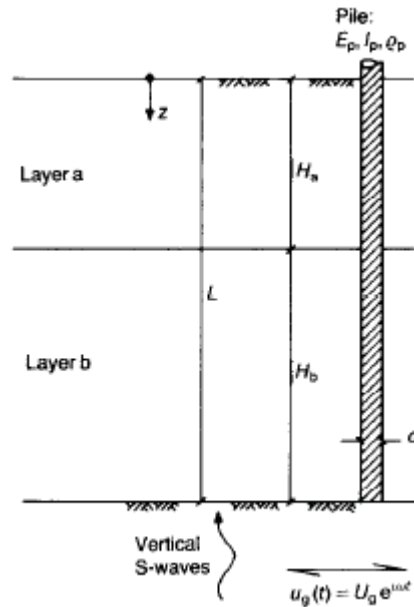
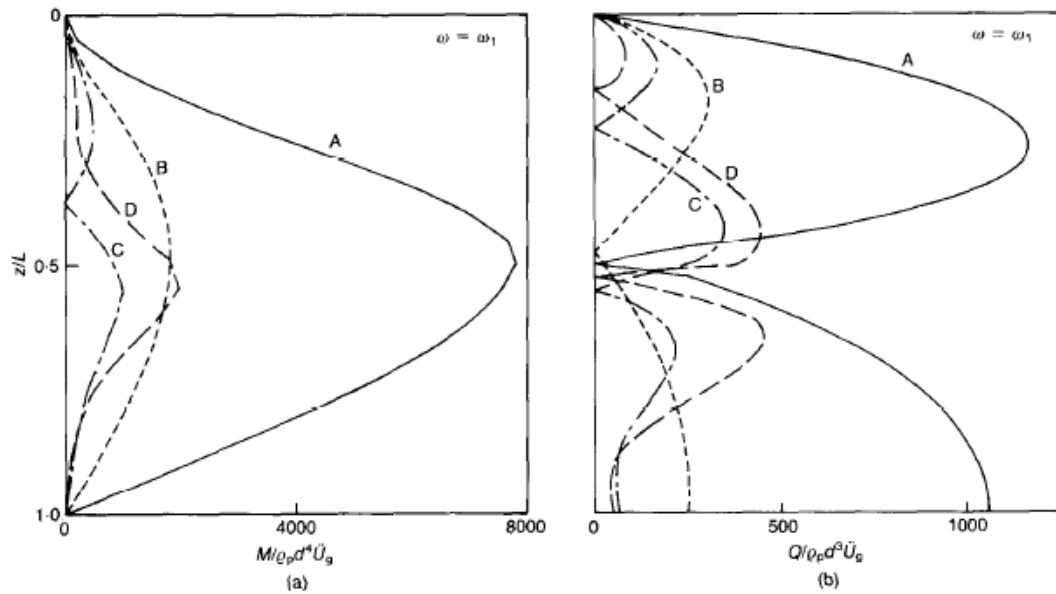


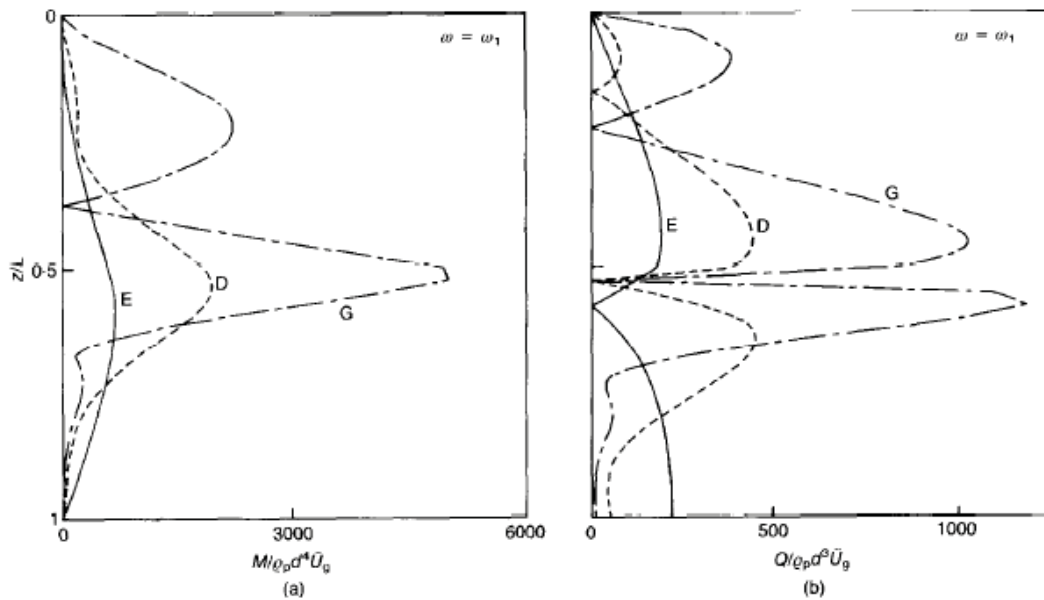
Figura 2.4 – Profilo di terreno a due strati analizzato da Kavvadas e Gazetas (1993).

I risultati sono stati presentati in termini di momento flettente e taglio in forma normalizzata, calcolati per diversi valori del rapporto tra la velocità delle onde di taglio dei due strati di terreno  $V_b/V_a$  (figure 2.5a e b) e della snellezza del palo  $L/d$  (figure 2.6a e b), e con la frequenza dell'input coincidente con la frequenza naturale del deposito di terreno ( $\omega = \omega_1$ ).

Come è possibile evincere dai grafici, i valori maggiori di momento flettente cinematico si registrano in prossimità dell'interfaccia meccanica (in accordo agli studi antecedenti e successivi a questo, condotti da altri Autori), mentre risultano nulli in testa come ci si aspettava, essendo il palo libero di ruotare.



**Figura 2.5** – Distribuzione del momento flettente e del taglio per diversi valori del rapporto tra le velocità delle onde di taglio degli strati  $V_b/V_a$ , mantenendo fissa la snellezza del palo  $L/d=20$  (Kavvadas e Gazetas, 1993).



**Figura 2.6** – Distribuzione del momento flettente e del taglio per diversi valori della snellezza del palo  $L/d$ , mantenendo fisso il rapporto tra le velocità delle onde di taglio degli strati  $V_b/V_a = 3$  (Kavvadas e Gazetas, 1993).



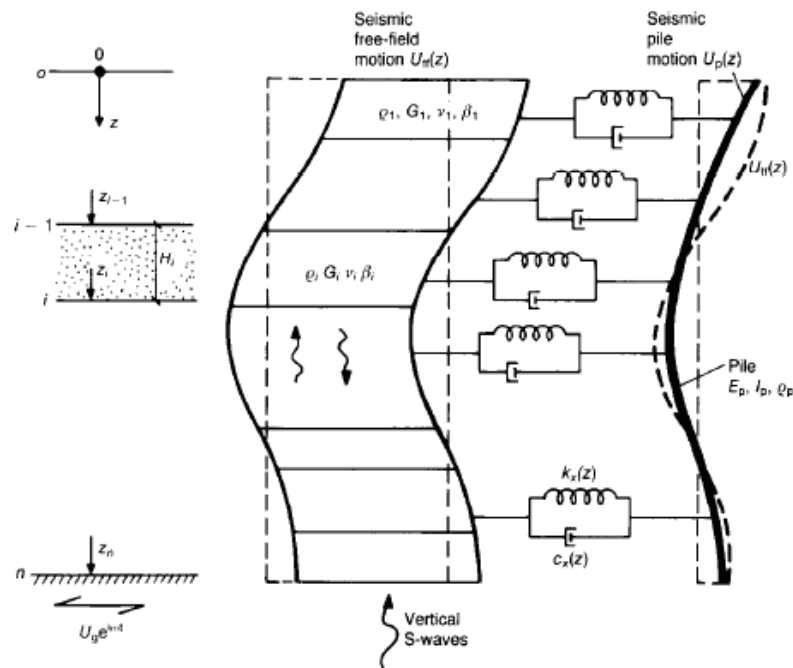


Figura 2.7 - Modello palo-terreno per un deposito multistrato (Kavvadas e Gazetas, 1993).

Nel modello semplificato proposto dagli Autori (figura 2.7) si assume che il terreno che circonda il palo abbia un comportamento di tipo *freefield*, ovvero che esso non risenta della presenza del palo ammorsato (le onde di taglio *S* si propagano verticalmente senza subire fenomeni di rifrazione e riflessione) ad eccezione della zona di interazione palo-terreno (l'interfaccia nello specifico), in corrispondenza della quale invece si registra una reciproca influenza palo-deposito.

Il campo di spostamenti  $u_{ff}(z,t)$  del deposito di terreno in condizioni di campo libero viene determinato in maniera analitica in una prima fase, utilizzando la teoria della propagazione monodimensionale delle onde di taglio ed assumendo per il terreno un comportamento isteretico lineare.

Successivamente si passa al calcolo della risposta del palo modellando la zona di interazione palo-terreno attraverso una distribuzione continua di molle

## Capitolo 2

orizzontali e smorzatori viscosi disposti in parallelo, aventi rispettivamente rigidità  $k_x$  e viscosità  $c_x$ .

L'insieme di questi dispositivi che modellano l'interazione è caratterizzato dalla costante di Winkler, definita come il rapporto tra la forza per unità di lunghezza e lo spostamento, ed espressa come segue:

$$S_x = k_x + i \cdot \omega \cdot c_x \quad (2.26.)$$

Questa espressione, dipendente dalla frequenza, è definita impedenza complessa.

All'interno di essa la rigidità delle molle  $k_x$ , indipendente dalla frequenza, è espressa come multiplo del modulo di elasticità normale del conio di terreno attraverso un coefficiente  $\delta$  :

$$k_x \approx \delta \cdot E \quad (2.27.)$$

$\delta$  è stato ricavato da Kavvadas e Gazetas (1993) per il caso di depositi stratificati:

$$\delta = \frac{2}{1-\nu_s^2} \left( \frac{E_a d^4}{E_p I_p} \right)^{\frac{1}{8}} \left( \frac{L}{d} \right)^{\frac{1}{8}} \left( \frac{H_a}{H_b} \right)^{\frac{1}{12}} \left( \frac{V_a}{V_b} \right)^{\frac{1}{15}} \quad (2.28.)$$

in cui  $\nu_s$  rappresenta il coefficiente di Poisson del terreno;  $d$  il diametro del palo e gli altri termini sono facilmente intuibili attraverso la figura 2.4.

Nel caso in cui ci si trovi in presenza di palo a sezione circolare immerso in un terreno omogeneo la relazione (2.28) si semplifica, ottenendo:

$$\delta = \frac{3}{1-\nu_s^2} \left( \frac{E}{E_p} \right)^{\frac{1}{8}} \left( \frac{L}{d} \right)^{\frac{1}{8}} \quad (2.29.)$$

Per quanto riguarda la viscosità degli smorzatori, essa include sia il contributo dello smorzamento isteretico del terreno che quello dello smorzamento radiativo.

Tale proprietà è espressa dalla relazione algebrica (Roesset e Angelides 1980; Krishnan et al., 1983; Gazetas e Dobry 1984a, 1984b):

$$c_x \cong (c_x)_{\text{radiativo}} + (c_x)_{\text{isteretico}} \quad (2.30.)$$

che Kavvadas e Gazetas (1993) hanno tradotto nell'espressione:

$$c_x = 2d\rho_s V_s \left[ 1 + \left( \frac{V_c}{V_s} \right)^{\frac{5}{4}} \right] a_0^{-\frac{1}{4}} + 2k_x \frac{\beta_s}{\omega} \quad (2.31.)$$

all'interno della quale  $\rho_s$  e  $\beta_s$  sono rispettivamente la densità e il rapporto di smorzamento isteretico del deposito di terreno;  $a_0$  è la frequenza adimensionalizzata espressa dalla relazione:

$$a_0 = \frac{\omega d}{V_s} \quad (2.32.)$$

e  $V_c$  è la velocità apparente delle onde di compressione (introdotta da Gazetas e Dobry, 1984a, 1984b):

$$V_c = \frac{3,4 \cdot V_s}{\pi(1-\nu)} \quad (2.33.)$$

a tutte le profondità per cui è valida la limitazione  $z \geq 2,5 d$ .

In prossimità della superficie gli Autori assumono, invece:

$$V_c = V_s \quad (2.34.)$$

I supporti dei dispositivi caratterizzanti l'interazione risultano da una parte eccitati dal campo di spostamenti *freefield*  $u_{ff}(z, t)$ , mentre dall'altra sono connessi al palo, sul quale inducono il campo di spostamenti orizzontali  $u_p(z, t)$ , generando momenti flettenti e azioni di taglio.

L'equazione differenziale dalla quale si ottiene il campo di spostamenti del palo  $u_p(z, t)$ , risulta essere:

$$E_p I_p \frac{\partial^4 u_p}{\partial z^4} + m_p \frac{\partial^2 u_p}{\partial t^2} = S_x (u_{ff} - u_p) \quad (2.35.)$$

Una volta ottenuti gli spostamenti del palo è possibile ricavare l'andamento delle sollecitazioni lungo il palo stesso.

Nella metodologia BNWF ricade lo studio condotto da **Conte e Dente (1989)**: la non linearità è presa in conto attraverso l'uso delle curve  $p-y$ , considerando per il terreno il legame costitutivo di Ramberg-Osgood (come era già stato fatto dagli stessi Autori in uno studio di interazione dinamica completa; cfr Conte e Dente, 1988).

Gli Autori hanno analizzato un banco di terreno omogeneo all'interno del quale è presente una lente a differente rigidità, con lo scopo di osservare come questa presenza incida sullo stato di sollecitazione di un palo vincolato in testa (vincolo modellato con un doppio pendolo).

I valori delle varie grandezze utilizzate sono riportati in figura 2.8.

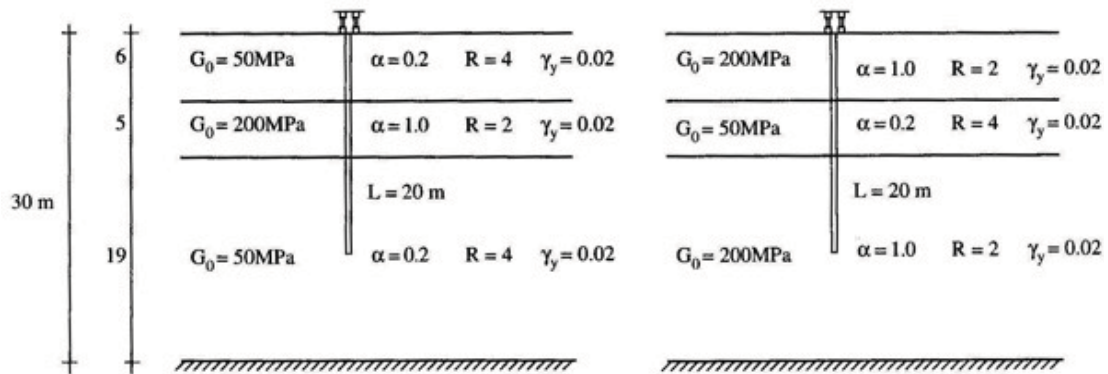


Figura 2.8 - Depositi di terreno con lente dura (a) e soffice (b) (Conte e Dente, 1989).

L'input sismico utilizzato è rappresentato dall'accelerogramma di Bagnoli Irpino scalato a 0,1g. Osservando i risultati diagrammati in termini di momento flettente cinematico (figura 2.9) è possibile trarre delle interessanti conclusioni:

- confrontando gli andamenti nel caso di deposito omogeneo con quelli di deposito all'interno del quale è presente una lente a differente rigidezza (linea con simbolo a forma di triangolo), questi ultimi presentano un notevole incremento in corrispondenza delle interfacce tra gli strati;
- quando la lente ha una rigidezza più bassa di quella del deposito (figura 2.9b), questi valori aumentano sensibilmente rispetto al caso in cui la lente ha una rigidezza superiore (figura 2.9a).

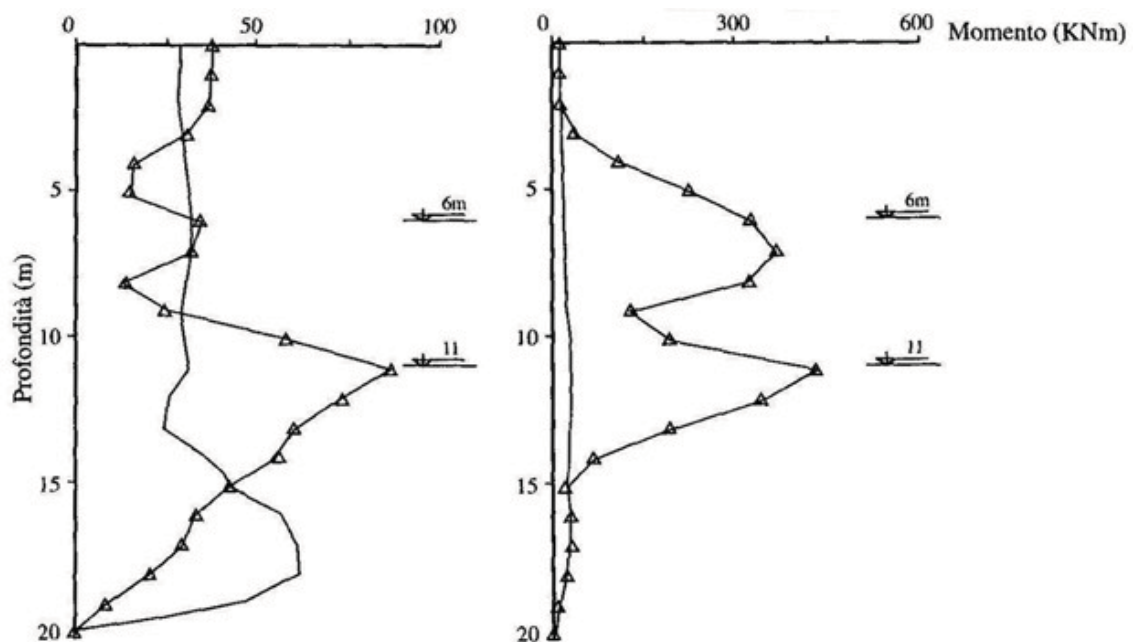


Figura 2.9 - Momenti massimi nel caso di inclusione di terreno duro (a) e soffice (b) (Conte e Dente, 1989).

El Naggari e Novak (1996) hanno realizzato un modello per la risposta laterale dei pali ai carichi dinamici transitori ed armonici, considerando il comportamento non lineare del terreno, le condizioni di discontinuità all'interfaccia palo-terreno e la dissipazione di energia attraverso diversi tipi di smorzamento.

L'approccio è usato al fine di stabilire la rigidezza lineare equivalente e i parametri di smorzamento dei pali singoli, così come i fattori di interazione dinamica per l'analisi non lineare approssimata dei pali di gruppo.

Basandosi sulle ipotesi di Winkler, il terreno è suddiviso in un certo numero di strati orizzontali il cui comportamento si assume essere non lineare. I pali sono divisi in segmenti aventi lo stesso numero e la stessa lunghezza degli strati di terreno.

L'analisi è formulata nel dominio del tempo per facilitare la modellazione del comportamento non lineare e delle condizioni di discontinuità.

In ogni strato il terreno è diviso in due parti:

- la prima è un modello di campo all'interno del quale è confinata la non linearità;
- la seconda è un modello che rappresenta la propagazione delle onde lontano dal palo.

In questa modellazione (figura 2.10) le reazioni del terreno in entrambi i lati del palo sono modellate separatamente per rappresentare lo stato di sforzo e le condizioni di discontinuità di ambo i lati a seconda della direzione di carico.

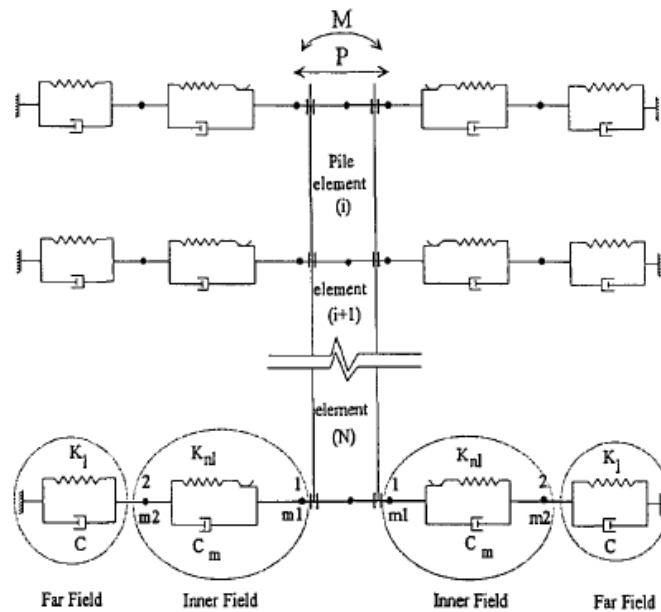


Figura 2.10 – Elementi del modello proposto per l'analisi dinamica non lineare (El Naggar e Novak, 1996).

## Capitolo 2

La reazione del terreno del campo più interno è modellata attraverso un molla non lineare, la cui rigidezza è calcolata utilizzando la soluzione ottenuta da Novak e Sheta (1980):

$$k_{nl} = \frac{8\pi G_m (1-\nu)(3-4\nu) \left[ (r_0/r_1)^2 + 1 \right]}{(r_0/r_1)^2 + (3-4\nu)^2 \left[ (r_0/r_1)^2 + 1 \right] \ln(r_0/r_1) - 1} \quad (2.36.)$$

nella quale  $r_0$  e  $r_1$  sono, rispettivamente, il raggio più interno e più esterno e  $\nu$  è il coefficiente di Poisson dello strato di terreno.

$G_m$  è il modulo di taglio modificato, calcolato in accordo al livello di tensione e assumendo costante  $\nu$ :

$$G_m = G_{\max} (1 - \eta) \quad (2.37.)$$

in cui  $G_{\max}$  è il modulo di elasticità tangenziale iniziale dello strato di terreno;  $\eta$  è un rapporto definito come  $\eta = P/P_u$ , dove  $P$  è la forza orizzontale in corrispondenza della molla e  $P_u$  è la resistenza ultima della molla, calcolata utilizzando le relazioni fornite dall'API (*American Petroleum Institute*).

Per le argille, la resistenza ultima è fornita in termini di forza per unità di lunghezza attraverso le seguenti equazioni:

$$P_u = 3c_u d + \gamma X d + J c_u X \quad \text{per } X \leq X_R \quad (2.38.)$$

$$P_u = 9c_u d \quad \text{per } X > X_R \quad (2.39.)$$

$c_u$  è la resistenza a taglio non drenata;  $d$  è il diametro del palo;  $\gamma$  è il peso dell'unità di volume del terreno efficace;  $J$  è un coefficiente empirico (0,25 ÷ 0,5);  $X$  è la profondità al di sotto della superficie e  $X_R$  è la profondità della



zona a resistenza ridotta, la quale può essere determinata risolvendo simultaneamente le equazioni (2.38) e (2.39).

Per le sabbie, la resistenza laterale alle basse profondità ( $P_{u1}$ ) o a quelle elevate ( $P_{u2}$ ) è data da:

$$P_{u1} = A \left\{ \gamma X \left[ \frac{K_0 X \tan \phi \sin \beta}{\tan(\beta - \phi) \cos \alpha} + \frac{\tan \beta}{\tan(\beta - \phi)} \times (d + X \tan \beta \tan \alpha) + \right. \right. \\ \left. \left. + K_0 X \tan \beta (\tan \phi \sin \beta - \tan \alpha) - K_a d \right] \right\} \quad (2.40.)$$

$$P_{u2} = A \gamma X d \left[ K_a (\tan^8 \beta - 1) + k_0 \tan \phi \tan^4 \beta \right] \quad (2.41.)$$

In queste espressioni  $A$  è un fattore empirico che dipende dalla profondità rispetto alla superficie di terreno;  $K_0$  è il coefficiente di spinta a riposo (preso pari a 0,4);  $\phi$  è l'angolo di resistenza al taglio della sabbia;  $\beta = \phi/2 + 45^\circ$ ;  $\alpha = \phi/2$ ;  $K_a$  è il coefficiente di spinta attiva di Rankine, definito come  $K_a = \tan^2(45^\circ - \phi/2)$ .

Il campo più esterno è modellato attraverso una molla e uno smorzatore le cui costanti derivano dalla soluzione fornita da Novak et al. (1978), e in questo approccio assunte indipendenti dalla frequenza:

$$K_1 = G S_{u1}(\nu) \quad (2.42.)$$

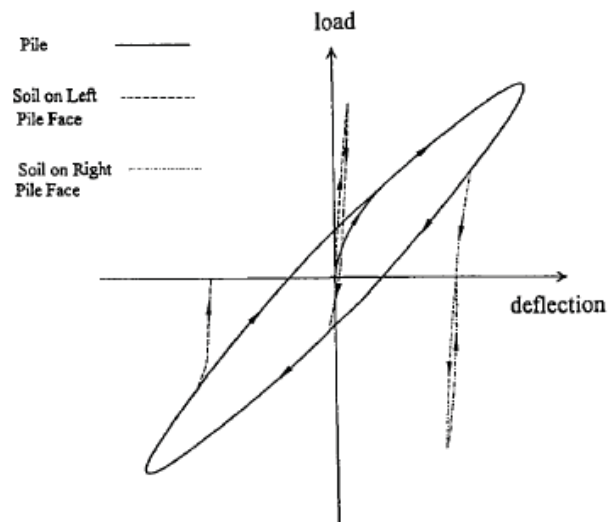
$$c = \frac{2 G r_0}{V_s} S_{u2}(a_0 = 0,5; \nu) \quad (2.43.)$$

dove  $a_0 = \omega r_0 / V_s$  è la frequenza adimensionalizzata e  $S_{u1}$  e  $S_{u2}$  sono scelti considerando il coefficiente di Poisson dello strato di terreno e la frequenza dominante adimensionalizzata  $a_0$ .

Le condizioni di discontinuità del moto tra il palo e il terreno sono causate dallo slittamento e dalla separazione all'interfaccia palo-terreno.

Al fine di rappresentare queste condizioni in maniera corretta, le reazioni del terreno al moto del palo su entrambi i lati sono modellate separatamente, come mostrato in figura 2.10.

La figura 2.11 invece mostra la curva carico-deformazione per un nodo del palo posto nella parte più alta di esso - dove si ha la separazione palo-terreno - così come i corrispondenti spostamenti orizzontali dei nodi del terreno su entrambi i lati del palo.



**Figura 2.11** - Curva carico-deformazione con separazione palo-terreno (El Naggar e Novak, 1996).

Il palo si assume verticale, a comportamento elastico, e viene suddiviso in un certo numero di elementi, ciascuno dei quali presenta una sezione trasversale circolare. La matrice di rigidità strutturale di ogni concio è definita attraverso la matrice di rigidità flessionale quattro per quattro.

Le equazioni del moto per il campo più interno, le quali esprimono l'equilibrio tra le masse  $m_1$  e  $m_2$ , sono le seguenti:

$$m_1 \ddot{u}_1 + c_m (\dot{u}_1 - \dot{u}_2) + K_{nl} (u_1 - u_2) = P_1 \quad (2.44.)$$

$$m_2 \ddot{u}_2 + c_m (\dot{u}_1 - \dot{u}_2) + K_{nl} (u_1 - u_2) = P_2 \quad (2.45.)$$

$m_1$  e  $m_2$  rappresentano la massa del campo considerato e, nel particolare, la prima (una metà della massa totale) è quella del nodo 1, adiacente al palo; la seconda è quella del nodo 2, adiacente al campo più esterno (come mostrato in figura 2.10.);  $u_1$  e  $u_2$  sono gli spostamenti dei nodi 1 e 2;  $P_1$  è la forza nella molla non lineare, che include anche la pressione di confinamento;  $P_2$  è la resistenza del terreno al nodo 2;  $c_m$  è lo smorzamento materiale nel campo considerato.

L'equazione del moto per il campo più esterno è la seguente:

$$c \dot{u}_2 + K_1 u = -P_2 + P \quad (2.46.)$$

dove  $P$  è la forza trasmessa attraverso il terreno da palo a palo.

Introducendo la congruenza e l'equilibrio tra il campo più esterno e il campo più interno, si ha:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} P_1 \\ 0 \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_m m_1 + A_c c_m + K_{nl} & -K_{nl} - A_c c_m \\ -K_{nl} - A_c c_m & K_{nl} + A_m m_2 + A_c c_t + K_l \end{bmatrix} \\ &\times \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 - P \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2.47.)$$

in cui  $c_t = c + c_m$  è lo smorzamento totale;  $A_m$  e  $A_c$  sono delle costanti di integrazione numerica rispettivamente per l'inerzia e per lo smorzamento;  $\delta_1$  e  $\delta_2$  sono la somma delle forze d'inerzia e delle reazioni del terreno ai nodi 1 e 2.

## Capitolo 2

Si precisa che le equazioni dalla (2.44) alla (2.47) sono valide per i nodi del terreno su entrambi i lati del palo.

I parametri di rigidezza e smorzamento sono stati calcolati per pali in acciaio tubolare aventi un diametro esterno di 1,45 m e una profondità di penetrazione di 50 m.

A causa dell'effetto combinato delle rigidezze assiali e flessionali del palo, prima sono ricavate le rigidezze complesse per i casi assiali, flessionali e accoppiati, e successivamente la matrice di rigidezza complessa due per due viene invertita al fine di ottenere la matrice di rigidezza del palo, la cui parte reale rappresenta appunto la rigidezza, mentre la parte immaginaria rappresenta lo smorzamento.

I vari termini sono definiti usando una forza orizzontale unitaria o una coppia unitaria applicati in testa al palo, i quali consentono di ricavare gli spostamenti e le rotazioni corrispondenti, come rappresentato in figura 2.12 (dove sono indicati anche i conseguenti fattori di interazione tra i pali).

Per tener conto della non linearità, in testa al palo sono applicati un carico o momento armonici (di ampiezza  $P$  o  $M$ ), a partire da zero, e la risposta è calcolata per il numero di cicli necessario alla stabilizzazione dell'input.

A titolo di esempio si riporta la figura 2.13, in cui sono rappresentate le costanti di rigidezza e smorzamento per profili di terreno ad andamento lineare e velocità delle onde di taglio pari a  $V_s = 100 \text{ m/s}$ .

Dai grafici si evince che all'aumentare del rapporto  $P/P_u$ , le costanti di rigidezza assiale e flessionale diminuiscono lentamente, ma al superamento del valore  $P/P_u = 0,4$  si registra un'improvvisa e sostanziale riduzione della rigidezza.

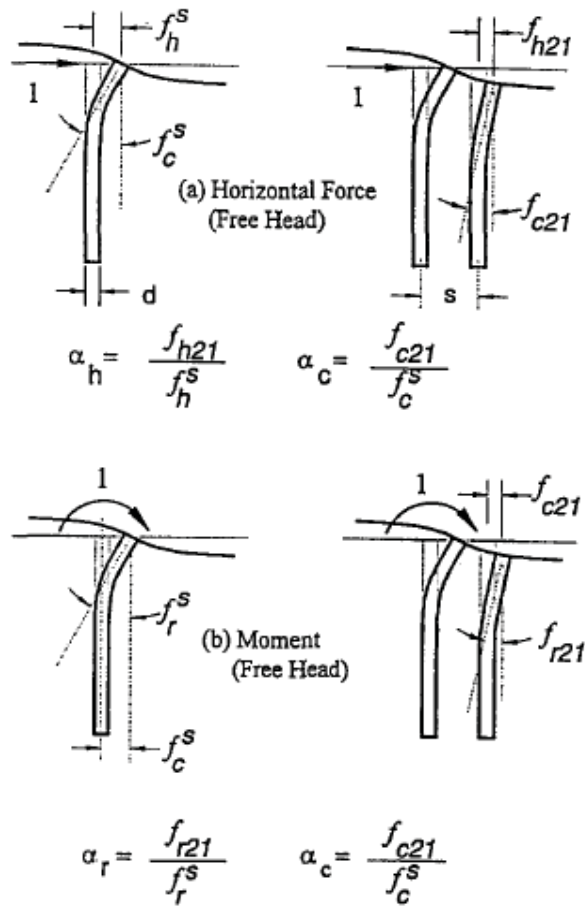


Figura 2.12 – Fattori di interazione (El Naggar e Novak, 1996).

La caduta dello smorzamento risulta più pronunciata alle alte frequenze. Questa caduta è da addursi alla diminuzione dello smorzamento radiativo come conseguenza del gapping all'interfaccia palo-terreno.

Da questo studio è possibile asserire che la non-linearità riduce sia la rigidità che lo smorzamento dei pali singoli e di gruppo, così come l'ampiezza dei fattori di interazione tra i pali, mentre la differenza di fase oscilla ma può ancora essere considerata costante.

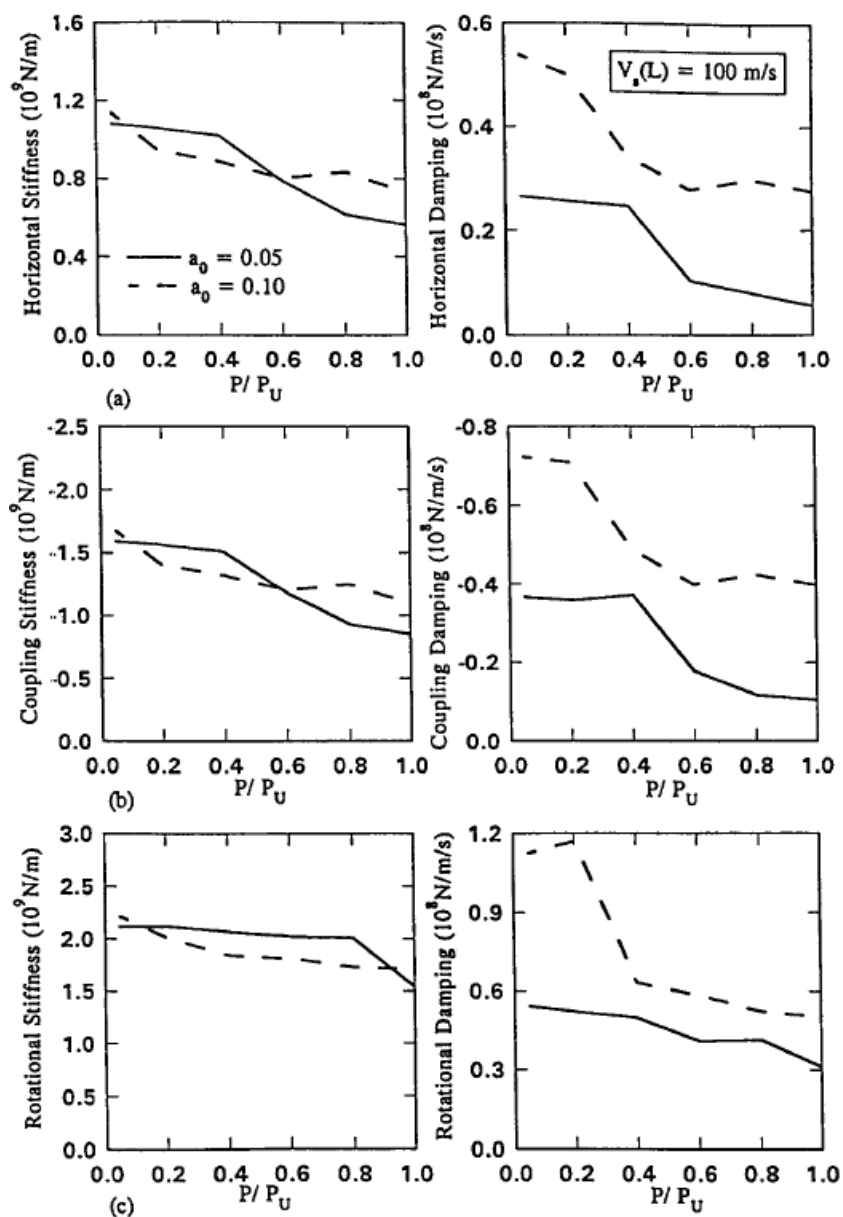
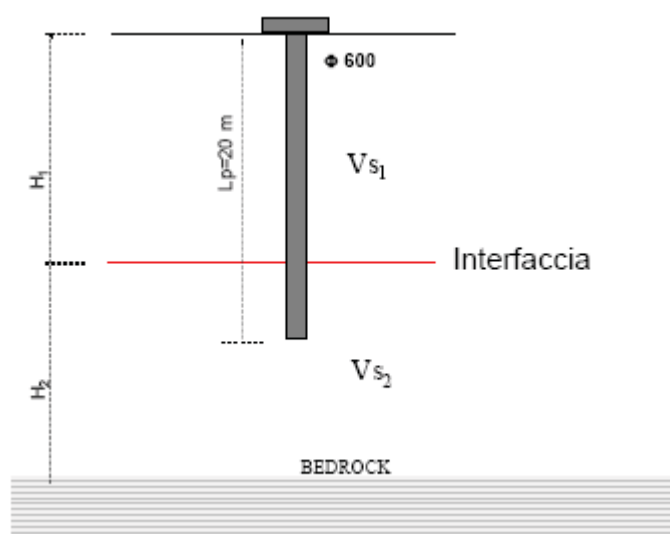


Figura 2.13 – Rigidezze e smorzamenti lineari equivalenti per pali singoli in depositi di terreno omogenei (El Naggar e Novak, 1996).

Questi effetti risultano più pronunciati nei terreni più densi o nei pali più flessibili come quelli tipici delle strutture offshore.

In occasione dell'*Incontro Annuale dei Ricercatori di Geotecnica* tenutosi a Salerno nel 2007 (IARG, 2007), **Sica e Simonelli** hanno presentato uno studio parametrico condotto sullo schema di figura 2.13: il palo singolo, impedito di ruotare in testa, attraversa un deposito di terreno a doppio strato.



**Figura 2.14** – Schema utilizzato nell'analisi parametrica (Sica e Simonelli, 2007).

Lo spessore dello strato superiore di terreno è mantenuto costante, mentre variano sia lo spessore dello strato inferiore che le velocità delle onde di taglio di entrambi gli strati in maniera tale che il rapporto  $V_{s2}/V_{s1}$  spazi tra 2 e 4 e che il terreno ricada nelle categorie di sottosuolo "C" e "D" (si veda la tabella 2.1).

Tabella 2.1 – Casi analizzati da Sica e Simonelli (2007).

Scheme	H <sub>1</sub> (m)	H <sub>2</sub> (m)	V <sub>1</sub> (m/s)	V <sub>2</sub> (m/s)	f <sub>1</sub> (Hz)	V <sub>2</sub> /V <sub>1</sub>	V <sub>s, 30</sub> (m/s)	Soil type EC8
S <sub>1</sub>	15	15	100	200	1.34	2.0	133	D
			100	300	1.54	3.0	150	
			100	400	1.61	4.0	160	
			150	300	2.00	2.0	200	C
			150	400	2.22	2.7	218	
			150	600	2.40	4.0	240	
S <sub>2</sub>	15	30	100	200	1.05	2.0	133	D
			100	300	1.34	3.0	150	
			100	400	1.51	4.0	160	
			150	300	1.58	2.0	200	C
			150	400	1.90	2.7	218	
			150	600	2.29	4.0	240	
S <sub>3</sub>	15	6	100	200	1.54	2.0	160	D
			100	300	1.64	3.0	169	
			100	400	1.68	4.0	174	
			150	300	2.29	2.0	235	C
			150	400	2.39	2.7	245	
			150	600	2.47	4.0	255	

Il metodo di analisi utilizzato è quello proposto da Mylonakis et al. (1997). Le analisi sono state condotte nel dominio delle frequenze; i risultati sono stati successivamente trasformati nel dominio del tempo attraverso la trasformata di Fourier.

Le registrazioni accelerometriche utilizzate sono state scalate a 0,35g, che è il valore di accelerazione massima previsto per la zona 1 (secondo OPCM 3274 e 3519).

Nelle figure 2.15 e 2.16 si riportano gli andamenti dei momenti flettenti relativi allo schema di terreno per il quale  $H_1 = H_2 = 15 m$ ; al loro interno sono evidenziate in grigio tre zone che corrispondono al range di variazione del momento di plasticizzazione di un palo in calcestruzzo armato, calcolato per i valori tipici dell'armatura di una sezione  $\phi 600$  e dello sforzo normale agente nel palo.



I risultati mostrano che:

- il momento flettente aumenta in corrispondenza dell'interfaccia tra i due strati a differente rigidezza all'aumentare del rapporto  $V_{s2}/V_{s1}$ , per entrambe le categorie di sottosuolo;
- i valori dei momenti sia all'interfaccia che in testa al palo sono più elevati per sottosuolo di tipo "D";
- il massimo momento cinematico all'interfaccia è poco affetto dalla profondità del terreno al di sotto della punta del palo.

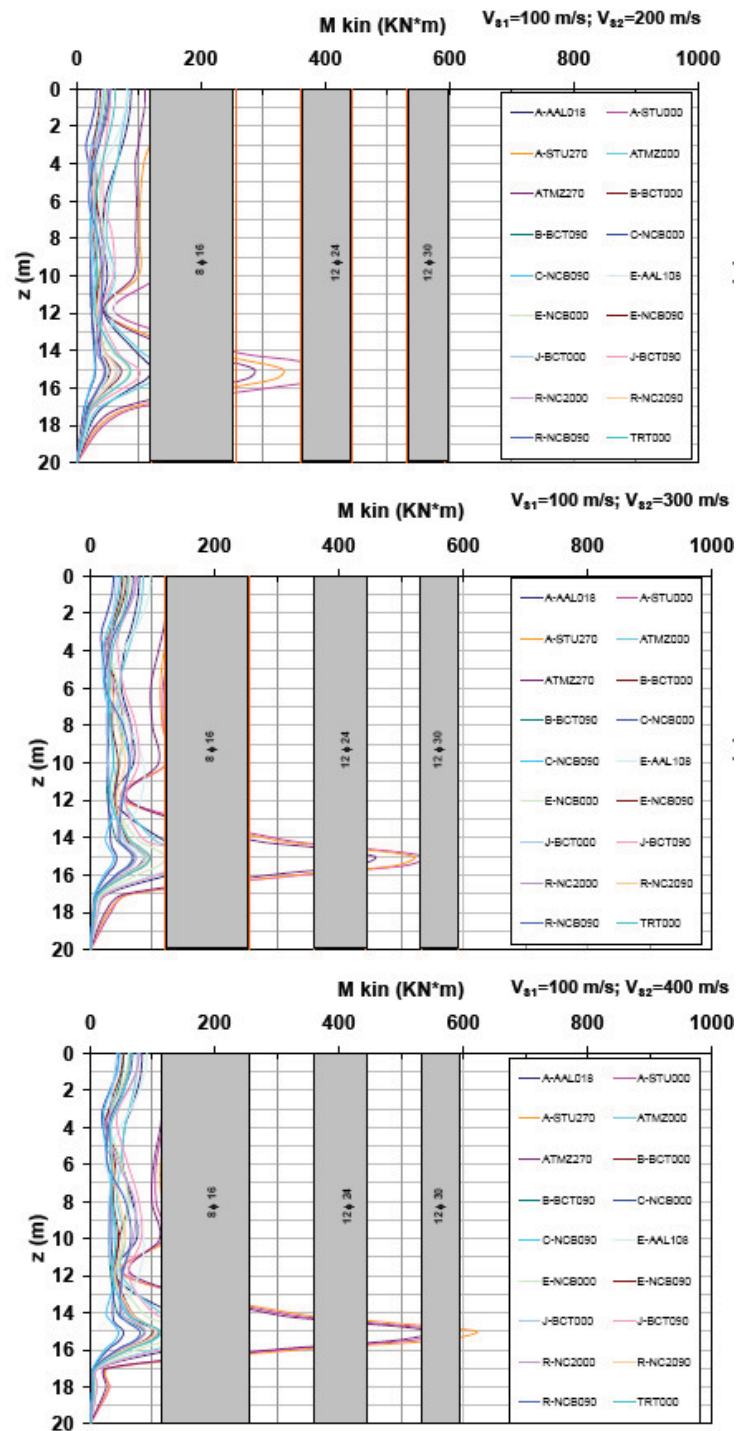


Figura 2.15 – Involuppo dei momenti flettenti per terreno di tipo “D” (Sica e Simonelli, 2007).

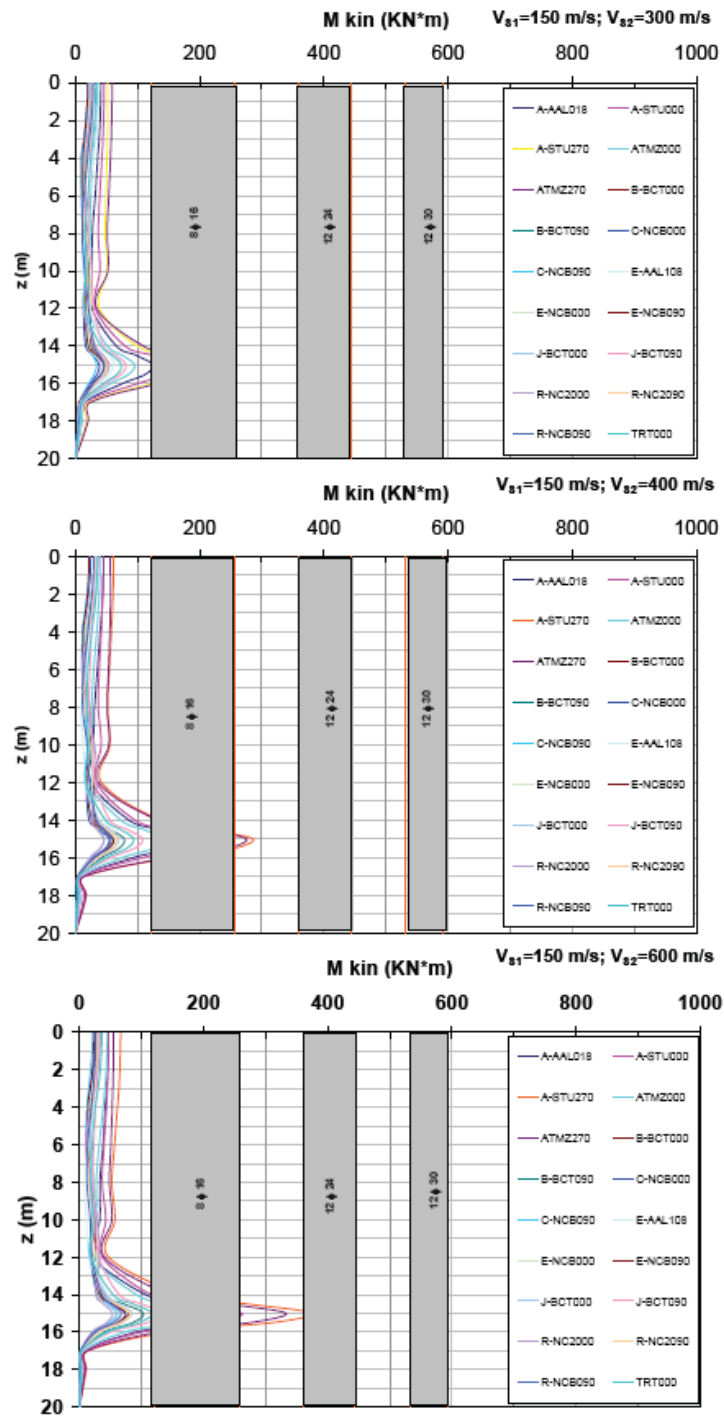


Figura 2.16 – Involuppo dei momenti flettenti per terreno di tipo “C” (Sica e Simonelli, 2007).

L'unità operativa dell'Università della Calabria ha sviluppato alcune metodologie per lo studio dell'interazione cinematica palo-terreno. La prima è un modello al continuo formulato sulla base del metodo delle matrici di rigidità (Samuelsson e Zienkiewicz, 2006).

Questo metodo (Cairo e Dente, 2007) è una formulazione ibrida di tipo FEM-BEM che permette di tenere in conto gli effetti dell'eterogeneità del sottosuolo e delle caratteristiche delle onde incidenti. L'analisi viene condotta nel dominio delle frequenze, considerando il sistema a comportamento visco-elastico.

Si considera un palo immerso in un terreno stratificato orizzontalmente, ed eccitato da onde di taglio piane che si propagano dalla base del deposito con legge armonica (figura 2.17). Il palo è suddiviso in un certo numero di elementi.

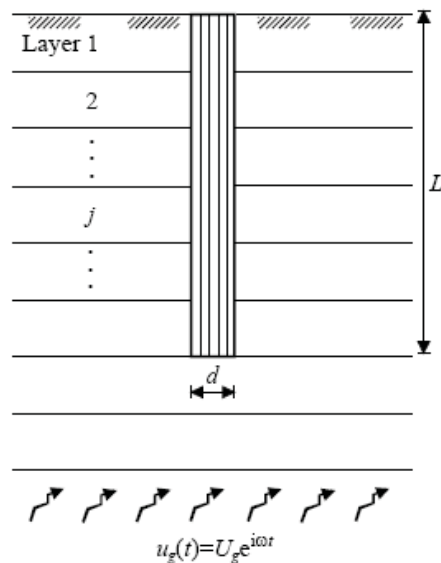


Figura 2.17 – Palo singolo su deposito stratificato, eccitato da un'armonica (Cairo e Dente, 2007)

L'equilibrio del sistema palo-terreno viene descritto attraverso l'espressione:

$$([K_p] + [K_s] - \omega^2 [M_p]) \{u_p\} = [K_s] \{u_f\} - \{P_f\} \quad (2.48.)$$

in cui  $[K_p]$  e  $[M_p]$  rappresentano, rispettivamente, la matrice di rigidezza e la matrice di massa del palo;  $[K_s]$  è la matrice di rigidezza dinamica del terreno, ricavabile tramite la procedura di Foinquinos e Roësset (2000);  $\omega$  è la frequenza circolare del moto;  $\{u_p\}$  è il vettore degli spostamenti e delle rotazioni dei nodi del palo;  $\{u_f\}$  rappresenta il moto di freefield e  $\{P_f\}$  è il vettore dei carichi.

Al fine di verificare l'accuratezza del metodo sono stati effettuati alcuni confronti con soluzioni presenti in letteratura:

- 1) Primo studio - palo singolo immerso in un suolo omogeneo, libero in testa e incastrato in testa. Sono stati calcolati i fattori di spostamento e rotazione cinematica secondo le espressioni:

$$I_u = |U_p| / |U_{f0}| \quad (2.49.)$$

$$I_\phi = |\Phi_p| d / |U_{f0}| \quad (2.50.)$$

e sono stati confrontati con la soluzione ottenuta da Ahmad et al. (2007) tramite un metodo BDWF (figura 2.18). E' stato riscontrato che i risultati sono in buon accordo per valori della frequenza adimensionalizzata  $a_0$  mediamente fino a 0,15 nel caso di palo libero e di 0,13 nel caso di palo incastrato in testa.

- 2) Secondo studio – palo singolo libero in testa immerso in un deposito a due strati, esaminando diversi casi che si differenziano gli uni dagli altri per l'uso di determinati valori del contrasto di rigidezza e della snellezza del palo (citati in figura 2.19). I momenti ricavati sono stati

raffrontati con lo studio di Kavvadas e Gazetas (1993): come è possibile dedurre dai risultati ottenuti (figura 2.19), i maggiori momenti si registrano quando la frequenza dell'input sismico coincide con quella naturale del deposito ( $\omega = \omega_1$ ).

- 3) Terzo studio – palo singolo incastrato in testa e soggetto ad accelerogrammi reali scalati a 0,10g. Il confronto è stato operato con il metodo di Nikolaou e Gazetas (1997). Dalla figura 2.20, in cui è riportato l'involuppo del momento massimo nel dominio del tempo, è possibile constatare come i risultati ottenuti con i due metodi siano in buon accordo.

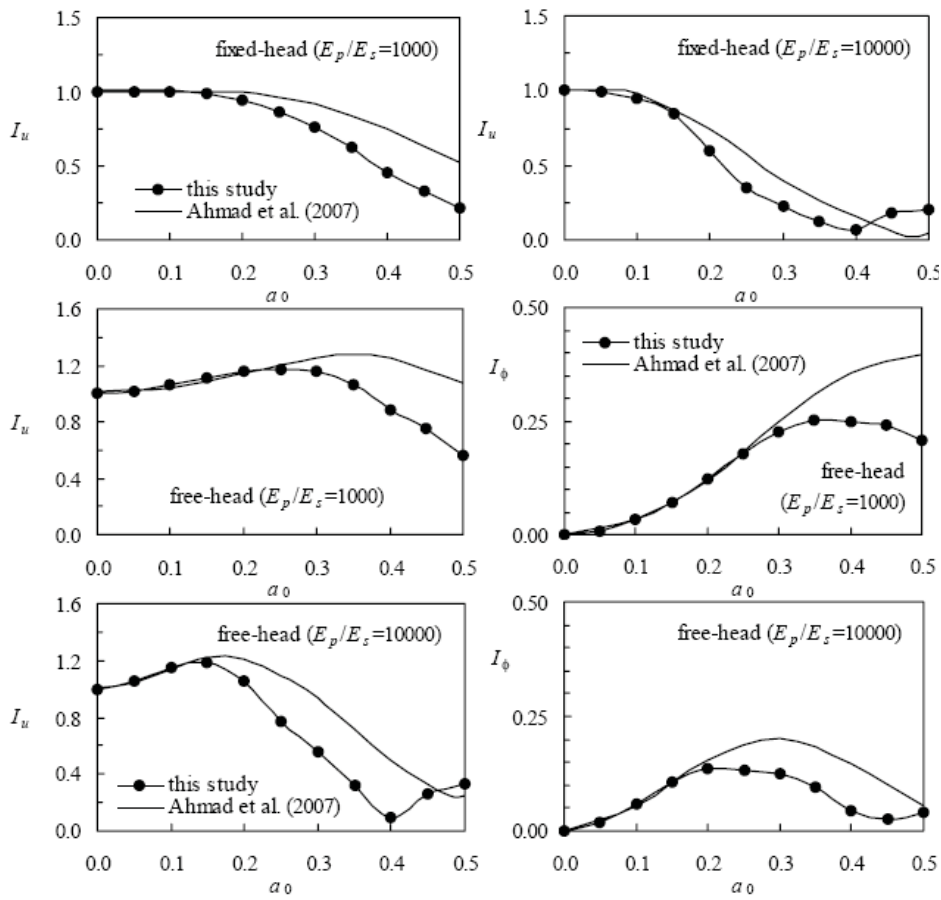


Figura 2.18 - Fattori di interazione cinematica (Cairo e Dente, 2007).

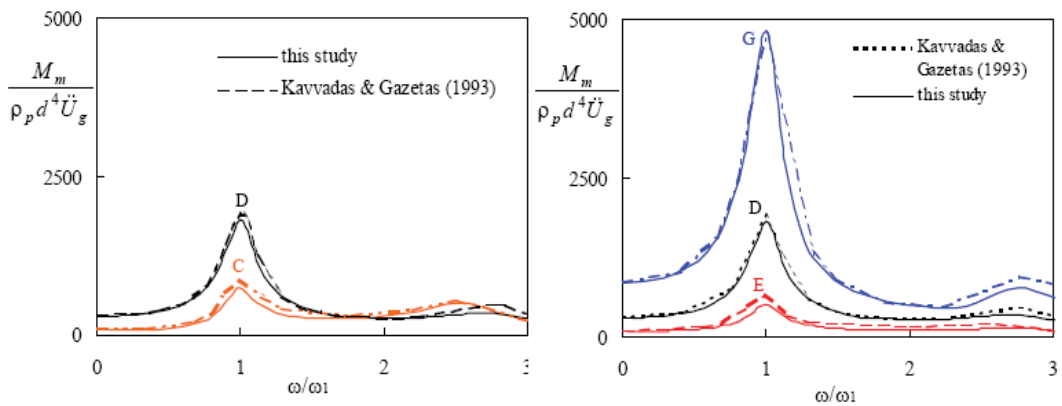


Figura 2.19 - Ampiezza dei momenti flettenti massimi adimensionalizzati calcolati per diversi valori del contrasto di rigidità del terreno e della snellezza del palo: (C)  $L/d=20$ ,  $V_{s2}/V_{s1}=1,73$ ; (D)  $L/d=20$ ,  $V_{s2}/V_{s1}=3$ ; (E)  $L/d=10$ ,  $V_{s2}/V_{s1}=3$ ; (G)  $L/d=40$ ,  $V_{s2}/V_{s1}=3$  (Cairo e Dente, 2007).

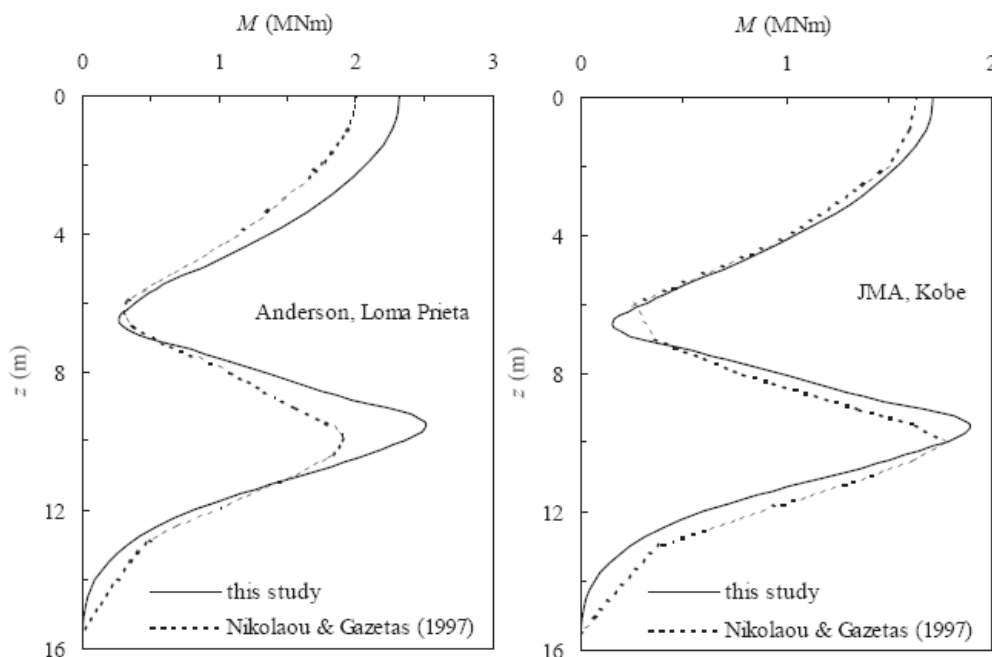


Figura 2.20 - Involuppo dei momenti flettenti (Cairo e Dente, 2007).

La seconda metodologia (Cairo et al., 2008) è una rivisitazione di un metodo di calcolo sviluppato da Conte e Dente (1988, 1989) per l'analisi sismica di un palo immerso in un deposito di terreni stratificati poggiante su un substrato più rigido. L'input sismico, applicato alla base del deposito, è costituito da onde di taglio che si propagano verticalmente.

Per la schematizzazione del palo si usa il modello di trave immersa in un mezzo alla Winkler (figura 2.21), con curve  $p-y$  (che legano la pressione del terreno allo spostamento del palo) ricavate assumendo per il terreno un comportamento elastico lineare, visco-elastico, oppure non lineare e isteretico descritto dal modello di Ramberg-Osgood, la cui equazione costitutiva è data da:



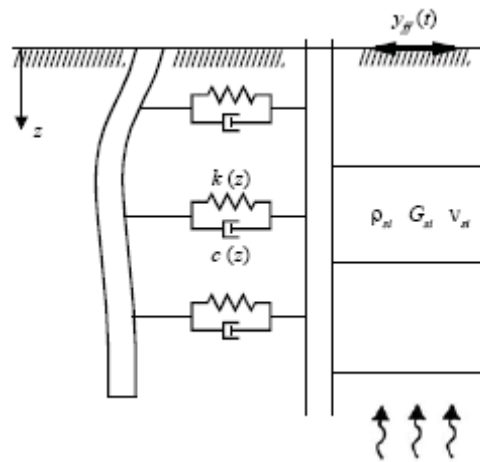


Figura 2.21 - Modellazione di tipo BDWF usata da Cairo et al. (2008).

$$\frac{\gamma}{\gamma_y} = \frac{\tau}{\tau_y} + \alpha \left( \frac{\tau}{\tau_y} \right)^R \quad (2.51.)$$

Nella (2.51)  $\tau$  e  $\gamma$  rappresentano rispettivamente lo sforzo e la deformazione a taglio, mentre  $\tau_y$  e  $\gamma_y$  sono i valori di riferimento tali per cui il rapporto  $\tau_y/\gamma_y = G_0$ . I parametri  $\alpha$  e  $R$  caratteristici del modello vengono ricavati sperimentalmente.

Il primo passo consiste nel calcolare la risposta *freefield* del terreno alle varie profondità e fornirla come input al modello; successivamente si determinano le relazioni reazione-spostamento delle molle lungo tutta la lunghezza del palo; infine si risolve l'equazione di equilibrio dinamico del palo per valutarne la risposta in termini di spostamento laterale, considerando le opportune condizioni al contorno (ovvero le condizioni di vincolo alla testa e alla base del palo):

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + p = 0 \quad (2.52.)$$

Nell'espressione (2.52)  $EI$  e  $m$  sono rispettivamente la rigidezza flessionale e la massa per unità di lunghezza del palo;  $y$  è lo spostamento relativo del palo rispetto al bedrock;  $y_t$  è lo spostamento assoluto del palo;  $t$  è il tempo e  $p$  è la reazione del terreno per unità di lunghezza del palo, pari a:

$$p = p_1 + p_2 = k (y_t - y_{ff}) + c \frac{\partial (y_t - y_{ff})}{\partial t} \quad (2.53.)$$

con  $y_{ff}$  moto *freefield* del terreno e  $k$  rigidezza del sottosuolo, data dalla seguente espressione di Kagawa e Kraft (1980):

$$k = 2 (1 + \nu_s) G_s \delta_1 \quad (2.54.)$$

In questa relazione,  $\nu_s$  indica il coefficiente di Poisson del terreno;  $G_s$  varia in funzione del livello di deformazione subito dal terreno, mentre  $\delta_1$  dipende dal rapporto di rigidezza palo-terreno, dalla snellezza del palo e dalle condizioni di vincolo.

$c$  tiene conto dello smorzamento materiale del terreno di natura viscosa, che entra in gioco generalmente a basse deformazioni, nonché dello smorzamento geometrico (Conte e Dente, 1988), dovuto alla trasmissione di energia dal palo al terreno circostante (ovvero lo smorzamento radiativo).

Lo studio parametrico è stato condotto considerando il sistema palo-terreno di figura 2.22 e considerando due valori delle velocità delle onde di taglio del primo strato di terreno  $V_{s1}$ , in maniera tale da ricadere nella classificazione di suolo "C" e suolo "D" (Eurocodice 8 e Norma Italiana).

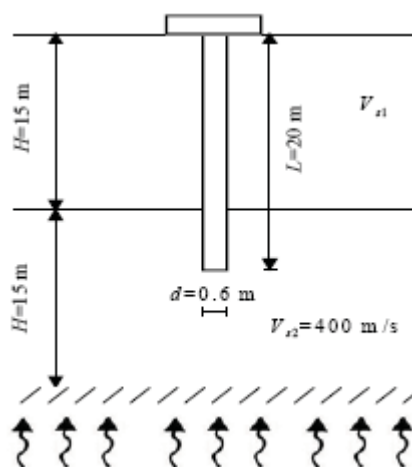


Figura 2.22 - Schema analizzato nello studio parametrico (Cairo et al., 2008).

Per investigare il comportamento lineare del terreno sono state utilizzate tre registrazioni accelerometriche; i risultati in termini di momento massimo cinematico sono stati confrontati con quelli ottenuti tramite l'approccio delle matrici di rigidezza di Cairo e Dente (2007), esposto precedentemente nel corso di questo capitolo, ottenendo una buona corrispondenza tra le due modellazioni.

Al fine di ricavare i parametri del modello di Ramberg-Osgood sono state implementate le curve di decadimento del modulo di taglio di Maiorano et al. (2007), assumendo per la deformazione di riferimento  $\gamma_y$  dello strato superiore di argilla soffice un valore pari a 0.5% e per quella dello strato inferiore di ghiaia un valore pari a 0.067% (figura 2.23).

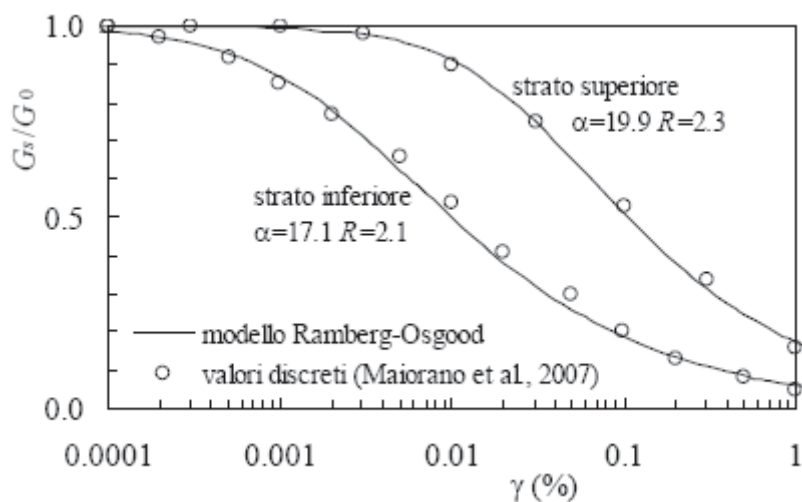


Figura 2.23 - Curve di decadimento della rigidezza usate nello studio di Cairo et al. (2008).

Sono stati infine determinati i momenti flettenti cinematici lungo il palo attraverso un'analisi di interazione non lineare, e queste elaborazioni sono state confrontate con quelle calcolate attraverso un'analisi elastico-lineare ed un'analisi visco-elastica, pervenendo alla conclusione che la non linearità del terreno tende a fare aumentare questi momenti, in special modo in corrispondenza dell'interfaccia tra i due strati di terreno a differente rigidezza (figura 2.24).

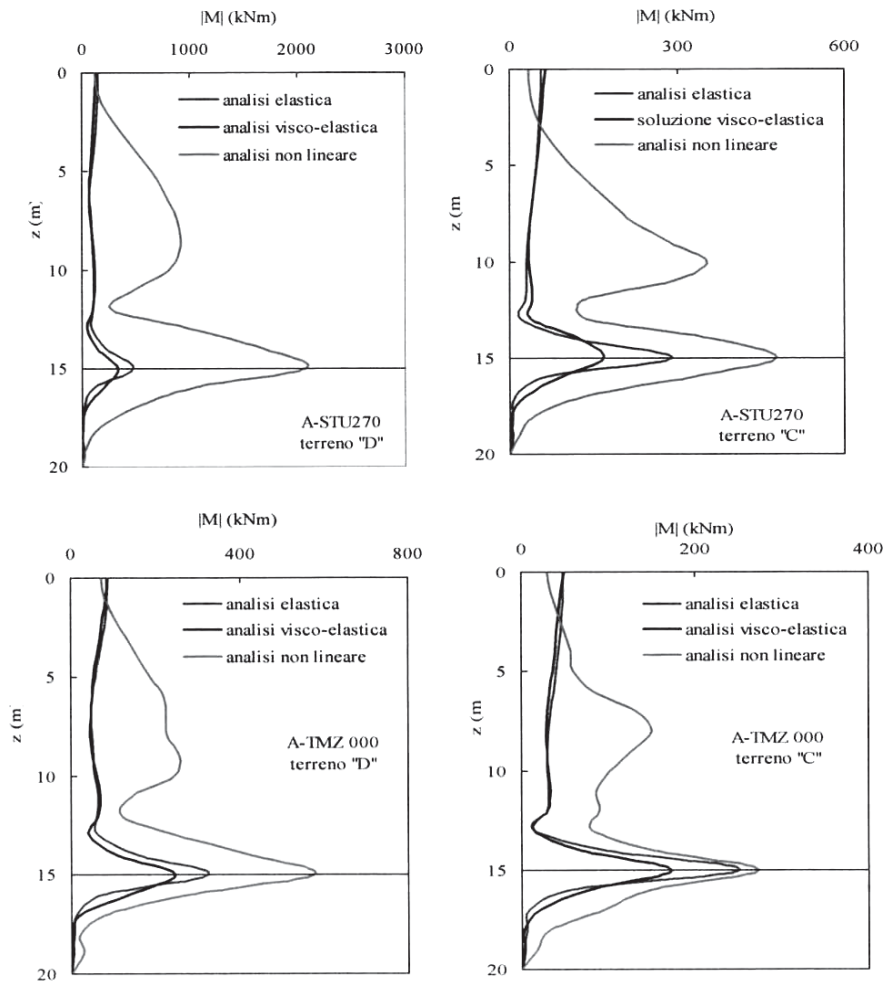


Figura 2.24 - Involuppi dei momenti flettenti massimi lungo il palo (Cairo et al., 2008).

Gli stessi Autori successivamente hanno investigato lo schema precedentemente descritto (figura 2.22), estendendone lo studio (Cairo et al., 2009) ad un'analisi parametrica effettuata con 18 registrazioni accelerometriche di terremoti italiani riportate nella tabella di seguito:

**Tabella 2.2** - RegISTRAZIONI sismiche italiane utilizzate da Cairo et al. (2009).

Etichetta	Stazione	Terremoto	Comp.	Data	Mw	Tp (s)	Tm (s)
A-TMZ270	Tolmezzo-Diga Ambiesta	Friuli	EO	6.5.1976	6.5	0.64	0.500
A-TMZ000	Tolmezzo-Diga Ambiesta	Friuli	NS	6.5.1976	6.5	0.26	0.395
A-STU270	Sturno	Campano Lucano	EO	23.11.1980	6.9	0.20	0.845
A-STU000	Sturno	Campano Lucano	NS	23.11.1980	6.9	0.38	0.661
A-AAL018	Assisi-Stallone	Umbria Marche	NS	26.9.1997	6.0	0.32	0.333
E-NCB090	Nocera Umbra-Biscontini	Umbria Marche (aftershock)	EO	6.10.1997	5.5	0.12	0.172
E-NCB000	Nocera Umbra-Biscontini	Umbria Marche (aftershock)	NS	6.10.1997	5.5	0.14	0.165
R-NCB090	Nocera Umbra-Biscontini	Umbria Marche (aftershock)	EO	3.4.1998	5.1	0.18	0.180
J-BCT000	Borgo-Cerreto Torre	Umbria Marche (aftershock)	NS	14.10.1997	5.6	0.10	0.167
J-BCT090	Borgo-Cerreto Torre	Umbria Marche (aftershock)	EO	14.10.1997	5.6	0.16	0.208
E-AAL018	Assisi-Stallone	Umbria Marche (aftershock)	EO	6.10.1997	5.5	0.22	0.242
B-BCT000	Borgo-Cerreto Torre	Umbria Marche	NS	26.9.1997	5.7	0.08	0.154
B-BCT090	Borgo-Cerreto Torre	Umbria Marche	EO	26.9.1997	5.7	0.12	0.198
TRT000	Tarcento	Friuli (aftershock)	NS	11.9.1976	5.3	0.10	0.215
C-NCB000	Nocera Umbra-Biscontini	Umbria Marche (aftershock)	NS	3.10.1997	5.3	0.04	0.128
C-NCB090	Nocera Umbra-Biscontini	Umbria Marche (aftershock)	EO	3.10.1997	5.3	0.12	0.154
R-NC2090	Nocera Umbra 2	Umbria Marche (aftershock)	EO	3.4.1998	5.1	0.18	0.184
R-NC2000	Nocera Umbra 2	Umbria Marche (aftershock)	NS	3.4.1998	5.1	0.16	0.152

Lo schema palo-terreno è stato risolto sia con l'approccio SASP delle matrici, nell'ipotesi di comportamento elastico lineare del terreno (con smorzamento nullo), che con quello di tipo BNWF nell'ipotesi di comportamento non lineare.

I risultati di alcune analisi, riportati nella figura 2.25, mostrano che il valore maggiore di momento cinematico si ottiene all'interfaccia tra i due strati a differente rigidità e, inoltre, che esso aumenta al crescere del rapporto tra le velocità delle onde di taglio  $V_{s2}/V_{s1}$  (in accordo agli altri studi di letteratura).

Altro risultato importantissimo riguarda il fatto che la non linearità del terreno può produrre momenti flettenti molto più grandi di quelli ottenuti con un modello elastico lineare, e la qual cosa pertanto spinge a dover necessariamente ricorrere all'uso di modelli che tengano conto del reale comportamento del terreno.

Per questa motivazione gli Autori hanno adattato il modello SASP alle soluzioni fornite dal modello non lineare BNWF tramite la procedura lineare-equivalente, per la quale i moduli elastici e il fattore di smorzamento del terreno vengono assunti sulla base del livello deformativo indotto dal sisma.

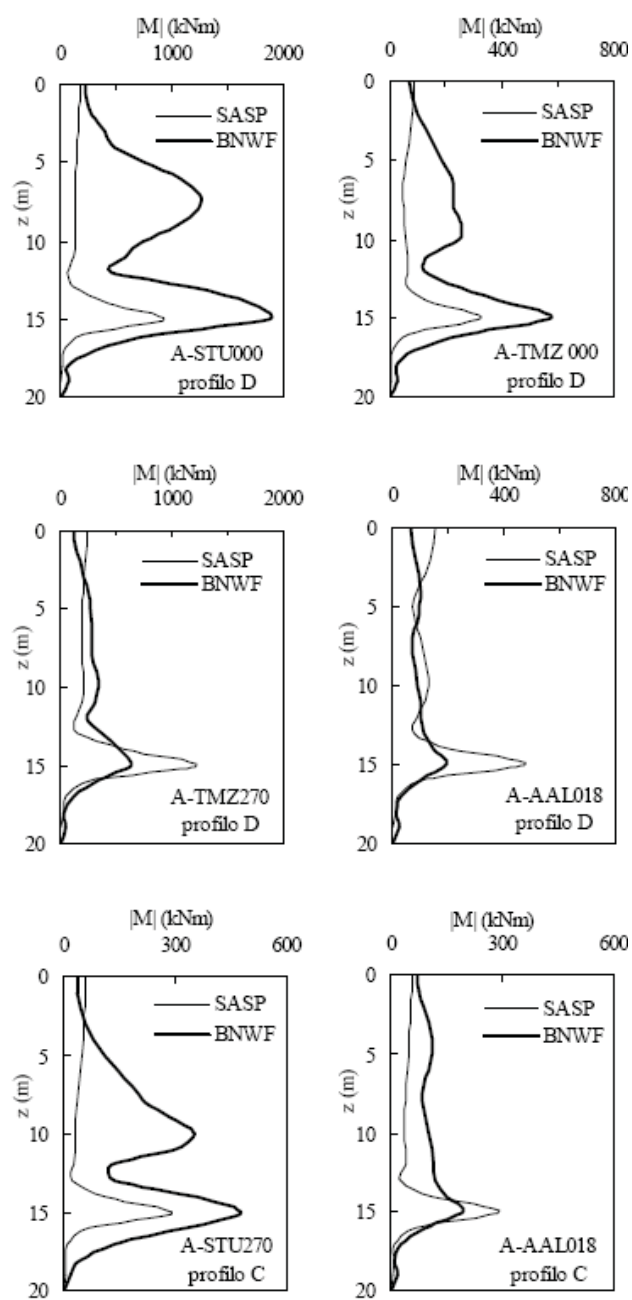
Seguendo le indicazioni dell'Eurocodice 8 e del FEMA 273 (1997), il valore della velocità delle onde di taglio nei primi 20 m di profondità è stato ridotto in funzione dell'accelerazione massima calcolata al piano campagna ed è stato usato un fattore di smorzamento del 10%

I risultati diagrammati in figura 2.26 mostrano che l'approccio lineare-equivalente restituisce una buona stima del massimo momento cinematico registrato all'interfaccia meccanica.

Successivamente è stato operato un confronto tra i risultati ottenuti con l'approccio rigoroso SASP su terreno di tipo "D" e quelli ottenuti con le espressioni analitiche approssimate proposte da Dobry e O'Rourke (1983) e Mylonakis (2001) (figura 2.27a) e da Nikolaou et al. (2001) (figura 2.27b).

In quest'ultimo caso, quando è stato calcolato il momento ridotto di Nikolaou et al. (2001), il numero di cicli  $N_c$  che entra in gioco nel fattore di riduzione  $\eta$  dell'equazione (2.13) è ricavato dalla relazione di Hancock e Bommer (2004):

$$N_c = 3 + \frac{7}{4}(M_w - 4) \pm (M_w - 3), \quad M_w > 4 \quad (2.55.)$$



**Figura 2.25** - Confronto tra modellazione al continuo in campo elastico e modellazione non lineare BNWF (Cairo et al., 2009).



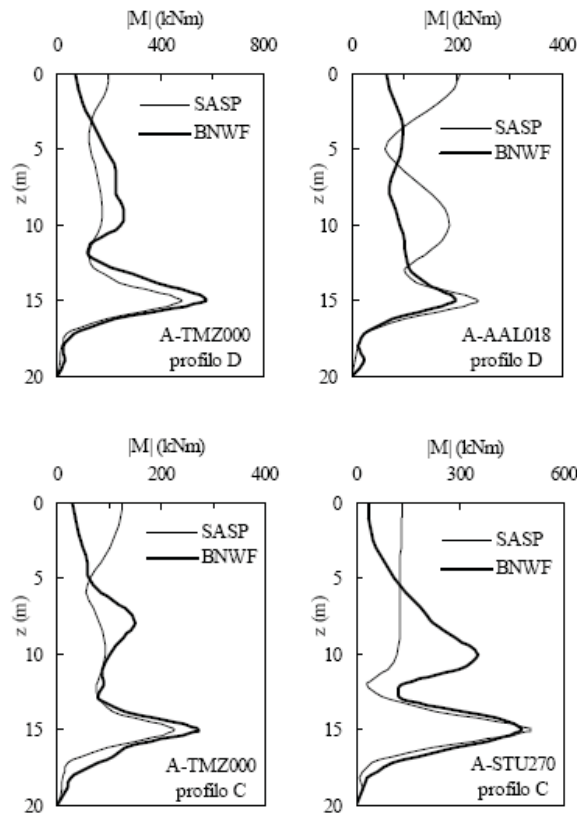


Figura 2.26 - Involuppo dei momenti flettenti ottenuti con la soluzione lineare-equivalente (SASP) e con quella non lineare (BDWF) (Cairo et al., 2009).

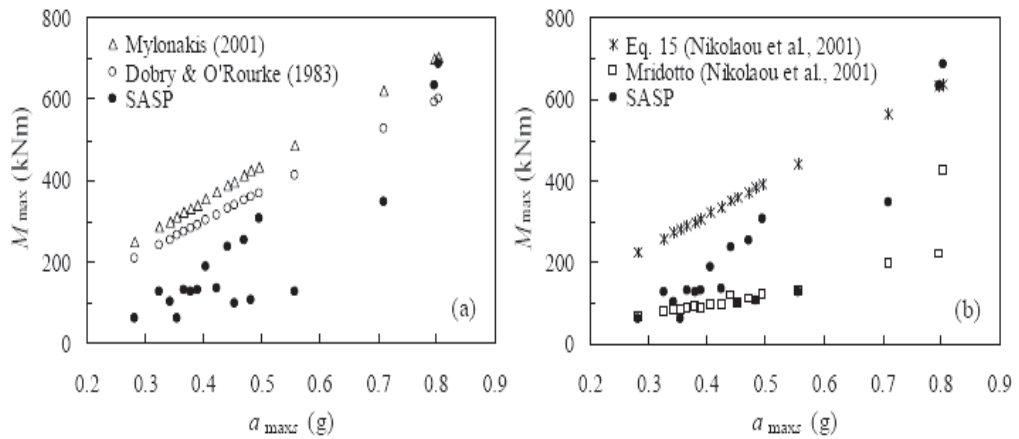


Figura 2.27 - Momento massimo all'interfaccia tra i due strati di terreno in funzione dell'accelerazione di picco al piano campagna: confronto tra i metodi approssimati e l'approccio SASP (Cairo et al., 2009).

In ultimo è stata proposta una procedura speditiva per il calcolo del momento cinematico in corrispondenza del contrasto di rigidità, introducendo un coefficiente  $\delta$  :

$$\delta = \frac{M_{SASP}}{M_{equaz (2.14)}} \quad (2.56.)$$

come rapporto tra il momento flettente massimo all'interfaccia ottenuto con la modellazione SASP e il momento determinato con la relazione (2.14) di Nikolaou et al. (2001).

Questo coefficiente, a differenza del fattore riduttivo  $\eta$  dell'equazione (2.13), può assumere valori anche maggiori dell'unità; esso è stato legato al rapporto tra il periodo proprio del terreno  $T_1$  e il periodo principale dello spettro di Fourier  $T_m$  tramite l'espressione:

$$\delta = 1.32 - 0.22 \frac{T_1}{T_m} \quad (2.57.)$$

ottenuta per interpolazione (figura 2.28).

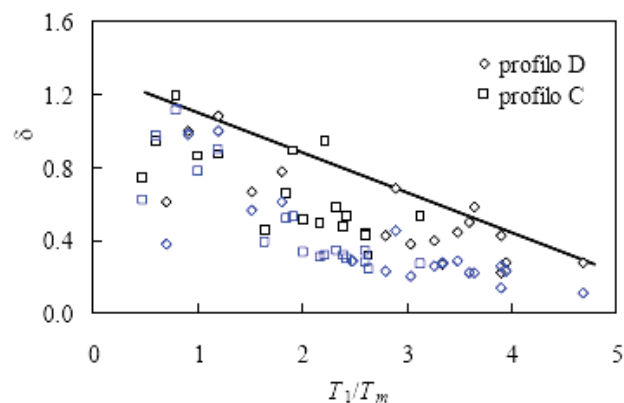


Figura 2.28 - Fattore correttivo  $\delta$  con retta limite superiore di equazione (2.57) (Cairo et al., 2009).

### 2.3. Modelli numerici

Quando si vuole utilizzare un approccio più avanzato per la determinazione dell'interazione cinematica - al fine di ottenere risultati più sicuri e inerenti alla realtà - è possibile ricorrere ai metodi agli elementi finiti (tecniche FEM) o ai metodi agli elementi di contorno (tecniche BEM).

Con questo tipo di approccio è possibile effettuare analisi sia nel dominio del tempo che delle frequenze ed è anche possibile considerare il comportamento non lineare del terreno, gli effetti di gruppo, la separazione all'interfaccia palo-terreno e l'interazione inerziale; infatti, anche se nella stragrande maggioranza degli studi dinamici sulle fondazioni profonde si assume un comportamento elastico-lineare per il terreno, esistono numerose formulazioni che simulano un comportamento più complesso sia del terreno che dell'interfaccia palo-terreno.

Tra i vari casi si annoverano:

- **Chau e Yang (2004, 2005)** hanno determinato l'interazione non lineare del sistema palo-terreno considerando una zona attorno al palo a comportamento semi-non lineare e una zona più esterna a comportamento visco-elastico.

- **Balendra (2005)** ha considerato per il terreno una legge costitutiva elasto-plastica a incrudimento positivo, modellando l'interfaccia palo-terreno attraverso un contatto meccanico tra una superficie più rigida e una più deformabile.

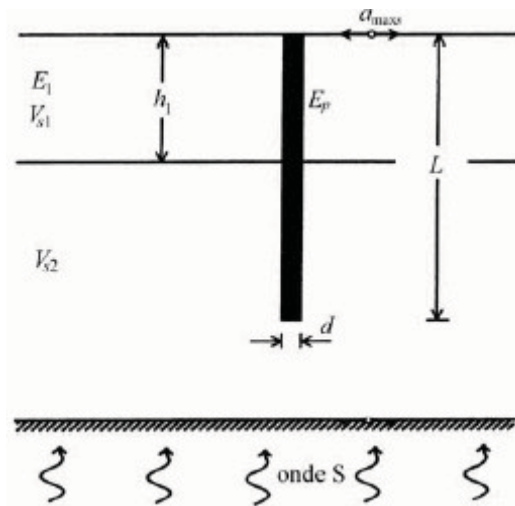
- Nello studio di **Bentley e El Nagggar (2000)**, i quali hanno utilizzato per il terreno il legame costitutivo di Drucker-Prager, i risultati ottenuti indicano che il contributo dell'interazione cinematica si riduce fino a diventare equivalente alla risposta *freefield* per via degli effetti delle non-linearità, dello slittamento e della separazione all'interfaccia palo-terreno.

- Una semplificazione a un approccio così complesso potrebbe essere ottenuta operando secondo il metodo lineare-equivalente, ovvero perseguendo una

soluzione elastica del problema in cui, tuttavia, le caratteristiche materiali siano cambiate passo dopo passo, adattandole al livello deformativo indotto dall'input sismico: è questo il caso dello studio di **Wu e Finn (1997b)**.

Quando si ricorre all'uso di una metodologia agli elementi finiti è possibile descrivere il palo tramite elementi monodimensionali, mentre il terreno circostante viene rappresentato attraverso una serie discreta o continua di elementi di "contorno" a cui è possibile attribuire il legame costitutivo col quale più si preferisce operare.

Allo scopo di valutare l'influenza dei diversi parametri presenti nelle formule semplificate per la determinazione del momento cinematico stazionario, **Aversa et al. (2006)** hanno investigato un palo singolo ammortato in un deposito di terreno a doppio strato sottostante un bedrock rigido, il quale risulta sollecitato da onde di taglio  $S$  che si propagano verticalmente (figura 2.29).



**Figura 2.29** - Schema di deposito considerato nello studio parametrico (Aversa et al., 2006).

I momenti, ricavati con la formula semplificata di Nikolaou e Gazetas (1997):

$$M_{\max} = 2,7 \times 10^{-7} E_p d^3 \left( \frac{a_r}{g} \right) \left( \frac{L}{d} \right)^{1,30} \left( \frac{E_p}{E_1} \right)^{0,7} \left( \frac{V_{s2}}{V_{s1}} \right)^{0,3} \left( \frac{H_1}{L} \right)^{1,25} \quad (2.58.)$$

sono stati adimensionalizzati (figura 2.30) secondo l'espressione:

$$M_{a \dim} = \frac{M}{\left( E_p d^3 \frac{a_r}{g} \right)} \quad (2.59.)$$

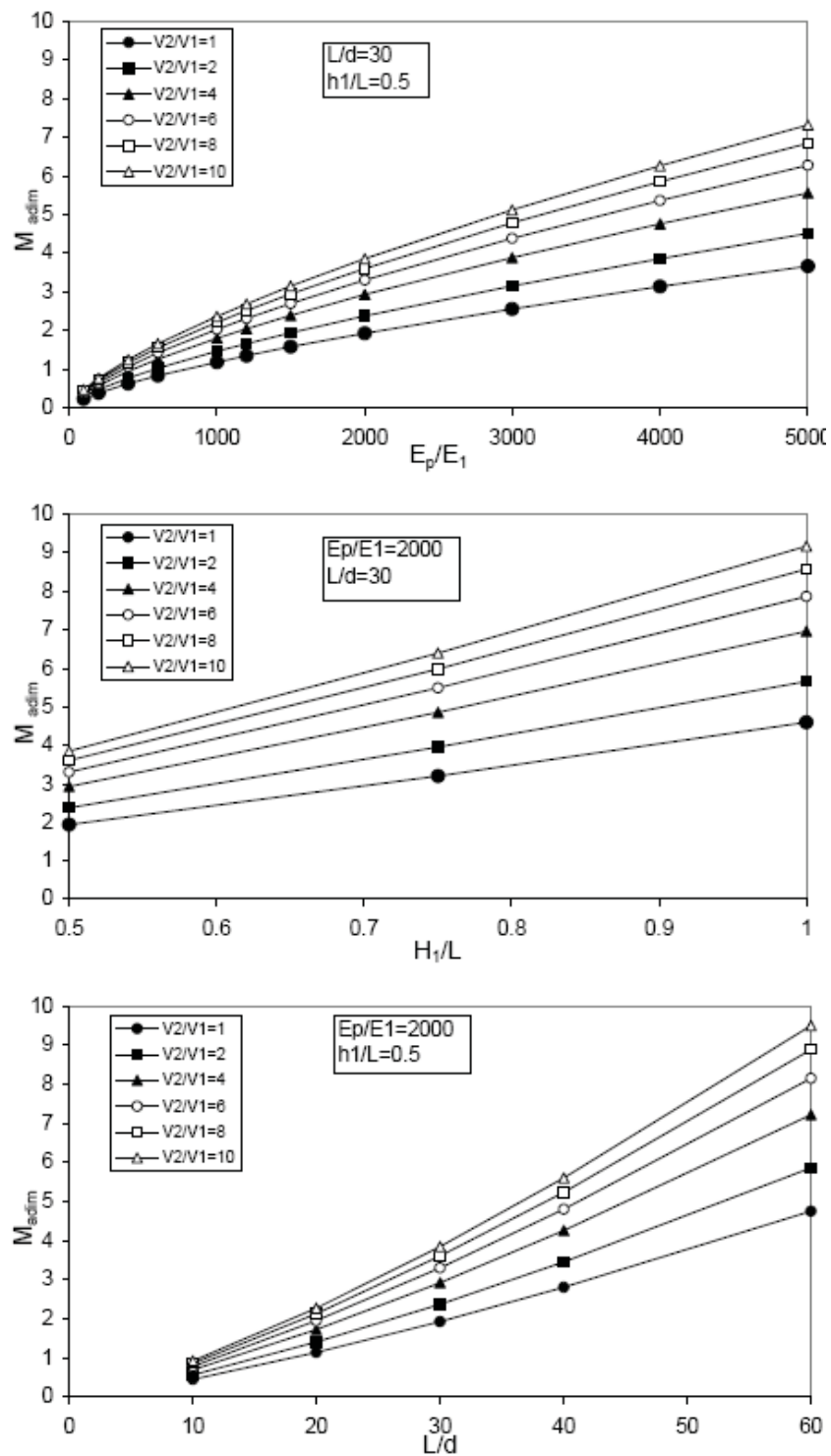


Figura 2.30 - Momenti cinematici massimi adimensionalizzati, derivanti da un'eccitazione armonica di ampiezza  $1 \text{ m/s}^2$  (Aversa et al., 2006).

Essi aumentano all'aumentare della rigidezza relativa palo-terreno  $E_p/E_1$ , della profondità a cui è posta l'interfaccia meccanica  $h_1/L$ , della snellezza del palo  $L/d$  e del contrasto di rigidezza  $V_2/V_1$ .

Dalla figura 2.31 emerge il fatto che il momento massimo stazionario è fortemente influenzato anche dalla rigidezza del terreno e questo dimostra quanto sia importante effettuare correttamente la caratterizzazione geotecnica dei terreni.

Tuttavia si ricorda che i momenti prodotti da terremoti reali sono in genere molto più ridotti rispetto a quelli ottenuti da eccitazioni armoniche (usate in questo specifico caso).

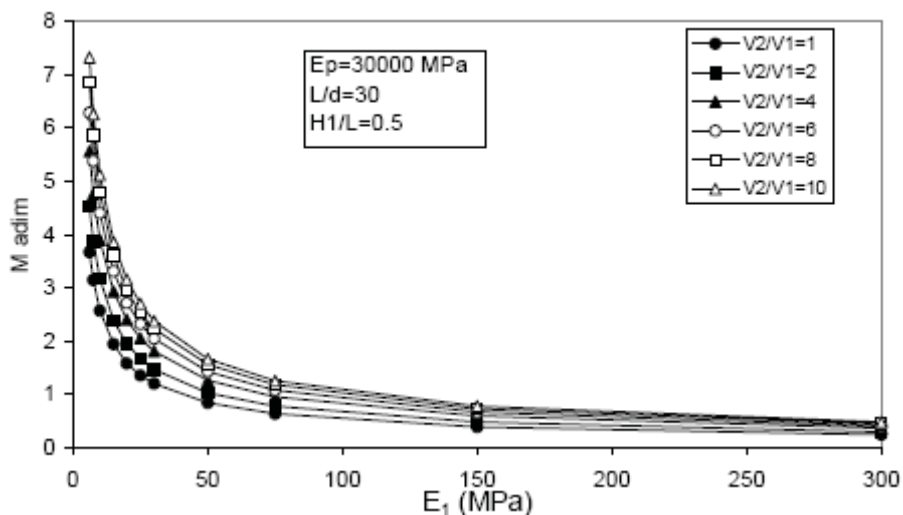


Figura 2.31 - Momenti massimi stazionari in funzione del modulo di Young del primo strato di terreno  $E_1$  (Aversa et al., 2006).

Al fine di determinare il momento cinematico nel dominio del tempo e confrontarlo con i valori ottenuti dallo studio di Nikolaou et al. (1995) nel dominio delle frequenze, **Maiorano e Aversa (2006)** hanno analizzato il caso di un palo singolo immerso in un deposito costituito da due strati di terreno aventi rigidezza

diversa e poggiante sul bedrock (schema di figura 2.32), considerando o meno la presenza di massa in testa.

Il palo è considerato come una trave elastica, mentre i due strati di terreno sono modellati come continui elastici lineari viscosi.

Le caratteristiche geometriche e meccaniche dei casi studiati sono riportate nelle tabelle 2.3 e 2.4.

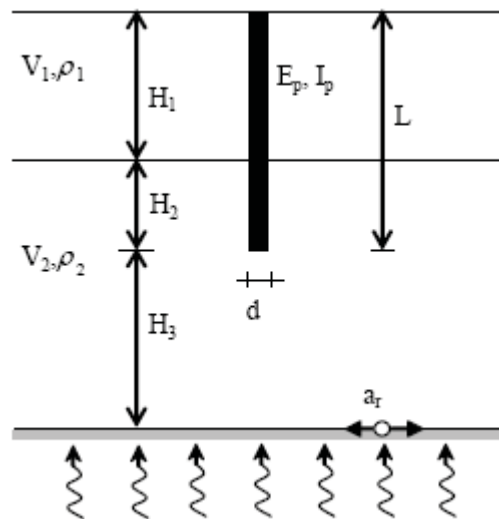


Figura 2.32 – Schematizzazione utilizzata da Maiorano e Aversa (2006).

Tabella 2.3 – Parametri dello studio parametrico (Maiorano e Aversa, 2006).

caso	$E_p/E_1$	$V_{s2}/V_{s1}$	$\rho_1/\rho_2$	$L/d$	$H_1/L$	$H_3/L$
A1	1000	1	1	20	0.67	1
A2	1000	2	0.8	20	0.67	1
A3	1000	4	0.7	20	0.67	1
B1	5000	1	1	20	0.50	1
B2	5000	2	0.8	20	0.50	1
B3	5000	4	0.7	20	0.50	1



**Tabella 2.4** – Parametri dello studio parametrico (Maiorano e Aversa, 2006)

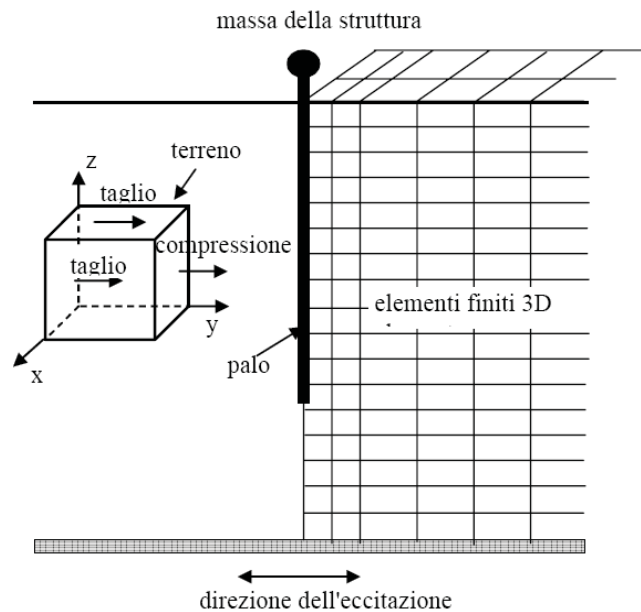
caso	$E_1$ (kPa)	$G_1$ (kPa)	$G_2$ (kPa)	$\rho_1$ (kN* s <sup>2</sup> /m <sup>4</sup> )	$\rho_2$ (kN* s <sup>2</sup> /m <sup>4</sup> )	$V_{s1}$ (m/s)	$V_{s2}$ (m/s)	$V_{s,30}$ (m/s)	sottosuolo
A1	30000	10714	10714	1.63	1.63	81.05	81.05	98.81	D
A2	30000	10714	53571	1.63	2.04	81.05	162.10	146.41	D
A3	30000	10714	244898	1.63	2.33	80.05	324.20	192.86	C
B1	6000	2143	2143	1.63	1.63	36.25	36.25	44.79	D
B2	6000	2143	10714	1.63	2.04	36.25	72.49	71.20	D
B3	6000	2143	48980	1.63	2.33	36.25	144.99	100.91	D

L'interazione dinamica terreno-pali-struttura è stata studiata in un'unica fase con l'ausilio di un codice di calcolo agli elementi finiti (VERSAT-P3D group), sviluppato da Wu e Finn nel 1997. Il codice si basa su una formulazione semplificata delle equazioni tridimensionali della propagazione delle onde, che considera la risposta dinamica governata solo dalle onde di taglio nei piani  $xy$  e  $yz$  e dalle onde di compressione nella direzione dello scuotimento  $y$  (vedasi figura 2.33).

Per quanto concerne il comportamento del terreno, esso si è assunto di tipo elastico lineare, con fattore di smorzamento costante. Si fa presente, tuttavia, che il codice di calcolo contiene anche il modello costitutivo lineare equivalente di Seed e Idriss (1970), in cui il modulo di taglio e il rapporto di smorzamento variano al variare del livello deformativo.

Nello studio parametrico la struttura è stata ulteriormente semplificata schematizzandola come un sistema S-DOF (*single degree of freedom*) costituito da un oscillatore semplice collegato alla testa del palo, avente massa pari alla porzione di struttura in elevazione che poggia sul singolo palo e rigidità tale che il sistema assuma lo stesso periodo proprio di vibrazione della sovrastruttura.

I momenti cinematici sono stati ricavati non considerando la massa in testa al palo, per poi confrontarli con i risultati ottenuti tramite altre modellazioni e/o formulazioni più semplici.



**Figura 2.33** - Modello quasi-3D utilizzato dal programma VERSAT-P3D di Wu e Finn (Maiorano e Aversa, 2006).

Dal confronto con gli andamenti di Nikolaou et al. (1995) (figure 2.34 e 2.35) è emerso che - pur presentando lo stesso andamento con la profondità in funzione del rapporto di rigidezza tra gli strati, della rigidezza relativa palo-terreno e della profondità dello strato superiore - i momenti flettenti prodotti da terremoti reali sono molto più bassi di quelli massimi stazionari prodotti da eccitazioni armoniche, facendo pertanto pervenire alla conclusione che le diverse formule semplificate esistenti in letteratura per il calcolo dei momenti cinematici all'interfaccia tra due strati a differente rigidezza non possano essere utilizzate per scopi progettuali qualora esse siano state ricavate per input armonici di durata infinita.

Inoltre si sottolinea che le suddette formule semplificate forniscono solo il momento massimo in corrispondenza dell'interfaccia tra i due strati, non considerando che nei pali impediti di ruotare in testa il valore che nasce in corrispondenza del vincolo risulta quasi sempre dello stesso ordine di grandezza di quello all'interfaccia (se non addirittura superiore).

I momenti all'interfaccia ricavati dall'analisi agli elementi finiti sono stati successivamente confrontati anche con quelli determinati con il metodo di Dobry e O'Rourke (1983), ottenendo dei valori piuttosto prossimi (figura 2.36)

L'analisi di propagazione monodimensionale in condizioni *freefield* per la determinazione delle accelerazioni massime al piano campagna e i momenti flettenti dell'equazione di Dobry e O'Rourke è stata effettuata con il programma EERA (Bardet et al., 2000).

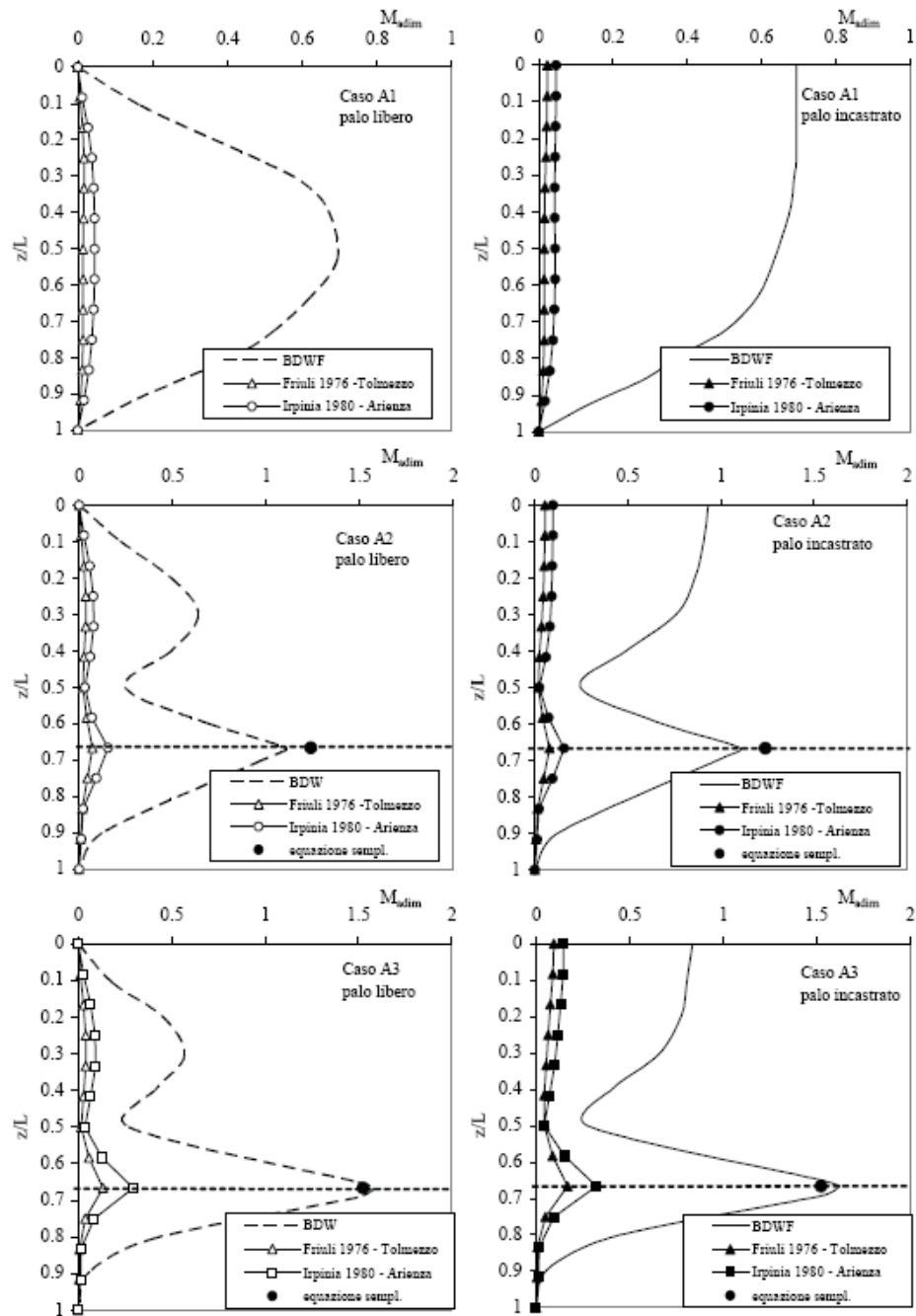


Figura 2.34 – Momenti flettenti per i casi A1, A2 e A3, per palo libero e incastrato in testa, confrontati con gli andamenti stazionari di Nikolaou et al., 1995 (Maiorano e Aversa, 2006).

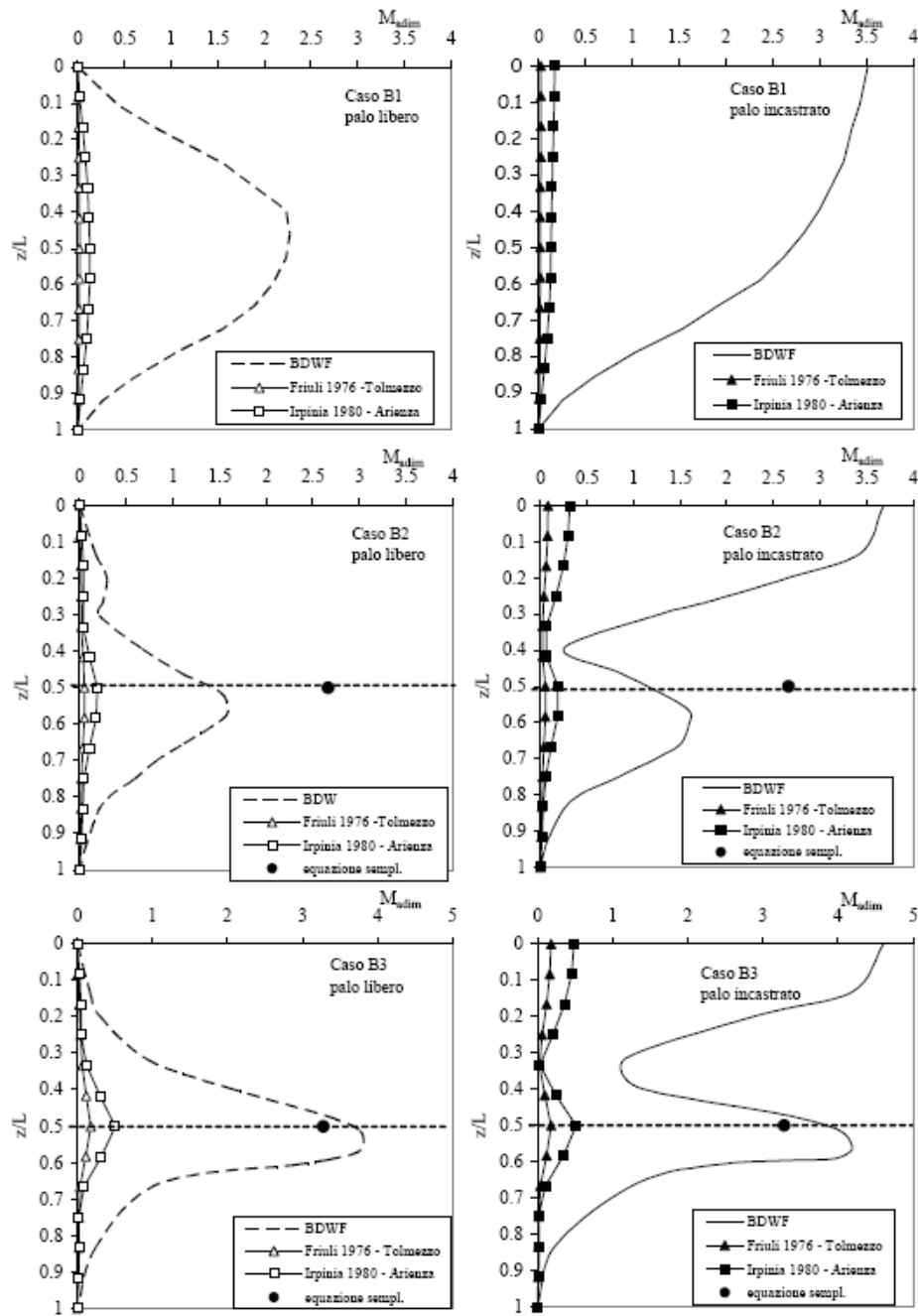


Figura 2.35 – Momenti flettenti per i casi B1, B2 e B3, per palo libero e incastrato in testa, confrontati con gli andamenti stazionari di Nikolaou et al., 1995 (Maiorano e Aversa, 2006).

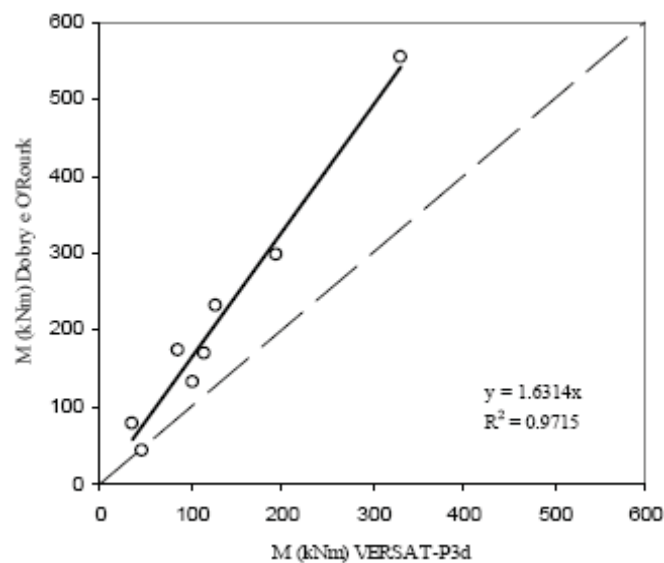


Figura 2.36 - Confronto con la formula di Dobry e O'Rourke, 1983 (Maiorano e Aversa, 2006).

Per quanto concerne lo studio dell'interazione dinamica completa, le analisi sono state effettuate solo per il palo impedito di ruotare, considerando determinati valori della massa dello SDOF posta in testa al palo.

Nella figura 2.37 sono diagrammati, per i casi A2 e A3, sia i risultati dell'interazione cinematica che i risultati dell'interazione dinamica completa, e per differenza tra questi involucri è diagrammato anche il contributo dell'interazione inerziale: i momenti ottenuti in quest'ultimo caso sono, come ci si attendeva, molto elevati alla testa del palo e decrescono rapidamente all'aumentare della profondità; in particolare, in corrispondenza dell'interfaccia meccanica  $H_1$  quasi non si risente più della presenza della massa.

Analoghi risultati sono stati ottenuti per i casi B2 e B3 ma, poiché stavolta  $H_1$  è minore della lunghezza attiva  $L_a$  del palo, l'effetto dell'interazione inerziale è registrato anche nello strato più profondo.

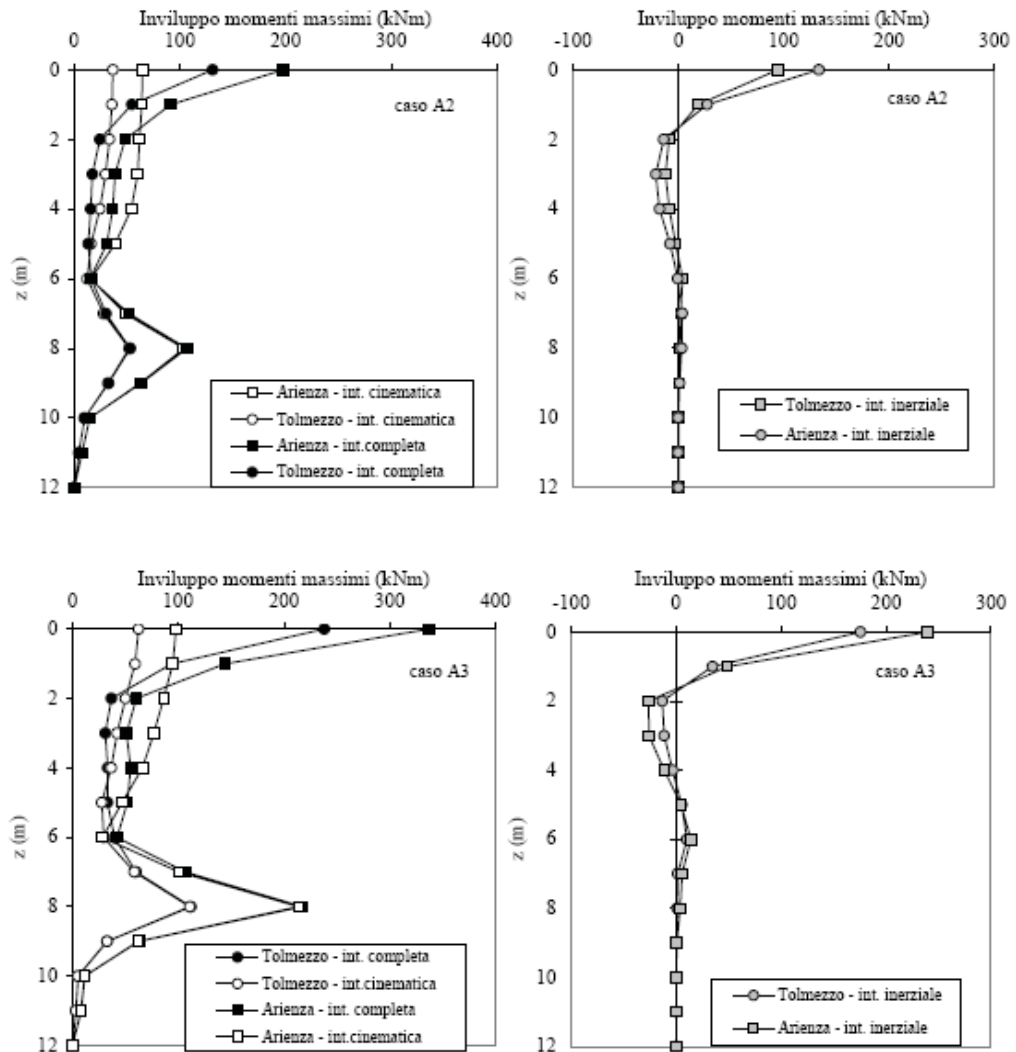


Figura 2.37 - Involuppi dei momenti flettenti cinematici, totali e inerziali per palo impedito di ruotare in testa, casi A2 e A3 (Maiorano e Aversa, 2006).

Aversa et al. (2009) hanno effettuato uno studio parametrico su un palo singolo e su pali in gruppo, utilizzando la schematizzazione del terreno riportata in figura 2.38.

Il banco di terreno è costituito da un doppio strato a differente rigidezza ed è stata fatta variare sia la velocità delle onde di taglio  $V_s$  dei due strati che la profondità a cui è posta l'interfaccia, secondo la tabella 2.5.

Per valutare l'influenza del diametro del palo sono state svolte analisi sia con  $d = 0,60\text{ m}$  che con  $d = 1,20\text{ m}$ .

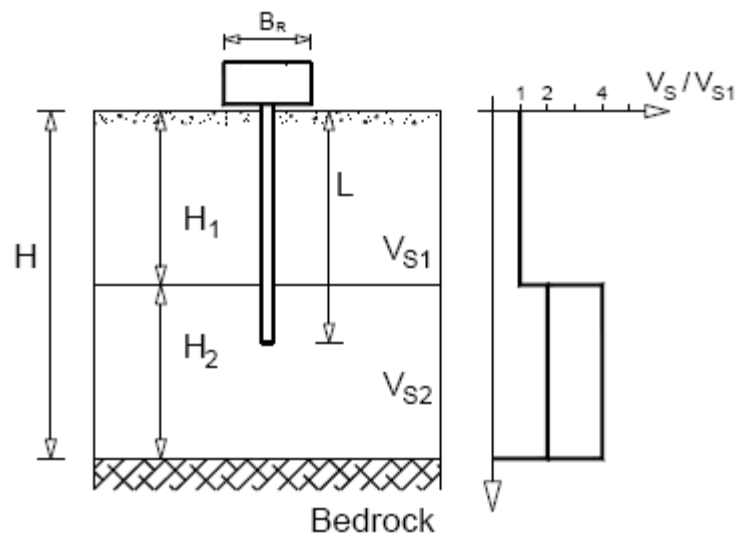


Figura 2.38 - Schemi di terreno considerati nelle analisi (Aversa et al., 2009).



Tabella 2.5 - Casi analizzati nello studio parametrico (Aversa et al., 2009).

Caso	$V_{s1}$ (m/s)	$V_{s2}/V_{s1}$	$H_1/L$	$E_p/E_1$	$V_{s30}$ (m/s)
S1-1			0.25		86
S1-2			0.5		75
S1-3			0.6		71
S1-4	50	2	0.75	1841	67
S1-5			0.85		64
S1-6			0.95		61
S1-7			1		60
S2-1			0.25		133
S2-2			0.5		100
S2-3			0.6		91
S2-4	50	4	0.75	1841	80
S2-5			0.85		74
S2-6			0.95		69
S2-7			1		67
S3-1			0.25		171
S3-2			0.5		150
S3-3			0.6		143
S3-4	100	2	0.75	460	133
S3-5			0.85		128
S3-6			0.95		122
S3-7			1		120
S4-1			0.25		267
S4-2			0.5		200
S4-3			0.6		182
S4-4	100	4	0.75	460	160
S4-5			0.85		148
S4-6			0.95		138
S4-7			1		133

Il codice agli elementi finiti adoperato allo scopo è il VERSAT-P3D versione 2006, sviluppato da Wu e Finn (1997): il palo è stato modellato con elementi di tipo *beam* a 2 o 8 nodi; il terreno con elementi solidi a 8 nodi, simulando un mezzo elastico-lineare o lineare-equivalente (figura 2.39).

Sono state utilizzate le equazioni di equilibrio dinamico ben note nella dinamica dei terreni e delle strutture, utilizzando uno smorzamento alla Rayleigh.

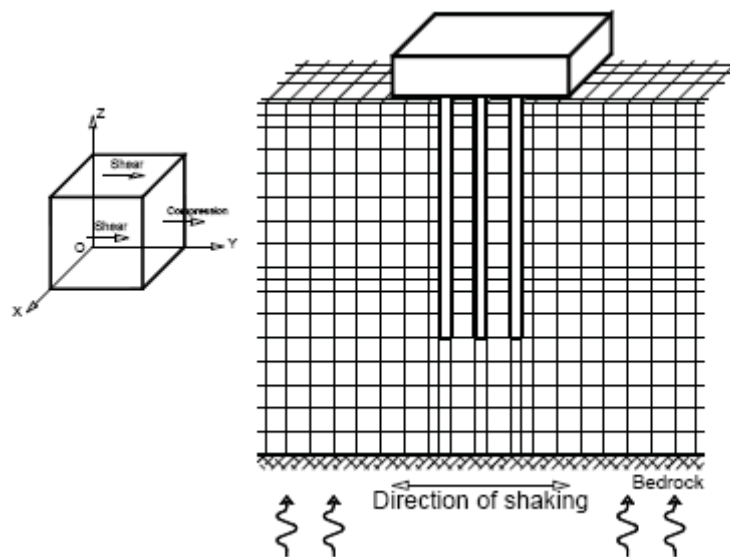


Figura 2.39 - Modello quasi 3D (Aversa et al., 2009).

Le analisi di interazione sono state condotte nel dominio del tempo, considerando accelerogrammi di input (riportati nella figura 2.40) scalati a 0,35g e applicati alla base del modello.

I risultati ottenuti sono diagrammati nella figura 2.41; a titolo di esempio si riportano gli andamenti dei momenti flettenti massimi calcolati per i casi S4-2 e S4-4 (le cui caratteristiche geometriche e meccaniche, ricordiamo, sono elencate nella tabella 2.5): tali profili presentano un picco molto pronunciato in corrispondenza dell'interfaccia meccanica, in accordo con gli altri risultati di letteratura fin qui esposti.

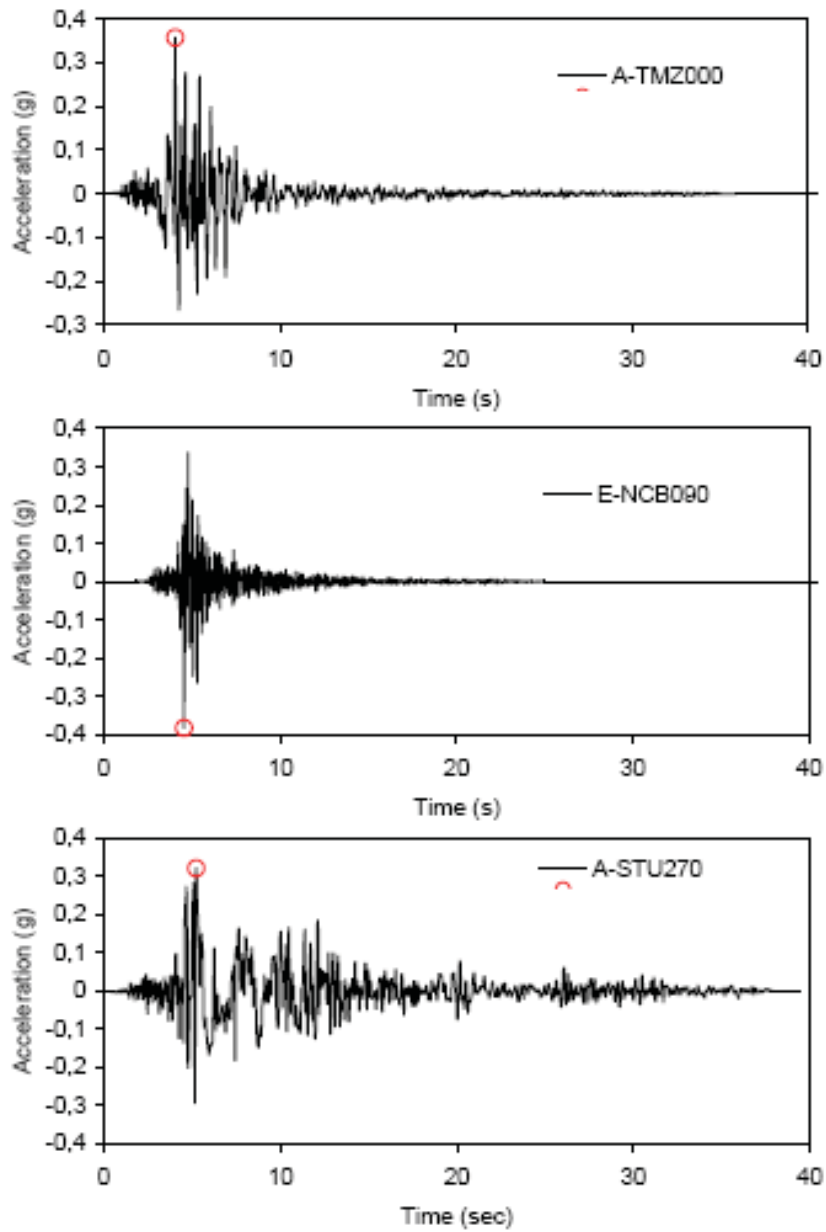
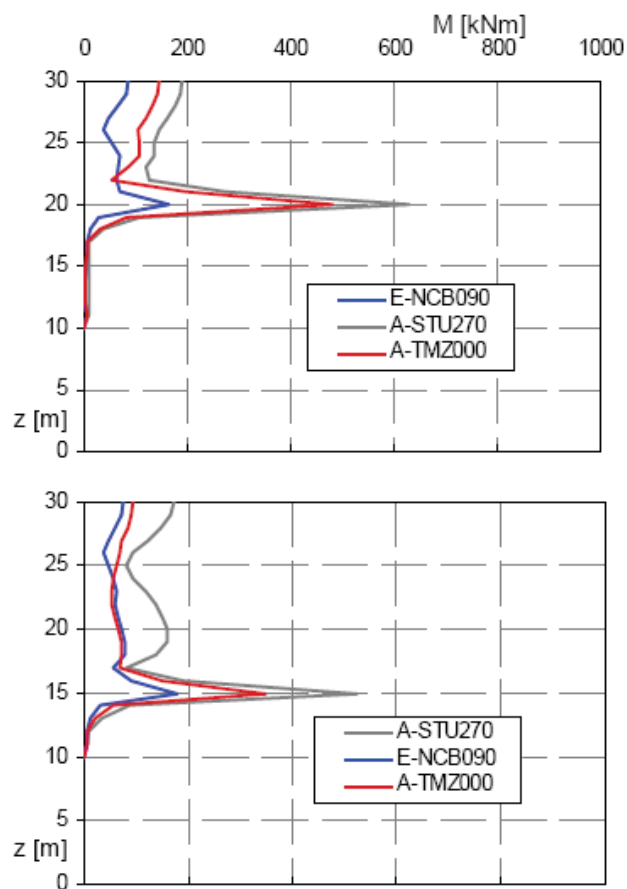


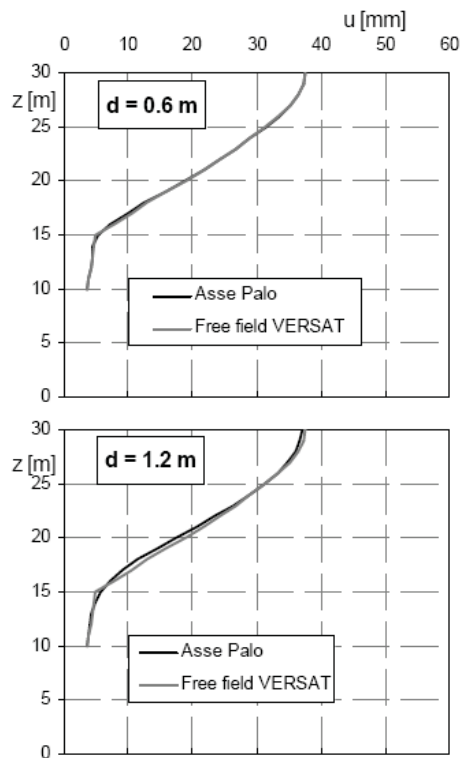
Figura 2.40 – Storie temporali delle accelerazioni (Aversa et al., 2009).



**Figura 2.41** - Momenti flettenti cinematici calcolati per i casi S4-2 e S4-4 (Aversa et al., 2009).

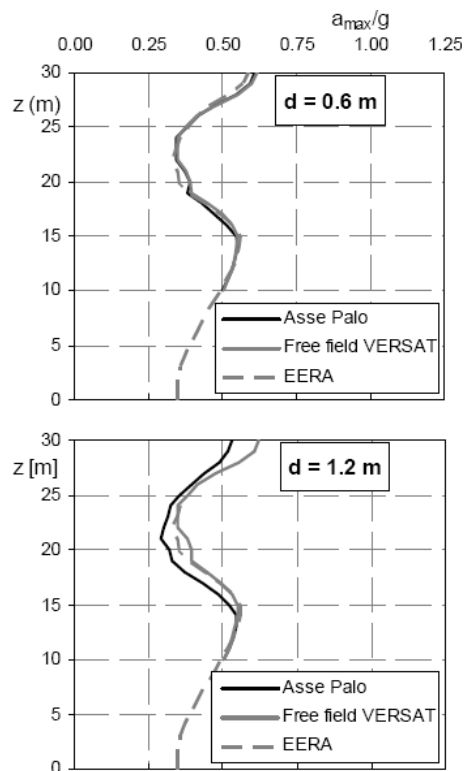
Nella figura 2.42 si riportano i profili di involuppo dello spostamento orizzontale del palo per i due valori di  $d$  analizzati e, per confronto, anche i profili VERSAT ottenuti in corrispondenza della stessa verticale ed in assenza del palo, in modo da riprodurre in modo approssimato le condizioni di *freefield*.

Lo stesso avviene nella figura successiva (figura 2.43), diagrammando però i profili delle accelerazioni massime e confrontandoli anche con quelli ottenuti in condizioni di campo libero tramite il programma EERA (Bardet et al., 2000).



**Figura 2.42** - Profili degli spostamenti per un palo avente rispettivamente diametro  $d=0,6\text{ m}$  (a) e diametro  $d=1,2\text{ m}$  (b); caso S4-4, evento A-TMZ000 (Aversa et al., 2009).

Come è possibile leggere dai grafici, la differenza tra la risposta del palo e quella del terreno appare molto più marcata nel caso in cui  $d = 1,20\text{ m}$  (ovvero quando il palo è più rigido).



**Figura 2.43** - Profili delle accelerazioni massime per un palo avente rispettivamente diametro  $d=0,6\text{ m}$  (a) e diametro  $d=1,2\text{ m}$  (b); caso S4-4, evento A-TMZ000 (Aversa et al., 2009).

E' stato successivamente operato un confronto con le procedure semplificate di Dobry e O'Rourke (1983), Nikolaou et al. (2001) e Mylonakis (2001).

Osservando il grafico (figura 2.44) è possibile asserire che le espressioni in forma chiusa forniscono generalmente risultati simili tra loro, i quali sono piuttosto cautelativi ed inoltre possono essere considerati attendibili solo per profondità non troppo elevate dell'interfaccia tra i due strati.

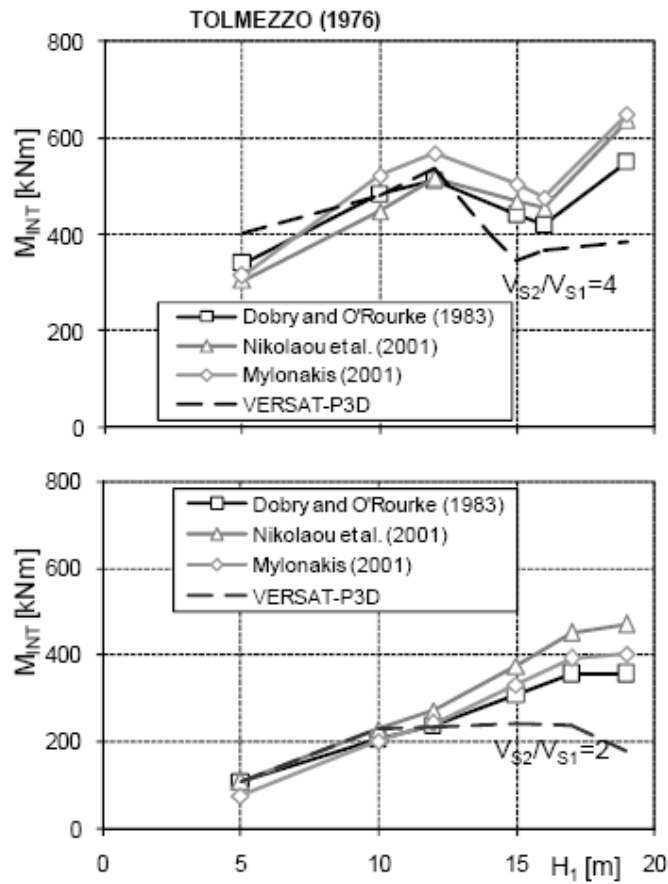


Figura 2.44 - Confronto tra i massimi momenti all'interfaccia meccanica valutati con le formule semplificate e quelli derivanti dall'analisi VERSAT (Aversa et al., 2009).

Per migliorare la validità nonché, di conseguenza, l'applicabilità di tali formule, Aversa et al. (2009) hanno sviluppato un nuovo metodo semplificato per la valutazione dei momenti di interazione cinematica all'interfaccia tra due strati di terreno.

Riportando in un diagramma il rapporto tra i valori del massimo momento all'interfaccia ricavati col codice VERSAT e un coefficiente  $b$  pari a:

$$b = d^3 \left( \frac{L}{d} \right)^{0,3} \left( \frac{E_p}{E_1} \right)^{0,65} \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{0,5} \quad (2.60.)$$

in funzione della tensione di taglio  $\tau_{ff}$  all'interfaccia tra due strati di terreno (figura 2.45) o della deformazione di taglio  $\gamma_{1ff}$  (figura 2.46), è stato possibile ricavare le rette interpolanti:

$$M_v/b = 0,071 \tau_{ff} \quad (2.61.)$$

$$M_v/(bG_1) = 0,7 \gamma_{1ff} \quad (2.62.)$$

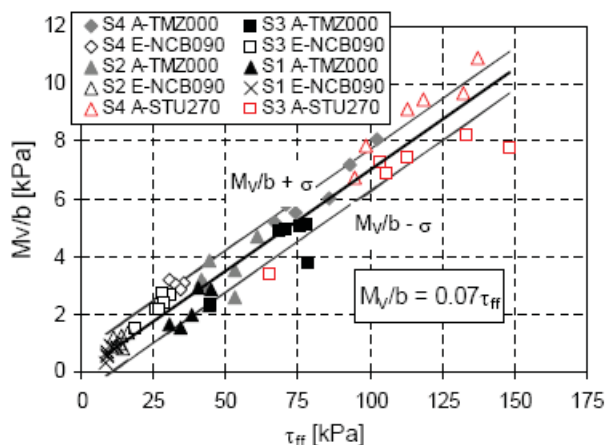


Figura 2.45 – Correlazione tra momenti flettenti massimi e tensioni di taglio (Aversa et al., 2009).

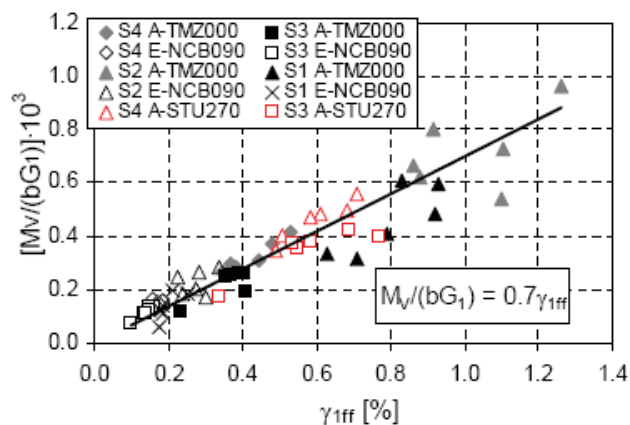


Figura 2.46 – Correlazione tra momenti flettenti massimi e deformazioni di taglio (Aversa et al., 2009).



Pertanto si sono ottenute due nuove formule per il calcolo del momento (adattate da quella di Nikolaou et al., 2001):

$$M = 0,071 d^3 \left(\frac{L}{d}\right)^{0,30} \left(\frac{E_P}{E_1}\right)^{0,65} \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{0,5} \tau_{ff} \quad (2.63.)$$

$$M = 0,071 G_1 d^3 \left(\frac{L}{d}\right)^{0,30} \left(\frac{E_P}{E_1}\right)^{0,65} \left(\frac{V_{s2}}{V_{s1}}\right)^{0,5} \gamma_{1,ff} \quad (2.64.)$$

#### 2.4. Analisi pseudo-statiche

**Castelli et al. (2008)** hanno utilizzato un approccio pseudo-statico per ricavare il profilo degli spostamenti *freefield* del terreno, applicando questi ultimi ad un palo singolo attraverso una serie di molle statiche e determinando conseguentemente le caratteristiche della sollecitazione della fondazione profonda.

Per implementare la non linearità **Castelli (2007)** ha utilizzato le funzioni di trasferimento (curve  $p-y$ ) determinate in condizioni statiche (Castelli, 2006), modificandole attraverso dei coefficienti che, variando a seconda del tipo di terreno, permettono di tenere in conto della sismicità del carico per mezzo della frequenza della sollecitazione di input.

In presenza di una struttura, al fine di tener conto della componente inerziale dell'interazione e sempre procedendo con tale metodologia, occorre determinare le azioni pseudo-statiche inerziali (equivalenti all'azione sismica) che si trasmettono ai pali, le quali si ottengono come prodotto della massa in elevazione per l'accelerazione spettrale.

### 3. Interazione dinamica completa: studi di letteratura

Nell'ambito dell'interazione a tre componenti "fondazione-terreno-sovrastuttura", Conte e Dente (1988) hanno analizzato un banco di terreno omogeneo all'interno del quale è ammortato un singolo palo con una massa in testa che rappresenta un'ipotetica struttura in elevazione, secondo lo schema di figura 2.47:

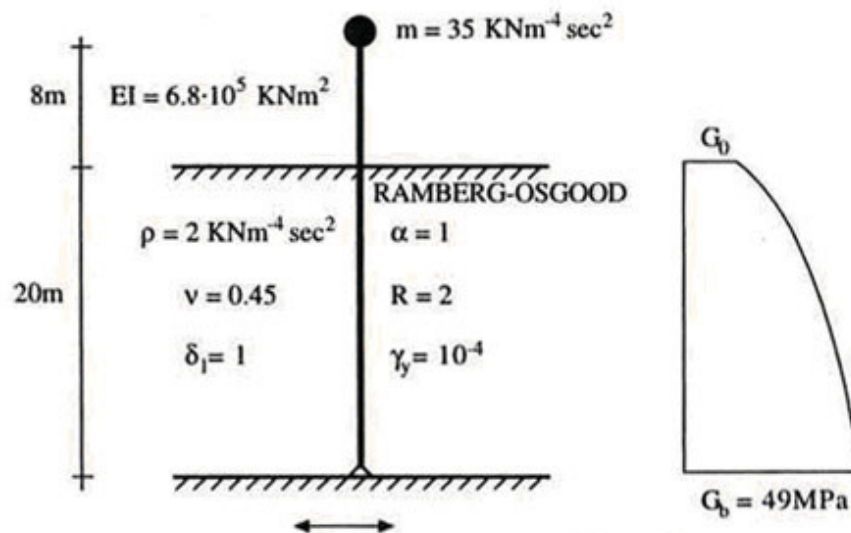


Figura 2.47 – Caratteristiche geometriche e meccaniche del sistema analizzato da Conte e Dente (1988).

L'interazione cinematica e l'interazione dinamica completa sono state ricavate con una modellazione alla Winkler, utilizzando delle curve carico-spostamento  $p - y$  atte a simulare il comportamento non lineare del terreno. Queste ultime sono state desunte dalle relazioni tensione-deformazione  $\tau - \gamma$  di Ramberg-Osgood.

Come input sono state utilizzate le registrazioni accelerometriche di Taft. e Bagnoli Irpino.

I risultati sono diagrammati in termini di momento flettente massimo (figura 2.48), sia in presenza che in assenza di massa in testa al palo; inoltre le analisi sono state effettuate considerando, o meno, lo smorzamento geometrico.

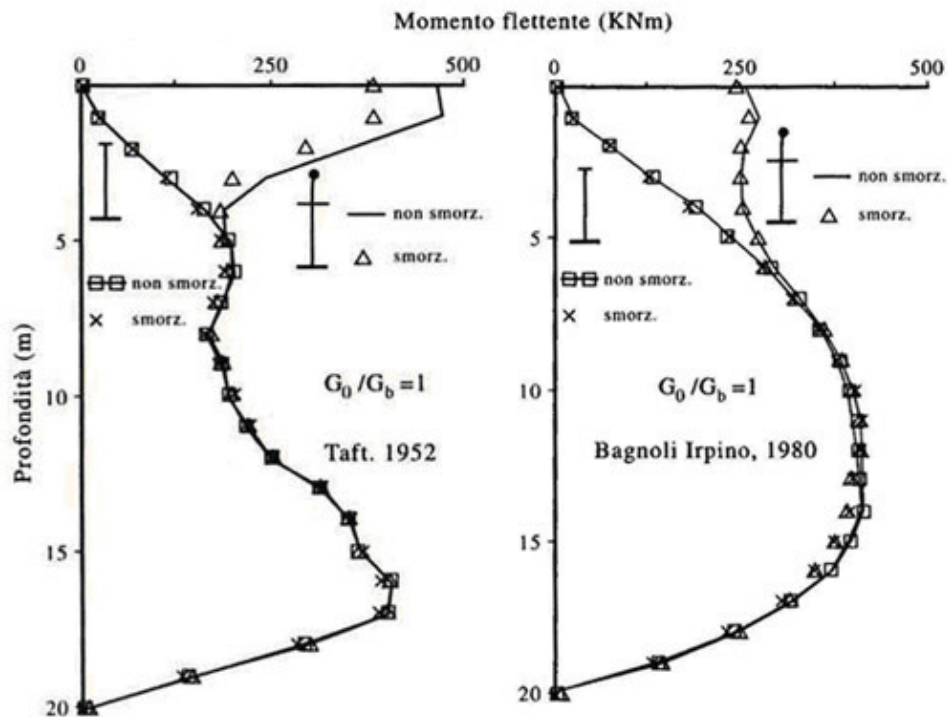


Figura 2.48 – Involuppo dei momenti flettenti massimi: Taft.(a) e Bagnoli Irpino (b) (Conte e Dente, 1988).

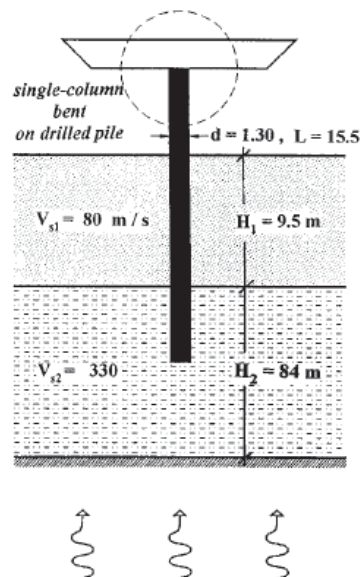
Osservando i grafici è possibile evincere che:

- il contributo della sovrastruttura in termini di interazione inerziale influenza la risposta fino ad una profondità dal piano campagna pari a circa 10 volte il diametro del palo;
- lo smorzamento geometrico attenua le sollecitazioni solo nel caso in cui è presente la massa in testa al palo.

**Mylonakis et al. (1997)** hanno studiato l'interazione dinamica completa delle pile di ponte fondate su pali (figura 2.49) applicando il metodo delle sottostrutture di cui abbiamo parlato nel capitolo 1.

Essi hanno riprodotto semi-analiticamente sia l'interazione cinematica che l'interazione inerziale terreno-struttura:

- ❖ per quanto riguarda la prima, gli spostamenti del terreno in condizioni *freefield* sono stati determinati utilizzando il metodo BDWF di Kavvadas e Gazetas (1993), trasformando poi la soluzione dal dominio delle frequenze a quella del tempo attraverso la *Discrete Fourier Transform* (DFT); la soluzione ottenuta è stata applicata al palo al fine di ricavarne la risposta cinematica.
- ❖ per quel che concerne la seconda, sono state calcolate le impedenze dinamiche (molle e smorzatori) e successivamente è stata analizzata la risposta dinamica della sovrastruttura soggetta al moto cinematico calcolato nel punto precedente (ovvero il FIM).



**Figura 2.49** – Schema della pila di ponte su singolo palo e stratigrafia del terreno (Mylonakis et al., 1997).

Il comportamento del terreno è stato modellato attraverso il legame lineare-equivalente.

Lo studio parametrico è stato condotto sia nel dominio delle frequenze che in quello del tempo e, in quest'ultimo caso, sono stati utilizzati due accelerogrammi (uno artificiale e uno reale) con accelerazione di picco pari a 0,40g. Nella tabella 2.6 sono riportati i valori utilizzati nelle analisi.

**Tabella 2.6** – Proprietà usate nelle analisi (Mylonakis et al., 1997).

Soil	Pile	Superstructure
$V_{s1} = 80 \text{ m/s}$		
$V_{s2} = 330 \text{ m/s}$	$E = 2.5 \times 10^7 \text{ kPa}$	$E = 2.5 \times 10^7 \text{ kPa}$
$V_{\text{rock}} = 1200 \text{ m/s}$	$d = 1.3 \text{ m (single pile)}$	$I = 0.14 \text{ m}^4$
$\rho_{s1} = 1.5 \text{ Mg/m}^3$	$d = 0.5 \text{ m (group pile)}$	$m_s = 350 \text{ Mg}$
$\rho_{s2} = 2.0 \text{ Mg/m}^3$	$L = 15.5 \text{ m}$	$H = 6 \text{ m}$
$\rho_{\text{rock}} = 2.2 \text{ Mg/m}^3$	$\rho = 2.5 \text{ Mg/m}^3$	$\beta = 5\%$
$\beta_{s1} = 10\%$		
$\beta_{s2} = 7\%$		

Nella figura 2.50 si riportano gli andamenti del momento flettente per l'analisi completa condotta a regime stazionario, quando il periodo  $T$  è pari al periodo fondamentale del deposito ( $T_1$ ), quando è pari al secondo periodo del deposito ( $T_2$ ) e quando coincide con il periodo del sistema terreno-pali-struttura ( $\tilde{T}$ ).

Nel caso in cui si voglia determinare il momento in corrispondenza del contrasto di rigidità, è d'uopo considerare un'eccitazione il cui periodo sia prossimo a quello del deposito di terreno, mentre per calcolare il momento all'incastro pila - fondazione palo si ritiene necessario considerare un'eccitazione con periodo vicino a quello del sistema terreno-palo-struttura.

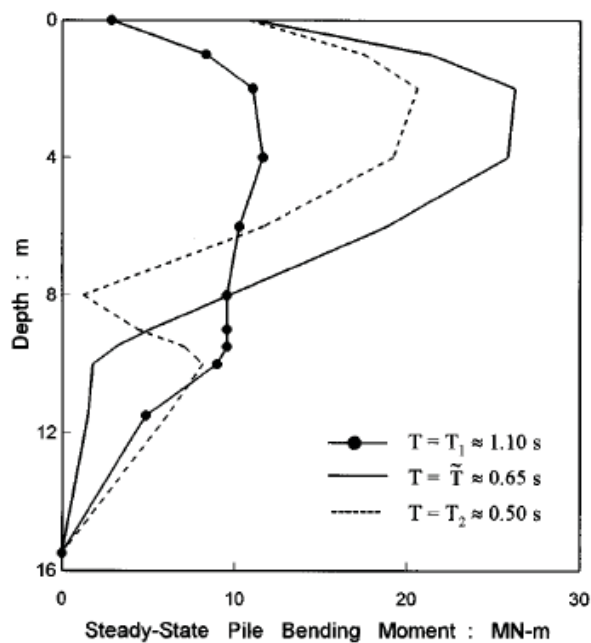


Figura 2.50 - Diagramma del momento flettente del palo ottenuto nell'analisi steady-state, al variare di  $T$  (Mylonakis et al., 1997).

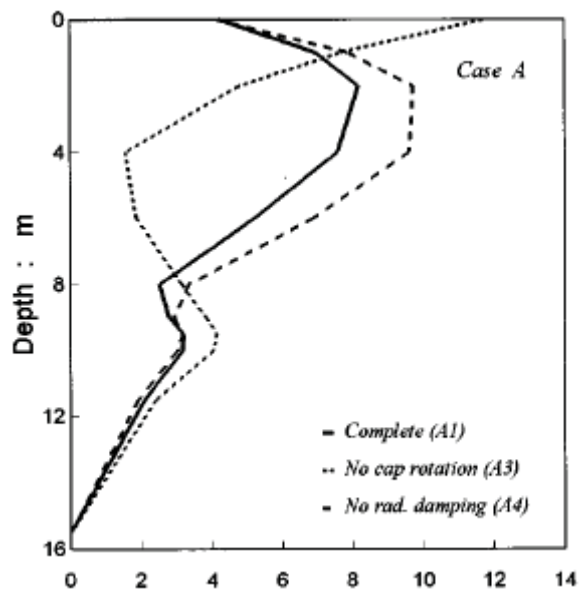


Figura 2.51 - Involuppo dei momenti flettenti in un'analisi completa (A1); non avendo considerato la rotazione in testa (A3); non avendo considerato lo smorzamento radiativo (A4) (Mylonakis et al., 1997).

Nella figura 2.51 è mostrato il confronto tra i risultati ottenuti nell'analisi completa, quelli ottenuti non considerando la componente rotazionale del moto in testa al palo e quelli ricavati non considerando lo smorzamento radiativo che nasce dall'oscillazione dei pali; in questo modo è possibile avere una misura dell'errore potenziale che si commette quando si operano delle semplificazioni nel modellare l'interazione a tre componenti.

Al fine di analizzare l'interazione terreno-palo-struttura, **Boulanger et al. (1999)** hanno sviluppato un metodo di analisi di tipo *beam on non-linear Winkler foundation* (figura 2.52), confrontando i risultati ottenuti da questo studio con quelli registrati attraverso una serie di test effettuati con la centrifuga dinamica.

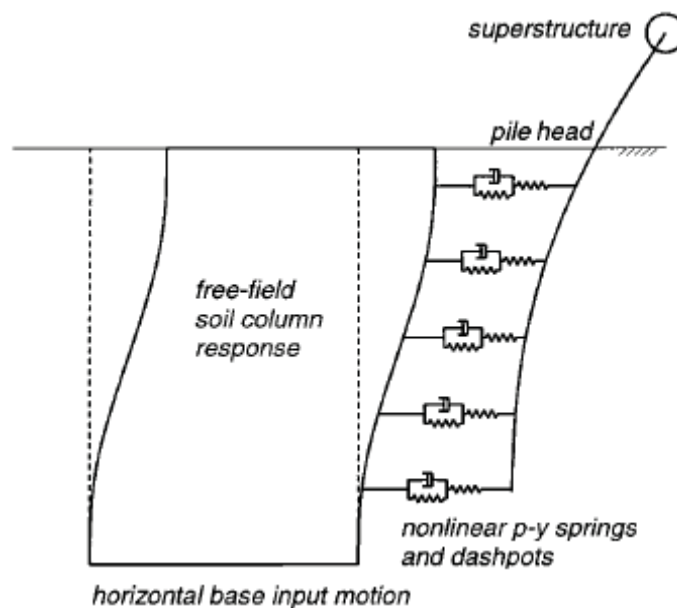


Figura 2.52 - Modello non lineare (Boulanger et al., 1999).

I test in centrifuga includono due diverse strutture (SP1, SP2) supportate da un palo singolo (figura 2.53) e soggette a nove diversi terremoti con accelerazioni di picco il cui range va da 0,02 g a 0,7 g.

E' stata utilizzata la tavola vibrante dell'University of California at Davis; i modelli sono stati testati nel flexible shear beam container (FSB), il quale è costituito da una serie di anelli di alluminio separati da gomma morbida, per permettere al container di deformarsi col terreno.

Il terreno consisteva in uno strato di argilla soffice soggiacente uno strato di sabbia densa.

I pali, in alluminio, si sono mantenuti in campo elastico durante tutti gli input sismici a cui sono stati sottoposti.

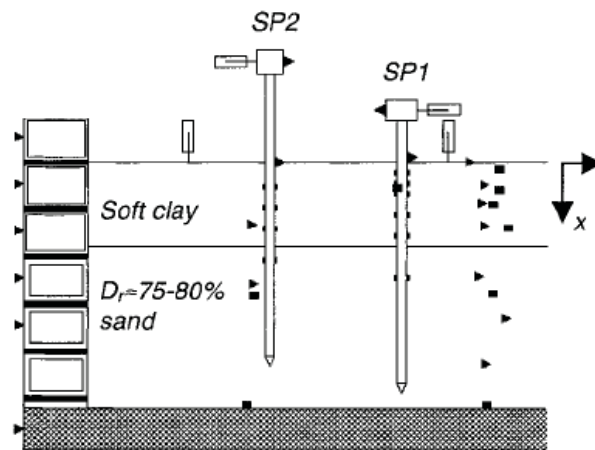


Figura 2.53 - Schematizzazione per gli esperimenti in centrifuga (Boulangier et al., 1999).

La figura 2.54 mostra l'andamento della resistenza al taglio non drenata  $c_u$  al variare della profondità, prima e dopo l'input.

Il profilo "before-shaking" è stato calcolato come:

$$c_u = 0,35\sigma'_{vc}OCR^{0,8} \quad (2.65.)$$

in cui  $\sigma'_{vc}$  rappresenta la tensione verticale efficace di consolidazione;  $OCR$  è il rapporto di preconsolidazione.



Il profilo “after-shaking” è stato calcolato usando la stessa espressione, ma con il valore di OCR incrementato di un fattore 1,3 al fine di rappresentare gli stimati effetti della consolidazione indotta dal sisma.

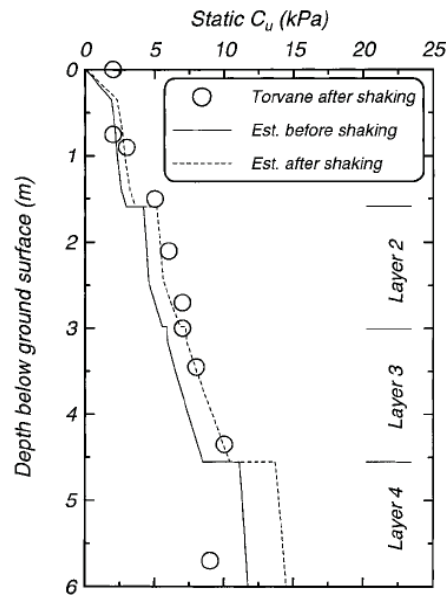


Figura 2.54 - Andamento della resistenza non drenata  $C_u$  (Boulanger et al., 1999).

La risposta *freefield* del terreno è stata ricavata utilizzando il programma SHAKE91 (Schnabel et al., 1972) per l’analisi lineare-equivalente monodimensionale.

Per la sabbia il modulo di elasticità tangenziale alle piccole deformazioni è stato ricavato dalla forma adimensionale dell’equazione di Seed e Idriss (1970):

$$\frac{G_{\max}}{P_{atm}} = 21,8K_{2,\max} \sqrt{\frac{\sigma'_m}{P_{atm}}} \quad (2.66.)$$

con  $K_{2,\max} = 65$ ;  $\sigma'_m = (1 + 2K_0)\sigma'_{vc}/3$ ;  $K_0 = 0,6$ .

## Capitolo 2

Si precisa inoltre che, per quanto riguarda la legge di decadimento del modulo di taglio e la variazione del rapporto di smorzamento  $\beta$  al variare delle deformazioni di taglio  $\gamma$ , sono state utilizzate le relazioni per la sabbia proposte da Seed e Idriss (1970).

Per l'argilla il modulo di taglio massimo è stato determinato dalla relazione  $G_{\max}/c_u = 380$ , dove per il valore di resistenza al taglio non drenata si è considerato il profilo descritto precedentemente. Come legge di decadimento del modulo di taglio e variazione del rapporto di smorzamento  $\beta$  sono state utilizzate le relazioni proposte da Vucetic e Dobry (1991) per un indice di plasticità pari a 50.

L'analisi dinamica  $p$ - $y$  non lineare sviluppata è stata implementata nel programma agli elementi finiti GeoFEAP (Bray et al. 1995).

Concettualmente, il comportamento  $p$ - $y$  non lineare – analizzato per determinare la risposta dinamica degli elementi strutturali – è stato pensato come l'insieme di una componente elastica, una componente plastica e una componente di gap disposte in serie (figura 2.55).

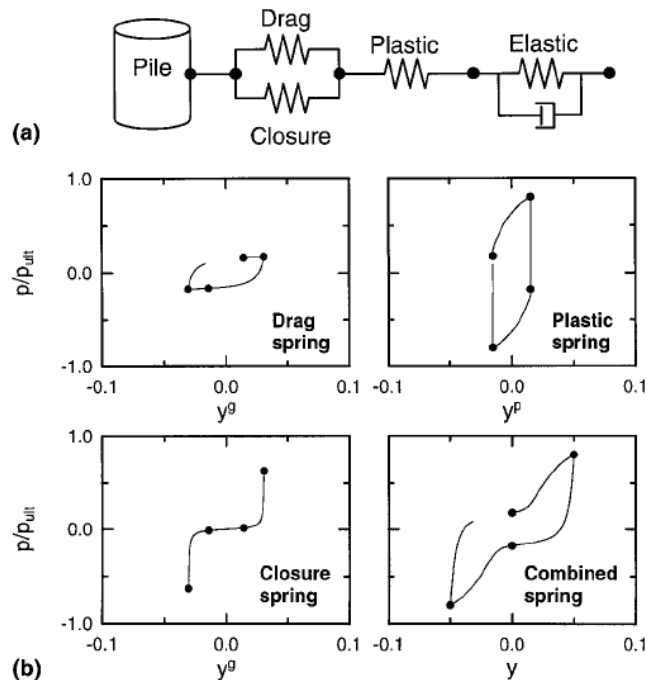


Figura 2.55 - Componenti del modello  $p$ - $y$  (a) e descrizione del loro comportamento (b) (Boulangier et al., 1999).

I risultati ottenuti con l'analisi dinamica  $p$ - $y$  si sono rivelati in buon accordo con i dati registrati dalle prove in centrifuga (figura 2.56).

Come ci si attendeva, la distribuzione dei momenti flettenti di picco calcolati e registrati mostra che la profondità del momento massimo aumenta con l'aumentare del livello di carico.

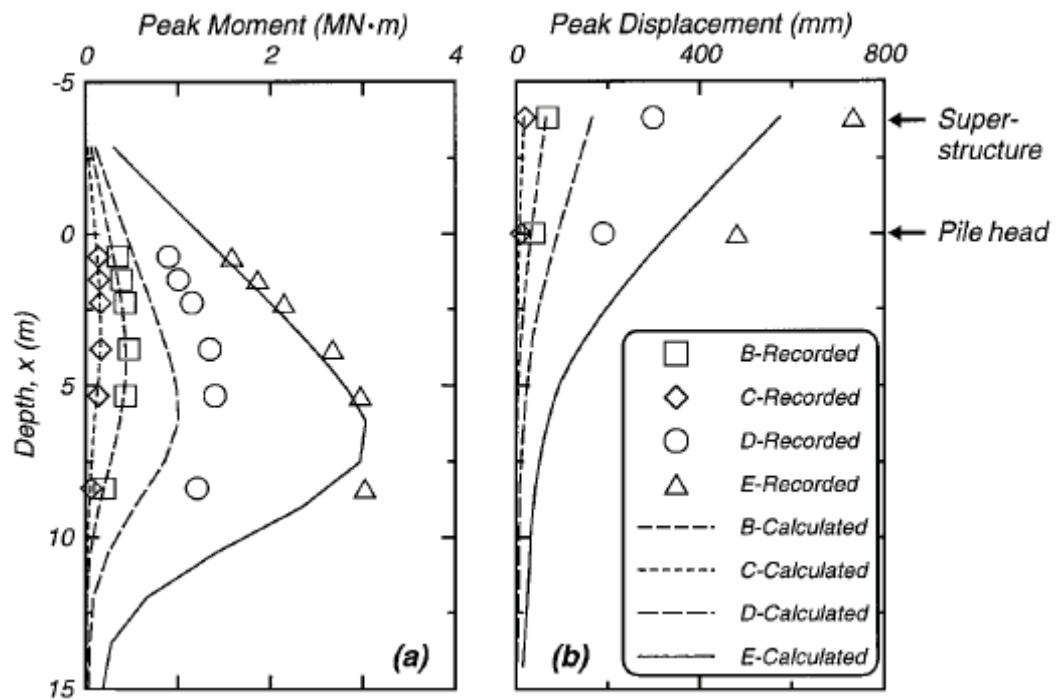


Figura 2.56 - Involuppo dei momenti flettenti (a) e degli spostamenti relativi (b) calcolati e registrati (Boulangier et al., 1999) per lo schema massa-palo SP1.

Uno studio che, analogamente a quello di Mylonakis et al. (1997), tende ad analizzare gli effetti che la frequenza fondamentale della struttura ha sulla risposta del sistema completo è quello realizzato da **Rovithis et al. (2007a)**.

Esso è stato condotto nel dominio delle frequenze, considerando un comportamento elastico-lineare sia per il palo che per il terreno.

Gli Autori hanno prima investigato l'interazione cinematica di un palo singolo ammortato in un deposito di terreno omogeneo con l'ausilio del codice di calcolo agli elementi finiti ANSYS: il palo è stato modellato con elementi di tipo *beam*, il terreno con elementi *3D-Solid* a 8 nodi; non è stato tenuto in conto il distacco palo-terreno.

I momenti sono stati ricavati per i primi tre modi di vibrare del terreno, nel caso di palo libero in testa o vincolato alla rotazione (figura 2.57a, b, c): come ci si

attendeva, i profili dei due casi convergono a una profondità corrispondente alla lunghezza attiva  $L_a$  del palo.

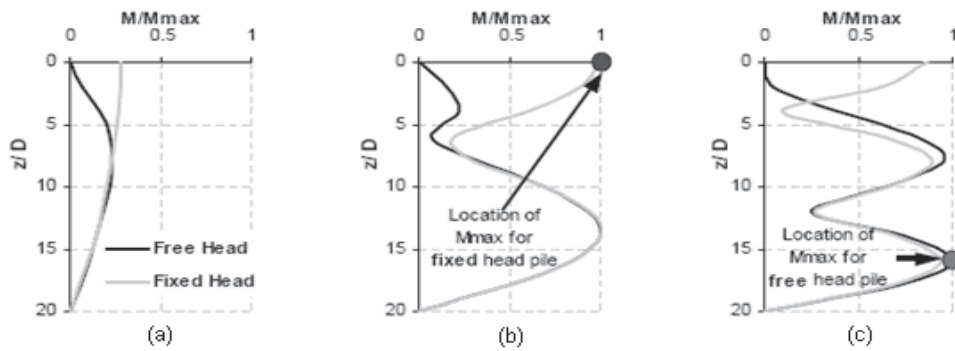


Figura 2.57 – Distribuzione delle ampiezze del momento normalizzato per le tre frequenze fondamentali del deposito (Rovithis et al., 2007a).

Per studiare l'interazione dinamica completa, Rovithis et al. hanno poi considerato la presenza di uno SDOF in testa al palo, secondo lo schema di figura 2.58.

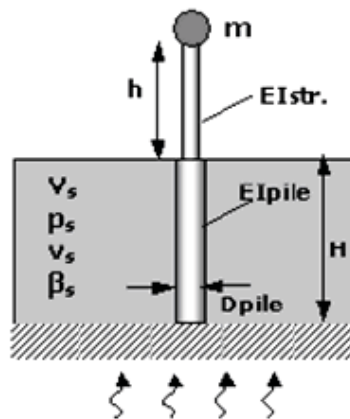
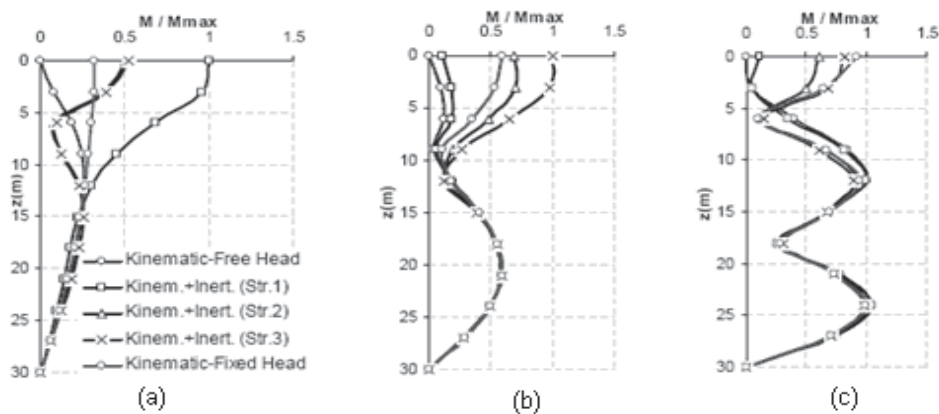


Figura 2.58 – Caratteristiche di base del sistema palo-terreno-struttura considerato (Rovithis et al., 2007a).

Calcolate le impedenze avendo considerato un'eccitazione armonica in testa al palo, la risposta del sistema completo è stata determinata facendo variare il diametro  $D_{strutt}$  dell'asta dello SDOF, nonché la conseguente rigidezza  $EI_{strutt}$ .

I risultati sono stati diagrammati sempre avendo considerato i primi tre modi di vibrare del deposito, allo scopo di verificarne la specifica influenza (figura 2.59a, b, c).



**Figura 2.59** – Distribuzione del momento normalizzato, per l'analisi cinematica e completa, al variare delle frequenze fondamentali del deposito (Rovithis et al., 2007a).

Al fine di studiare la risposta del sistema anche prendendo in conto il comportamento non lineare del terreno, gli stessi Autori (Rovithis et al., 2007b) hanno successivamente modificato il modello precedentemente esposto collegando i nodi degli elementi *beam* (che rappresentano il palo) al terreno con elementi tipo *kelvin* (ovvero molle e smorzatori disposti in parallelo).

Le rigidzze delle molle e lo smorzamento viscoso degli smorzatori sono stati determinati considerando la formula dell'impedenza complessa di Kavvadas e Gazetas (1993):

$$S_x = \frac{P}{y} = k_x + i \omega c_x \quad (2.67.)$$

Ricordiamo che la parte reale dell'espressione (2.67) è la rigidezza, mentre la parte immaginaria costituisce lo smorzamento sia isteretico che radiativo.

I termini del rapporto  $p/y$  rappresentano rispettivamente la forza  $p$  e lo spostamento  $y$  di un mezzo alla Winkler e sono stati ricavati attraverso una doppia derivazione e integrazione dei momenti flettenti che nascono lungo il fusto del palo:

$$p(z, t_i) = \frac{\partial^2 M(z, t_i)}{\partial z^2} \quad (2.68.)$$

$$y(z, t_i) = \frac{1}{EI} \iint M(z, t_i) \quad (2.69.)$$

Per descrivere la legge del momento flettente è stato utilizzato un polinomio interpolante di quarto grado (Ting, 1987):

$$M(z, t_i) = A_{ii} z^4 + B_{ii} z^3 + C_{ii} z^2 + D_{ii} z + E_{ii} \quad (2.70.)$$

in cui  $A_{ii}, B_{ii}, C_{ii}, D_{ii}, E_{ii}$  sono delle costanti da individuare accuratamente per via sperimentale in maniera tale da simulare la reazione laterale  $p$  del terreno.

Dalle curve  $p - y$  così ottenute alle varie profondità si ricavano la rigidezza  $k_x$  e lo smorzamento  $c_x$  (Badoni e Makris, 1995):

$$k_x = \left[ \left( \frac{P_{\max}}{y_{\max}} \right)^2 - \left( \frac{A_D}{\pi y_{\max}^2} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.71.)$$

$$c_x = \frac{A_D}{\pi \omega y_{\max}^2} \quad (2.72.)$$

con  $A_D$  area del ciclo delle curve  $p - y$  (figura 2.60).

I risultati dello studio in campo non lineare sono stati convalidati da prove in centrifuga, come mostrato in figura 2.61.

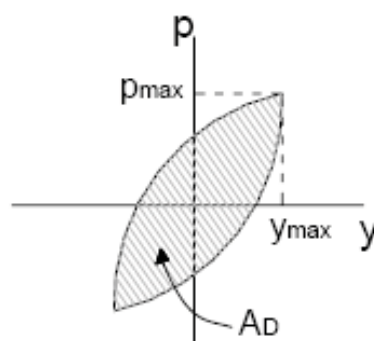


Figura 2.60 – Ciclo delle curve  $p-y$  (Rovithis et al., 2007b).

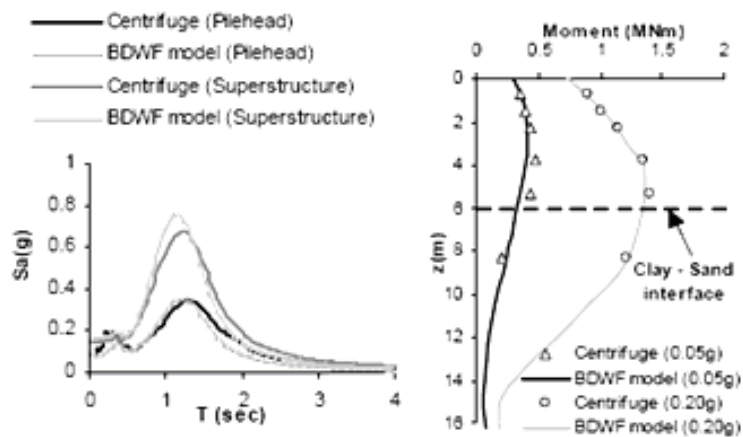


Figura 2.61 – Confronto tra i risultati ottenuti con il modello BDWF e quelli estrapolati da prove in centrifuga (Rovithis et al., 2007b).



## CAPITOLO 3

# COMPORTAMENTO DINAMICO DEI TERRENI E RISPOSTA IN CAMPO LIBERO

### 1. Introduzione

Nei capitoli precedenti sono stati ampiamente esposti gli effetti dell'interazione cinematica che si sviluppa nei manufatti geotecnici a causa delle deformazioni che il terreno subisce al passaggio delle onde sismiche.

Questo fenomeno, da un punto di vista concettuale, nasce quando l'interfaccia tra il terreno e il palo di fondazione subisce una deformazione differente rispetto al profilo deformativo del terreno in assenza del palo.

Risulta pertanto necessario ricorrere alla valutazione del cosiddetto moto del terreno in condizioni *freefield* (campo libero).

In letteratura esistono diverse formulazioni teoriche in forma chiusa che partono dallo schema monodimensionale di deposito omogeneo poggiante su basamento roccioso, soggetto a onde di taglio  $S$  che si propagano verticalmente.

Tuttavia, anche nel caso semplice di banco litologicamente omogeneo le caratteristiche meccaniche dello stesso variano al variare della profondità; se poi l'eterogeneità diventa più marcata e tale da non poter più essere descritta da un

modello continuo, le procedure analitiche per il calcolo del moto di *freefield* non sono più utilizzabili e si necessita un ricorso a svariate tecniche numeriche.

### 2. Risposta e funzioni di amplificazione

Quando un deposito di terreno è soggetto ad un input sismico alla base quest'ultimo, nell'attraversarlo, subisce un insieme di modifiche in termini di ampiezza, durata e contenuto in frequenza (risposta sismica locale o effetto di sito; Lanzo e Silvestri, 1999).

Per determinare quantitativamente questi cambiamenti del segnale di riferimento, è necessario confrontare le diverse grandezze che lo rappresentano con i corrispondenti parametri che si registreranno quando il moto sismico raggiungerà la superficie del deposito.

Le grandezze che misurano in maniera significativa la risposta sismica locale sono le seguenti:

- ❖ *Fattore di amplificazione*: è il rapporto tra l'accelerazione massima del terreno registrata in superficie e l'accelerazione massima al bedrock<sup>1</sup>. Esso rappresenta una variazione dell'input in termini di ampiezze massime;
- ❖ *Funzione di trasferimento  $H(f)$* : è il rapporto tra lo spettro di Fourier (cfr. capitolo 4) del moto in superficie e quello del moto in corrispondenza della formazione rocciosa di base. Questa funzione complessa, il cui modulo prende il nome di *funzione di amplificazione* (spettro di ampiezza  $A(f)$ ), è una misura dell'effetto di filtraggio che

---

<sup>1</sup> Bedrock: sequenza litostratigrafica caratterizzata da una velocità delle onde di taglio  $V_s \geq 800$  m/s .

il terreno opera sul segnale, incrementandone le ampiezze in corrispondenza di alcune frequenze e riducendole per altre.

Nell'ipotesi in cui il terreno segua un comportamento lineare, la funzione di trasferimento è una proprietà del sito e può essere espressa in funzione dei parametri geometrici e meccanici del deposito; nella realtà quest'ultimo assume un comportamento marcatamente non lineare, influenzando la funzione di amplificazione che, riassumendo, non dipenderà dunque soltanto dalle caratteristiche del sito, ma anche dai caratteri del moto sismico e dal legame costitutivo non lineare del terreno.

### 2.1. Non linearità del terreno

Un terremoto può essere pensato, in maniera semplificata, come un processo di carico che sottopone l'elemento di terreno ad una tensione tangenziale variabile nel tempo (condizione di taglio semplice).

Il comportamento dell'elemento di terreno, espresso in termini di tensione-deformazione tangenziale, risulterà non lineare, dissipativo e fortemente dipendente dalla storia della sollecitazione applicata; esso è sintetizzabile attraverso una coppia di parametri equivalenti, le cui grandezze sono definite in figura 3.1:

- Modulo di elasticità tangenziale  $G = \left( \frac{\tau_{pp}}{\gamma_{pp}} \right)$ ;
- Fattore di smorzamento  $D = \frac{W_D}{4 \pi W_S}$ .

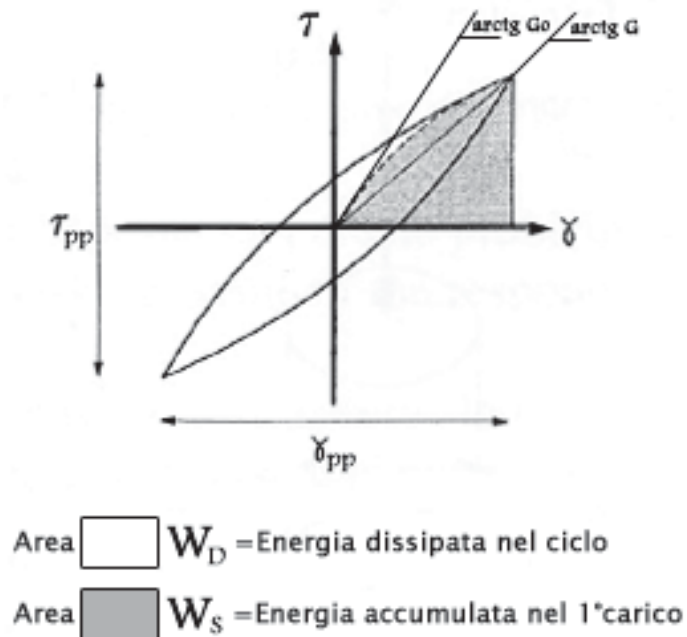


Figura 3.1 – Definizione dei parametri equivalenti.

Questi parametri riassumono le caratteristiche medie di deformabilità lungo la curva di primo carico (rappresentate dalla tangente) e le proprietà dissipative registrate nel corso di un ciclo di scarico-ricarico, e variano con il livello di deformazione tangenziale  $\gamma$ , il quale funge da spartiacque fra tre campi di comportamento fenomenologicamente diversi: a piccole, medie e grandi deformazioni.

- *Piccole deformazioni* - il modulo di taglio  $G$  si ritiene costante e pari a  $G_0$  per livelli deformativi inferiori a una soglia di linearità  $\gamma_l$  localizzabile in corrispondenza di  $G(\gamma) = 0,95 G_0$ . Per valori di deformazione inferiori a questa soglia, non si verifica perdita di energia durante un ciclo di carico-scarico-ricarico applicato a bassa velocità, pertanto il legame  $\tau - \gamma$  è rappresentabile con una relazione lineare.

- *Medie deformazioni* – superata la soglia di linearità  $\gamma_l$  si registra una riduzione del modulo di taglio  $G$  ed un aumento del fattore di smorzamento  $D$  (in quanto aumenta l'aliquota di energia dissipata nel ciclo). L'aspetto delle curve tensione-deformazione cambia al crescere della sollecitazione, tuttavia il terreno mantiene un comportamento stabile poiché al termine di un ciclo completo ritorna allo stato iniziale, risultando indipendente dalla storia del carico. E' dunque possibile utilizzare per il terreno una modellazione lineare-equivalente, definendo per ogni valore di  $\gamma$  una coppia di parametri equivalenti  $G$  e  $D$ .
- *Grandi deformazioni* - per valori delle deformazioni di taglio superiori alla cosiddetta soglia volumetrica  $\gamma_v$ , il terreno risente della non-monotonicità delle sollecitazioni e il suo comportamento evolve con il numero di cicli di carico, risultando quindi dipendente dalla storia di quest'ultimo. Il legame costitutivo che può descrivere il terreno in questo caso è il modello non lineare elasto-plastico inelastico.

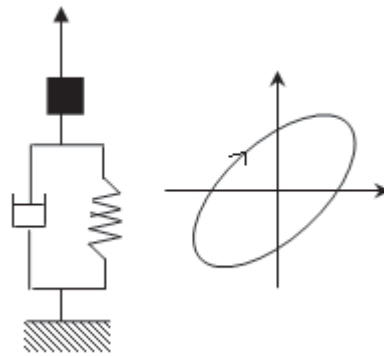
## 2.2. Modelli reologici

Le leggi costitutive sono delle relazioni matematiche atte a descrivere il comportamento di un terreno; esse vengono formulate a partire da schemi reologici di riferimento. Questi ultimi sono molto usati nella Dinamica dei Terreni per interpretare il comportamento fisico-meccanico di un sistema multifase.

Tra i modelli elementari si annoverano la molla elastica, lo smorzatore viscoso e lo smorzatore plastico ad attrito: a seconda del modo in cui questi elementi vengono assemblati (in serie e in parallelo, creando anche schemi piuttosto

complessi e, se necessario, tenendo conto delle forze d'inerzia tramite l'introduzione di una o più masse concentrate), è possibile rappresentare il comportamento delle terre in campo dinamico tramite il correlato legame costitutivo che lega forze e spostamenti.

Considerando un sistema ad un grado di libertà, il ciclo tensioni-deformazioni e la conseguente dissipazione di energia possono essere rappresentati tramite il *modello visco-elastico* di Kelvin-Voigt, ottenuto combinando in parallelo una molla con uno smorzatore viscoso (figura 3.2a) e il modello elasto-plastico perfetto di Coulomb, ricavato assemblando in serie una molla elastica con uno smorzatore plastico ad attrito (figura 3.3a).



**Figura 3.2** – Modello visco-elastico.

La legge costitutiva del corpo di Kelvin-Voigt è data dalla combinazione della componente elastica-lineare della molla, per la quale vale l'espressione (figura 3.4a):

$$\tau_1 = G \cdot \gamma_1 \quad (3.1.)$$

e della componente viscosa dello smorzatore, per cui si ha (figura 3.4b):

$$\tau_2 = \eta \cdot \dot{\gamma}_2 \quad (3.2.)$$

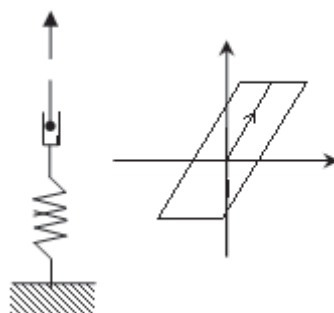


Figura 3.3 – Modello elasto-plastico perfetto.

Poiché gli elementi di cui sopra sono combinati in parallelo, applicando la sollecitazione  $\tau$  a cui corrisponde una certa deformazione  $\gamma$  si avrà:

$$\begin{cases} \gamma = \gamma_1 = \gamma_2 \\ \tau = \tau_1 + \tau_2 \end{cases} \quad (3.3.)$$

In definitiva:

$$\tau = G\gamma + \eta\dot{\gamma} \quad (3.4.)$$

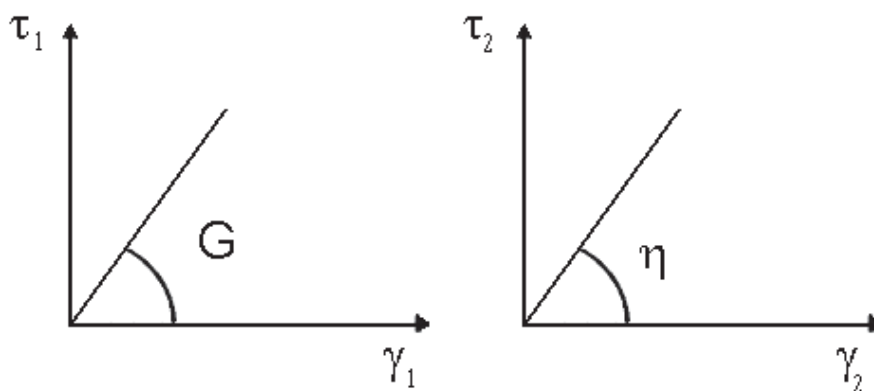


Figura 3.4 – Legami costitutivi del corpo elastico-lineare (a) e del corpo viscoso perfetto (b).

Scrivendo l'equazione di equilibrio dinamico nella sua formulazione generica si avrà:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = F(t) \quad (3.5.)$$

in cui le grandezze espresse sono facilmente intuibili dall'oscillatore di figura 3.2a.

Quando la forzante  $F(t)$  è di tipo armonico, la risposta in termini di spostamento è ancora un'armonica con pulsazione pari a quella della forzante, ma sfasata rispetto a quest'ultima in dipendenza del coefficiente di smorzamento  $c$ ; il diagramma carico-spostamento assume una forma ellittica (figura 3.2b) e il fattore di smorzamento, a partire dalla definizione data in § 2.1, risulta pari a:

$$D = \left( \frac{c}{c_c} \right) \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right) \quad (3.6.)$$

in cui  $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$  è la pulsazione naturale del sistema non smorzato e  $c_c = \frac{2k}{\omega_n}$  è

il coefficiente di viscosità critico (ovvero il valore di  $c$  oltre il quale non si hanno più oscillazioni libere).

Sempre osservando la figura 3.2b, è possibile asserire che il modello visco-elastico presenta rami di carico-scarico "smussati", ma questo tipo di schema riproduce bene solo la deformabilità dinamica di un materiale a grana fine e per velocità di deformazione tali da rendere preponderante l'effetto viscoso, mentre in tutti gli altri casi la dissipazione di energia avviene a causa dello scorrimento tra i grani, con cicli di carico-scarico con estremità "aguzze" che esprimono un comportamento isteretico.



Questo tipo di comportamento può essere simulato ricorrendo ai *modelli elasto-plastici a incrudimento*, basati sulla progressiva espansione degli oscillatori elementari coulombiani di figura 3.3a combinati tra loro in parallelo (figura 3.5).

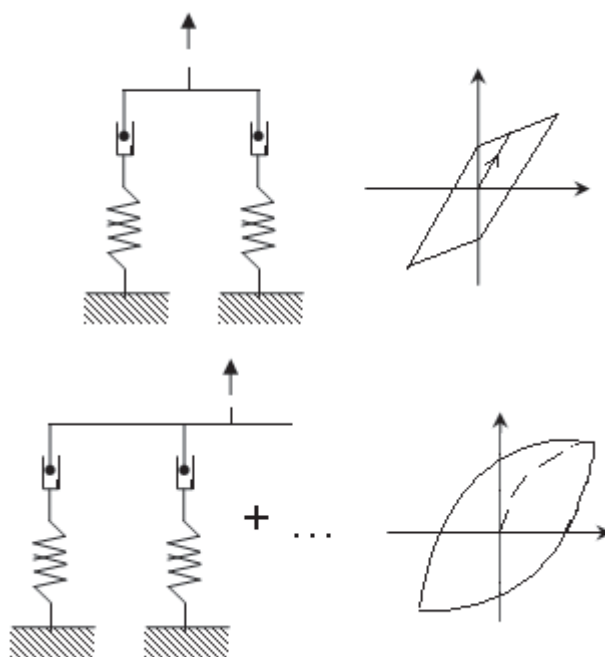


Figura 3.5 – Combinazioni di schemi reologici più complessi.

### 2.3. Mezzo visco-elastico

Il modello visco-elastico è uno strumento che ben si presta sia per l'analisi lineare di un sistema discreto che per quella di un sistema continuo, sottoposti a sollecitazioni dinamiche alle piccole e medie deformazioni.

Esso infatti descrive vantaggiosamente i fenomeni dissipativi di un terreno, anche se si è visto che questi ultimi non sono propriamente di natura solo viscosa.

Il modello di Kelvin-Voigt ad un grado di libertà di equazione (3.5) si estende al mezzo continuo visco-elastico indefinito operando delle opportune sostituzioni

alla massa  $m$ , alla forza  $F(t)$ , alla rigidezza  $k$  e allo spostamento  $u$  e pervenendo, in condizioni di taglio semplice, ad un mezzo continuo e omogeneo la cui caratterizzazione passa per tre parametri: densità di massa  $\rho$ , modulo di taglio  $G$  e coefficiente di viscosità lineare  $\eta$ .

L'equazione (3.5) diventa pertanto:

$$G \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \eta \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial z^2} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.7.)$$

#### 2.4. Modello a strati continui

Nel modello a strati continui (utilizzato nell'ambito di questa ricerca per la determinazione degli spostamenti di *freefield*), il deposito di terreno è schematizzato come un mezzo continuo costituito da un insieme di  $n$  strati omogenei (figura 3.6).

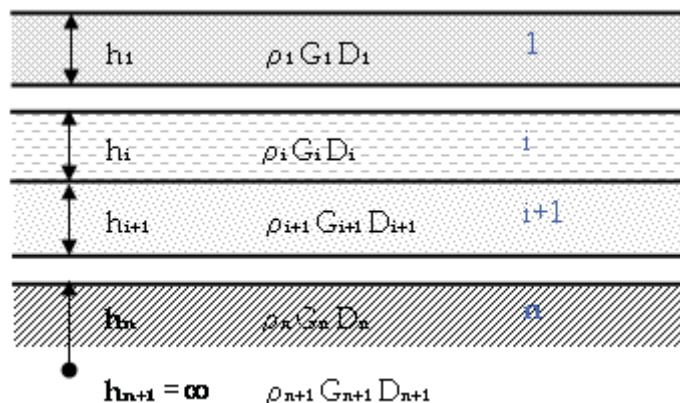


Figura 3.6 – Modello di sottosuolo a strati continui.

L'equazione differenziale di equilibrio dinamico che governa il fenomeno della propagazione delle onde viene particolareggiata all'i-esimo strato:

$$G_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial z^2} + \eta_i \frac{\partial^3 u_i}{\partial t \partial z^2} = \rho_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (3.8.)$$

Il parametro  $D_i$  indicato in figura rappresenta il fattore di smorzamento dell' $i$ -esimo strato ed è legato al coefficiente di viscosità  $\eta_i$  dalla relazione:

$$D_i = \frac{\eta_i \omega}{2 G_i} \quad (3.9.)$$

in cui  $\omega$  rappresenta la frequenza circolare della sollecitazione di input.

Integrando la (3.8) nel rispetto delle condizioni al contorno del problema si ottiene il moto monodimensionale lungo  $x$  del generico elemento di volume del terreno appartenente all'asse di simmetria  $z$ , che per sollecitazione armonica è pari a:

$$u_i(z, t) = p_i(z) e^{j\omega t} \quad (3.10.)$$

$p_i(z)$  è una funzione di forma che vale:

$$p_i(z) = A_i e^{jk_i^* z} + B_i e^{-jk_i^* z} \quad (3.11.)$$

$A_i$  e  $B_i$  rappresentano rispettivamente le ampiezze delle onde che si propagano verso l'alto e verso il basso nello strato;  $k_i^*$  è il numero d'onda complesso.

Dalla (3.10) è possibile esplicitare l'andamento delle tensioni tangenziali in corrispondenza dell'interfaccia:

$$\tau_i(z,t) = (G_i + j\omega\eta_i) \frac{\partial u_i}{\partial z} = jk_i^* G_i^* \left( A_i e^{jk_i^* z} - B_i e^{-jk_i^* z} \right) e^{j\omega t} \quad (3.12.)$$

con  $G_i^*$  modulo complesso. Per ogni istante temporale devono essere soddisfatte le condizioni di continuità tra strato e strato in termini di spostamenti lungo  $x$  e tensioni tangenziali:

$$\begin{cases} u_i(h_i) = u_{i+1}(0) \\ \tau_i(h_i) = \tau_{i+1}(0) \end{cases} \quad (3.13.)$$

Introducendo nelle condizioni di continuità il rapporto  $\mu_i$ , è possibile ottenere da esse le formule di ricorrenza che esplicitano le ampiezze  $A_{i+1}$  e  $B_{i+1}$  in funzione delle ampiezze  $A_i$  e  $B_i$  dello strato adiacente:

$$\begin{aligned} A_{i+1} &= \frac{1}{2} \cdot \left[ A_i e^{jk_i^* h_i} (1 + \mu_i) + B_i e^{-jk_i^* h_i} (1 - \mu_i) \right] \\ B_{i+1} &= \frac{1}{2} \cdot \left[ A_i e^{jk_i^* h_i} (1 - \mu_i) + B_i e^{-jk_i^* h_i} (1 + \mu_i) \right] \end{aligned} \quad (3.14.)$$

$\mu_i$  è detto rapporto tra le impedenze complesse e vale:

$$\mu_i = \frac{k_i^* G_i^*}{k_{i+1}^* G_{i+1}^*} = \sqrt{\frac{\rho_i G_i^*}{\rho_{i+1} G_{i+1}^*}} \quad (3.15.)$$

Applicando iterativamente le leggi di ricorrenza (3.14) a tutti gli  $n$  strati in cui è stato suddiviso il banco di terreno è possibile ottenere le funzioni di trasferimento  $a_i(\omega)$  e  $b_i(\omega)$  delle componenti ascendenti e discendenti, dalla superficie all' $i$ -esimo strato.

A questo punto è possibile scrivere la funzione di trasferimento  $H_{ik}(\omega)$  tra due qualsiasi livelli  $i$  e  $k$  del banco di terreno come rapporto tra le loro ampiezze di spostamento:

$$H_{ik}(\omega) = \frac{A_k + B_k}{A_i + B_i} = \frac{a_k(\omega) + b_k(\omega)}{a_i(\omega) + b_i(\omega)} \quad (3.16.)$$

Per  $k = 1$  e  $i = n$  la (3.16) fornisce la funzione di amplificazione dell'input sismico tra il basamento e il piano campagna di un deposito di terreno suddiviso in strati omogenei.

Tramite l'uso della (3.16) e di algoritmi che eseguono rapidamente trasformate di Fourier (cfr. capitolo 4) dirette e inverse (FFT e IFFT), le quali permettono di passare dal dominio del tempo al dominio delle frequenze (e viceversa), è possibile operare la convoluzione di un segnale da un livello all'altro del profilo di terreno. Ad esempio, data  $a_b(t)$  accelerazione temporale al bedrock e  $H_{sb}(\omega)$  funzione di trasferimento tra la base e il piano campagna, la risposta sismica in superficie  $a_s(t)$  è ottenibile con le seguenti operazioni:

$$a_s(t) = IFFT \{a_s(\omega)\} = IFFT \{H_{sb}(\omega) \cdot a_b(\omega)\} = IFFT \{H_{sb}(\omega) \cdot FFT [a_b(t)]\}$$

## 2.5. Modello a masse concentrate

Con i modelli discreti il terreno viene trattato con un approccio proprio della dinamica strutturale: esso è assunto come un sistema a più gradi di libertà (M-DOF, *multi degree of freedom*), ovvero suddiviso in un insieme di masse concentrate in corrispondenza dell'interfaccia tra gli strati orizzontali e collegate tra loro attraverso molle e smorzatori viscosi (figura 3.7).

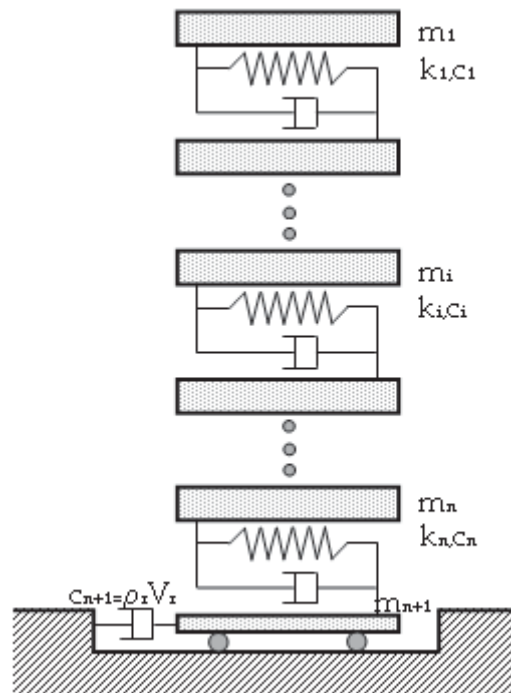


Figura 3.7 – Modello di sottosuolo a masse concentrate.

Le masse  $m_i$ , le rigidezze delle molle  $k_i$  e i coefficienti di smorzamento  $c_i$  del sistema discretizzato si ottengono dalle corrispondenti grandezze riferite all'elemento di volume continuo, trattate nel sottoparagrafo precedente, attraverso queste posizioni:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 = \frac{\rho_1 h_1}{2}, \quad m_i = \frac{\rho_i h_i + \rho_{i-1} h_{i-1}}{2} \quad (1 < i \leq n), \quad m_{n+1} = \frac{\rho_n h_n}{2} \\ k_i = \frac{G_i}{h_i} \quad (i \leq n) \\ c_i = \frac{\eta_i}{h_i} \quad (i \leq n), \quad c_{n+1} = \rho_b \cdot V_b \end{array} \right. \quad (3.17.)$$

con  $n$  numero di gradi di libertà del sistema; le  $n + 1$  equazioni differenziali lineari che ne rappresentano l'equilibrio dinamico sono esprimibili in maniera compatta attraverso la forma matriciale:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{J\}f(t) \quad (3.18.)$$

con  $\{u\}$ ,  $\{\dot{u}\}$  e  $\{\ddot{u}\}$  rispettivamente vettori degli spostamenti, delle velocità e delle accelerazioni assolute dell' $i$ -esima massa;  $[M]$  matrice delle masse (diagonale) e  $[C]$  e  $[K]$  matrici degli smorzamenti e delle rigidezze (entrambe bandate<sup>2</sup>):

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & & & \\ & m_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & m_{n+1} \end{bmatrix} \quad (3.19.)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 & & \\ -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & \\ & & \dots & \\ & & & -c_n & c_n + c_{n+1} \end{bmatrix} \quad (3.20.)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & & \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 & \\ & & \dots & \\ & & & -k_n & k_n \end{bmatrix} \quad (3.21.)$$

---

<sup>2</sup> Una matrice bandata è una matrice sparsa i cui elementi diversi da zero sono tutti posti in una banda diagonale; quest'ultima comprende la diagonale principale e una o più diagonali alla sua sinistra e/o alla sua destra.

Il secondo membro della (3.18) è il vettore delle sollecitazioni esterne applicato a ciascuna massa; di conseguenza, poiché la sollecitazione è applicata al bedrock, il vettore  $\{J\}$  ha tutti i termini nulli tranne l'ultimo che è unitario mentre la forzante, nel caso di bedrock deformabile, risulta dipendente dall'impedenza di quest'ultimo secondo la relazione:

$$f(t) = c_{n+1} \cdot \dot{u}_b(t) = \rho_b \cdot V_b \cdot \dot{u}_b(t) \quad (3.22.)$$

Se invece il bedrock è rigido viene a cadere la condizione di equilibrio della massa  $n+1$ -esima accoppiata alla congruenza con il moto della superficie del bedrock (ovvero lo spostamento  $u_{n+1}$  è nullo), pertanto il sistema si riconduce a  $n$  equazioni e la forzante diventa:

$$f(t) = c_n \cdot \dot{u}_b(t) + k_n \cdot u_b(t) \quad (3.23.)$$

Il sistema matriciale (3.18) può essere risolto attraverso l'integrazione diretta nel dominio del tempo (ad esempio usando il metodo di Newmark), oppure tramite l'analisi modale.

Se si opera nel dominio delle frequenze, la (3.18) può essere linearizzata nella forma complessa, la quale esprime la dipendenza della matrice dei coefficienti del vettore  $\{u\}$  dalla  $\omega$ :

$$(-\omega^2 [M] + j\omega [C] + [K])\{u(t)\} = \{J\} j\omega (\rho_b \cdot V_b) \cdot u_b(t) \quad (3.24.)$$

Applicando le trasformate di Fourier si ottiene il vettore degli spostamenti  $\{u(\omega)\}$  nel dominio delle frequenze:

$$\{u(\omega)\} = [H(\omega)]^{-1} \{J\} j\omega (\rho_b \cdot V_b) \cdot u_b(\omega) \quad (3.25.)$$



con  $[H(\omega)]$  insieme delle  $n$  funzioni di trasferimento tra il bedrock e ciascuna interfaccia tra gli strati, ottenute invertendo la matrice dei coefficienti del vettore  $\{u\}$ .

### 2.6. Mezzo elasto-plastico

Come è già stato asserito in precedenza, il modello visco-elastico non rispecchia l'effettiva natura del terreno, specialmente alle grandi deformazioni, quando la non linearità risulta particolarmente significativa:

la dissipazione di energia avviene per lo più tramite attrito tra le particelle, risultando poco influenzata dalla velocità di applicazione dei carichi, e i cicli tensione-deformazione presentano delle curve affusolate.

Questo tipo di comportamento è detto *isteretico* e può essere analizzato assumendo, nella fase di primo carico, una curva  $\tau - \gamma$  non lineare definita attraverso formulazione diretta (partendo da  $\gamma$ ):

$$\tau(\gamma) = [1 - J(\gamma)] G_0 \gamma \quad (3.26.)$$

o inversa (partendo da  $\tau$ ):

$$\gamma(\tau) = [1 + H(\tau)] \frac{\tau}{G_0} \quad (3.27.)$$

con  $J(\gamma)$  e  $H(\tau)$  funzioni dimensionali che esprimono lo scostamento dalla tangente iniziale  $G_0$ .

Per i successivi rami di scarico-ricarico, che rappresentano i cicli d'isteresi, si prende in considerazione un legame di associazione che tradizionalmente è espresso tramite i criteri di **Masing (1926)**:

1. In corrispondenza di ogni inversione di carico il modulo tangente è sempre pari a quello della curva di primo carico ( $G_0$ );
2. I rami di scarico-ricarico sono omotetici alla curva dorsale (ovvero hanno la stessa forma della curva di primo carico), a meno di un'amplificazione della scala degli sforzi e delle deformazioni per un fattore pari a 2.

Applicando i criteri di Masing, le (3.26) e (3.27) diventano:

$$\tau(\gamma) = \tau_{ci} + \left[ 1 - J \left( \frac{\gamma - \gamma_{ci}}{n_{ci}} \right) \right] G_0 (\gamma - \gamma_{ci}) \quad (3.28.)$$

$$\gamma(\tau) = \gamma_{ci} + \left[ 1 + H \left( \frac{\tau - \tau_{ci}}{n_{ci}} \right) \right] \frac{(\tau - \tau_{ci})}{G_0} \quad (3.29.)$$

con  $\tau_{ci}$  e  $\gamma_{ci}$  rispettivamente tensioni e deformazioni in corrispondenza dei punti di inversione del carico e  $n_{ci}$  parametro che vale 1 per il primo carico e 2 per i cicli di scarico e ricarico successivi.

I criteri di Masing stabiliscono un legame tra i parametri  $G$  e  $D$ ; lo smorzamento  $D$  risulta infatti indicato dalle seguenti formulazioni dirette e inverse:

$$D = \frac{2}{\pi} \left[ 1 - \frac{\int_0^{\gamma_c} \tau(\gamma) d\gamma}{\frac{1}{2} \tau_c \gamma_c} - 1 \right] \quad (3.30.)$$

$$D = \frac{\pi}{2} \left[ 1 - \frac{\int_0^{\tau_c} \gamma(\tau) d\tau}{\frac{1}{2} \tau_c \gamma_c} \right]$$

Quanto espresso nelle (3.30) implica che in una modellazione come quella appena discussa, attraverso la definizione della curva dorsale si ricavano conseguentemente i cicli d'isteresi e dunque lo smorzamento, che risulta pertanto automaticamente descritto.

L'equazione di equilibrio dinamico considerando la non linearità del terreno può essere risolta, come già precedentemente discusso per l'analisi lineare del modello a masse concentrate, tramite integrazione diretta nel dominio del tempo.

Poiché i parametri meccanici nel caso di taglio semplice dinamico variano al variare del livello deformativo indotto dal sisma (funzione  $G(\gamma)$  del decadimento del modulo di taglio e funzione  $D(\gamma)$  dell'aumento dello smorzamento), l'analisi non lineare può essere risolta applicando il metodo delle differenze finite esplicito in avanti (tale metodo sarà affrontato più approfonditamente nel capitolo 4).

In quest'ottica, esplicitando la velocità dell' $i$ -esimo strato del deposito calcolata all'istante temporale  $t + \Delta t$  in funzione della velocità e delle tensioni tra due strati contigui valutate all'istante precedente, si ottiene:

$$\dot{u}(i, t + \Delta t) = \dot{u}(i, t) + \frac{\Delta t}{\rho \Delta z} [\tau(i+1, t) - \tau(i, t)] \quad (3.31.)$$

La tensione tangenziale  $\tau(i, t)$  dipenderà sia dalla deformazione a taglio corrente  $\gamma(i, t) (= \Delta u(i, t) / \Delta z)$  che dal legame costitutivo utilizzato:

$$\tau(i, t) = G_i(\gamma) \cdot \gamma(i, t) = \frac{G_i(\gamma)}{G_{i,0}} G_{i,0} \cdot \gamma(i, t) \quad (3.32.)$$

Integrando la (3.31) dalla base del deposito fino alla superficie, e tenuto conto del soddisfacimento delle condizioni al contorno, si ricavano i profili degli spostamenti di terreno ricercati.

Nei successivi sottoparagrafi si riportano i principali legami costitutivi non lineari presenti in letteratura.

### 2.6.1. Modello iperbolico

Nel modello iperbolico proposto da **Kondner e Zelasko (1963)**, la curva dorsale è dotata di un asintoto ( $\tau = \tau_{\text{lim}}$ ) per deformazioni elevate; essa è pari a:

$$\tau = \tau_y \frac{\gamma/\gamma_r}{1 + \gamma/\gamma_r} = G_0 \frac{\gamma}{1 + \gamma/\gamma_r} = G_0 \frac{\gamma}{1 + \gamma_h} \quad (3.33.)$$

con  $G_0$ ,  $\tau_y$  e  $\gamma_r$  rispettivamente modulo di taglio, tensione tangenziale di riferimento e deformazione a taglio in corrispondenza di un basso livello deformativo.

La rigidità normalizzata rispetto al modulo  $G_0$  e lo smorzamento associato attraverso i criteri di Masing sono dati dalle relazioni:

$$\bar{G}(\gamma) = \frac{1}{1 + \gamma_h} \quad (3.34.)$$

$$D(\gamma) = \frac{2}{\pi} \left\{ \frac{2 \left[ 1 - \frac{\ln(1 + \gamma_h)}{\gamma_h} \right]}{\frac{\gamma_h}{1 + \gamma_h}} - 1 \right\} \quad (3.35.)$$

Un approccio alternativo all'applicazione dei criteri di Masing è quello che permette di disaccoppiare le funzioni  $G(\gamma)$  e  $D(\gamma)$  continuando però a ricondursi al modello esposto, e per ottenere questa doppia condizione si ricorre ad un artificio matematico: i criteri di Masing vengono applicati a una curva dorsale fittizia contraddistinta dallo stesso genere di parametri di quella effettiva, ma muniti di apice per differenziarli.

Lo smorzamento indipendente è pari a:

$$D(\gamma) = D'_\infty \frac{\gamma_h}{1 + \gamma_h} \quad (3.36.)$$

con  $D'_\infty$  valore asintotico dello smorzamento a deformazioni infinite (diverso dal valore asintotico  $D_\infty$  calcolato quando lo smorzamento è associato).

Un'evoluzione di tale modello, proposta da **Hardin e Drnevich (1972)**, modifica il valore  $\gamma_h$  secondo questa espressione:

$$\gamma_h = \frac{\gamma}{\gamma_r} \left( 1 + a e^{-b(\gamma/\gamma_r)} \right) \quad (3.37.)$$

Anche **Matasovic e Vucetic (1995)** hanno operato un'estensione del modello iperbolico attraverso l'aggiunta di due parametri ( $\beta$  e  $s$ ) che modificano la forma della curva dorsale al fine di rappresentare un più ampio range di comportamento del terreno:

$$\tau = G_0 \frac{\gamma}{1 + \beta \left( \frac{G_0}{\tau_y} \cdot \gamma \right)^s} = G_0 \frac{\gamma}{1 + \beta (\gamma/\gamma_r)^s} \quad (3.38.)$$

2.6.2. *Modello di Ramberg-Osgood*

**Ramberg e Osgood (1943)** hanno descritto la funzione tensione-deformazione di primo carico attraverso una curva dorsale di equazione:

$$x = y \left[ 1 + \alpha \cdot (y^{R-1}) \right] \quad (3.39.)$$

Essa è una relazione di potenza, non invertibile e dipendente dai due parametri  $\alpha$  e  $R$  che ne descrivono posizione e curvatura;  $x$  e  $y$  sono deformazioni e sforzi normalizzati rispetto ai valori di riferimento (valgono le notazioni di § 2.6.1):

$$x = \frac{\gamma}{\gamma_r}; \quad y = \frac{\tau}{\tau_y} \quad (3.40.)$$

Introducendo il modulo di taglio  $G_0 = \tau_y/\gamma_r$  alle basse deformazioni, tramite opportuni passaggi matematici operati nella (3.39):

$$\frac{\gamma}{\gamma_r} = \frac{\tau}{\tau_y} + \left( \frac{\tau}{\tau_y} \right)^R \cdot \alpha \quad \Rightarrow \quad \gamma = \frac{\tau}{G_0} + \left( \frac{\tau}{\tau_y} \right)^R \cdot \frac{\alpha}{\gamma_r^{-1}} \quad \Rightarrow$$

$$\gamma = \frac{\tau}{G_0} + \left( \frac{\tau}{\tau_y} \right)^R \cdot \frac{\alpha}{\gamma_r^{R-R-1}} \quad \Rightarrow \quad \gamma = \frac{\tau}{G_0} + \left( \frac{\tau}{G_0} \right)^R \cdot \frac{\alpha}{\gamma_r^{R-1}}$$

si ottiene:

$$\gamma = \frac{\tau}{G_0} + \left( \frac{\tau}{G_0} \right)^R \cdot C \quad (3.42.)$$

con  $C = \frac{\alpha}{\gamma_r^{R-1}}$

Esprimendo la (3.42) in funzione della rigidezza normalizzata  $\bar{G}(\gamma)$ , avremo:

$$\gamma(\bar{G}) = \left( \frac{1 - \bar{G}}{C \bar{G}^R} \right)^{1/(R-1)} \quad (3.43.)$$

Per quanto concerne lo smorzamento associato attraverso i criteri di Masing, avremo:

$$D(\bar{G}) = \frac{2}{\pi} \left( \frac{R-1}{R+1} \right) (1 - \bar{G}) \quad (3.44.)$$

Lo smorzamento indipendente, invece, ottenibile tramite il procedimento esposto in § 2.6.1, ha per curva l'espressione:

$$\gamma(\bar{D}) = \left( \frac{\bar{D}}{C'(1 - \bar{D})^{R'}} \right)^{1/(R'-1)} \quad (3.45.)$$

in cui  $\bar{D} = D/D'_\infty$  e  $D'_\infty = \frac{2}{\pi} \frac{R' - 1}{R' + 1}$ .

Dalle evidenze sperimentali emerge che anche alle basse deformazioni si registra dissipazione di energia, ma le relazioni analitiche sin qui riportate forniscono per questo campo valori infinitesimali; per ovviare a questo limite le funzioni dello smorzamento sono ulteriormente generalizzate attraverso l'aggiunta di un valore iniziale  $D_0$  complementare a  $G_0$ :

$$D(\gamma) = D_0 + \bar{D}(\gamma) \quad (3.46.)$$

Nelle figure 3.8, 3.9, 3.10 e 3.11 sono riportate le curve di decadimento della rigidità e dell'aumento dello smorzamento secondo tale modellazione.

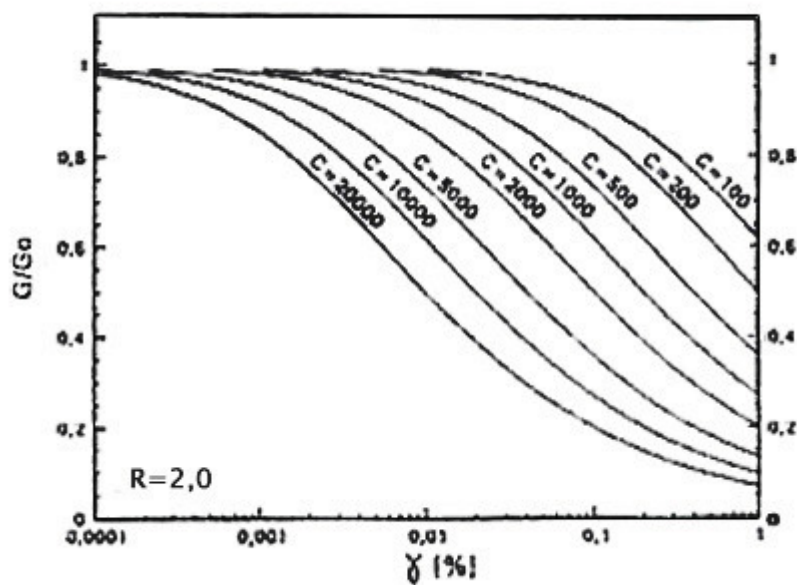


Figura 3.8 – Rigidezze al variare del parametro C di Ramberg-Osgood (Vinale et al., 2003).



COMPORTAMENTO DINAMICO DEI TERRENI  
E RISPOSTA IN CAMPO LIBERO

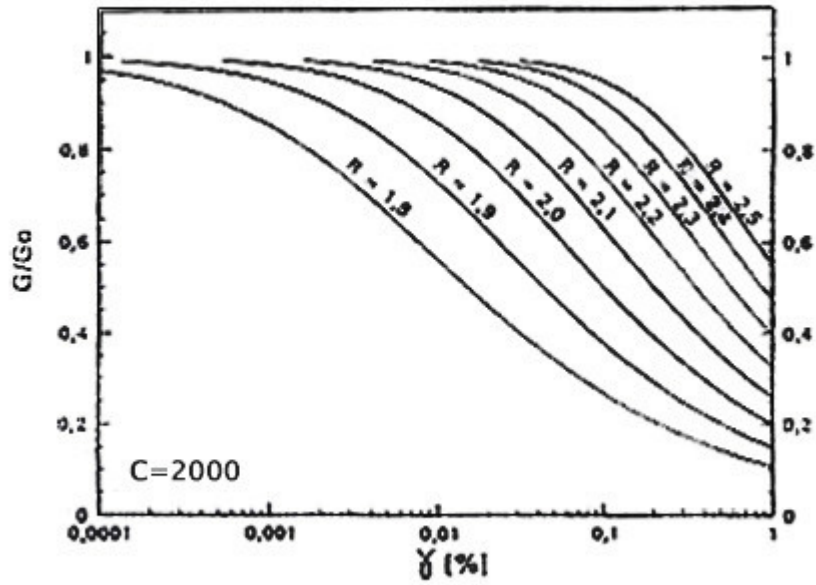


Figura 3.9 – Rigidezze al variare del parametro R di Ramberg-Osgood (Vinale et al., 2003).

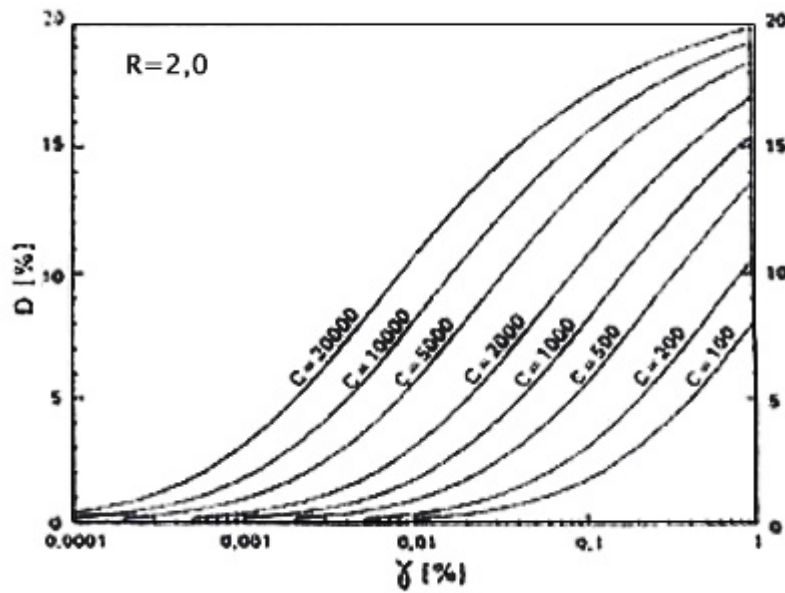


Figura 3.10 – Smorzamenti al variare del parametro C di Ramberg-Osgood (Vinale et al., 2003).

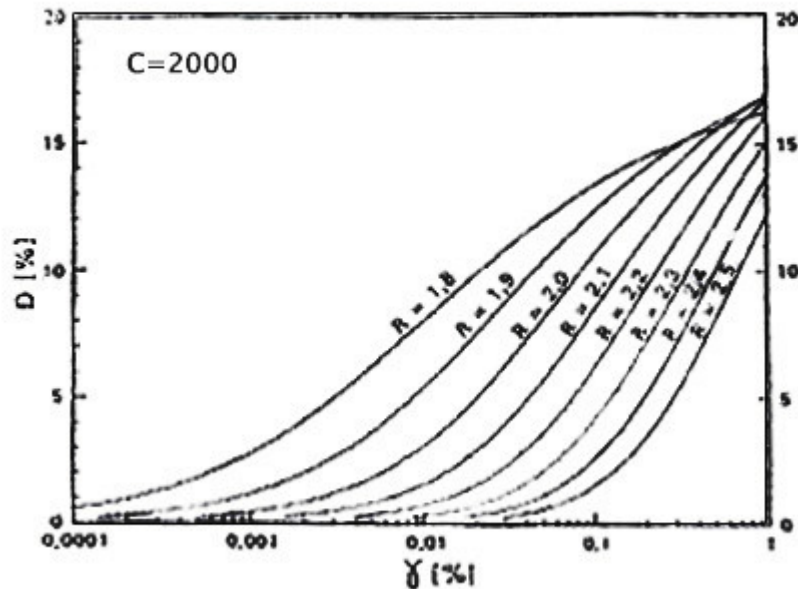


Figura 3.11 – Smorzamenti al variare del parametro C di Ramberg-Osgood (Vinale et al., 2003).

2.6.3. Modello di Ishibashi-Zhang

Ishibashi e Zhang (1993) hanno ricavato delle espressioni per il modulo di rigidezza e per il fattore di smorzamento che tengono conto della pressione media di confinamento  $\sigma_m$  e dell'indice di plasticità  $PI$  del terreno:

$$G/G_0 = K(\gamma, PI) \cdot \sigma_m^{m(\gamma, PI) - m_0} \tag{3.47.}$$

$$D = 0,333 \cdot \frac{1 + e^{-0,0145 \cdot PI^{1,3}}}{2} \cdot \left[ 0,586 \left( \frac{G}{G_0} \right)^2 - 1,547 \frac{G}{G_0} + 1 \right]$$

con:

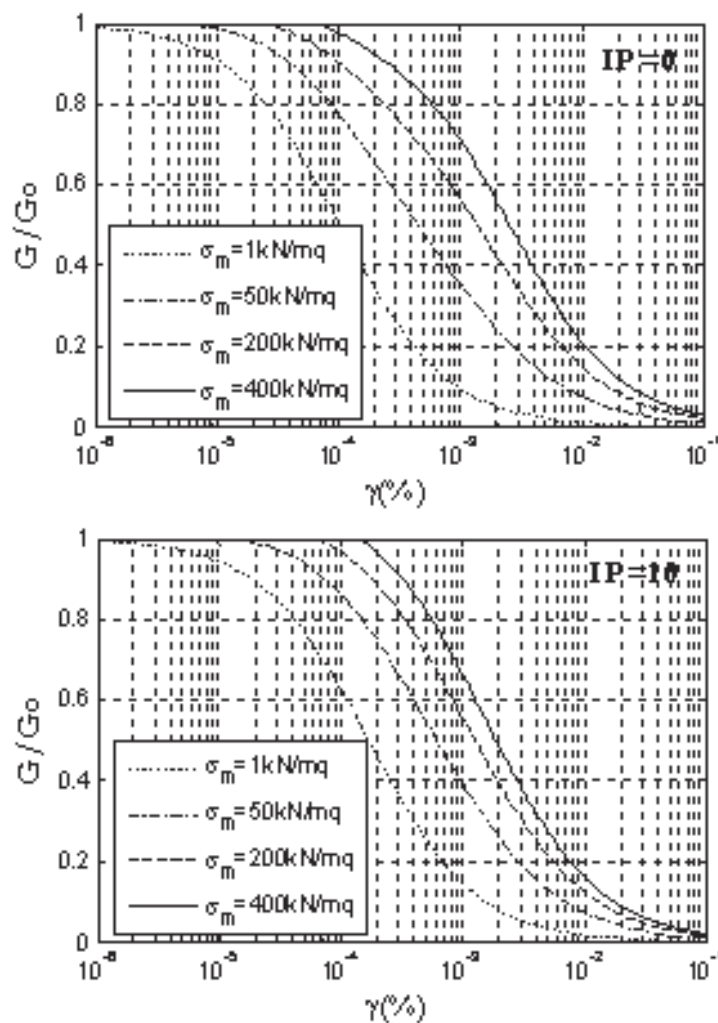
COMPORTAMENTO DINAMICO DEI TERRENI  
E RISPOSTA IN CAMPO LIBERO

$$K(\gamma, PI) = 0,5 \cdot \left\{ 1 + \tanh \left[ \ln \left\langle \left( \frac{0,000102 + n(PI)}{\gamma} \right)^{0,492} \right\rangle \right] \right\}$$

$$m(\gamma, PI) - m_0 = 0,272 \cdot \left\{ 1 - \tanh \left[ \ln \left\langle \left( \frac{0,000556}{\gamma} \right)^{0,4} \right\rangle \right] \right\} \cdot e^{-0,0145 \cdot PI^{1,3}} \quad (3.48.)$$

$$n(PI) = \begin{cases} 0 & PI = 0 \% \\ 3,37 \times 10^{-6} PI^{1,404} & 0 \% < PI \leq 15 \% \\ 7 \times 10^{-7} PI^{1,976} & 15 \% < PI \leq 70 \% \\ 2,7 \times 10^{-5} PI^{1,115} & PI > 70 \% \end{cases} \quad \text{per}$$

Dalle figure 3.12, 3.13, 3.14 e 3.15, in cui si diagrammano le curve di rigidezza e di smorzamento al variare della pressione di confinamento, si evince che l'influenza di quest'ultima diminuisce progressivamente al crescere dell'indice di plasticità del terreno.



**Figura 3.12** – Curve di decadimento della rigidezza descritte dal modello di Ishibashi e Zhang (1993) per indice di plasticità pari a 0% (a) e 10% (b) (Di Filippo, 2009).

COMPORTAMENTO DINAMICO DEI TERRENI  
E RISPOSTA IN CAMPO LIBERO

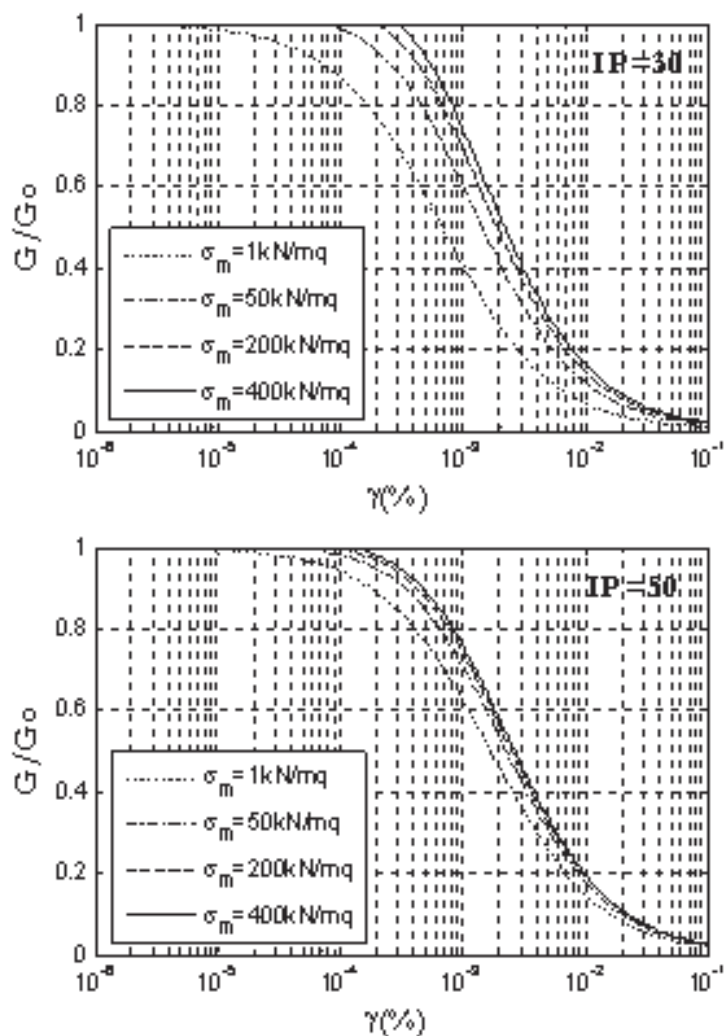
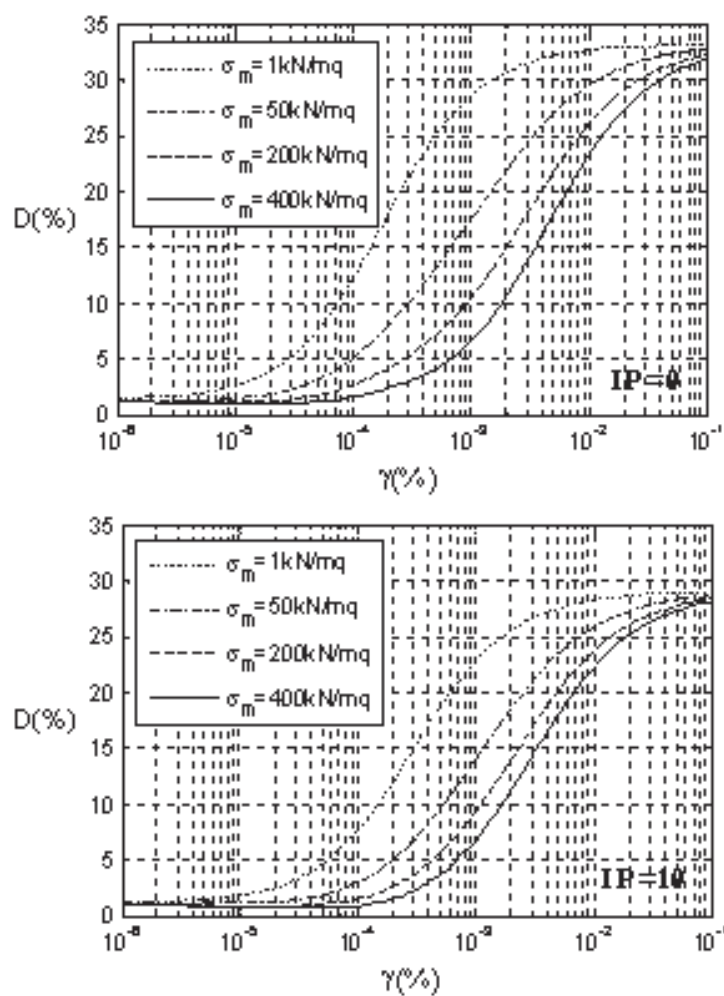


Figura 3.13 – Curve di decadimento della rigidezza descritte dal modello di Ishibashi e Zhang (1993) per indice di plasticità pari a 30% (a) e 50% (b) (Di Filippo, 2009).



**Figura 3.14** – Curve del fattore di smorzamento descritte dal modello di Ishibashi e Zhang (1993) per indice di plasticità pari a 0% (a) e 10% (b) (Di Filippo, 2009).

COMPORTAMENTO DINAMICO DEI TERRENI  
E RISPOSTA IN CAMPO LIBERO

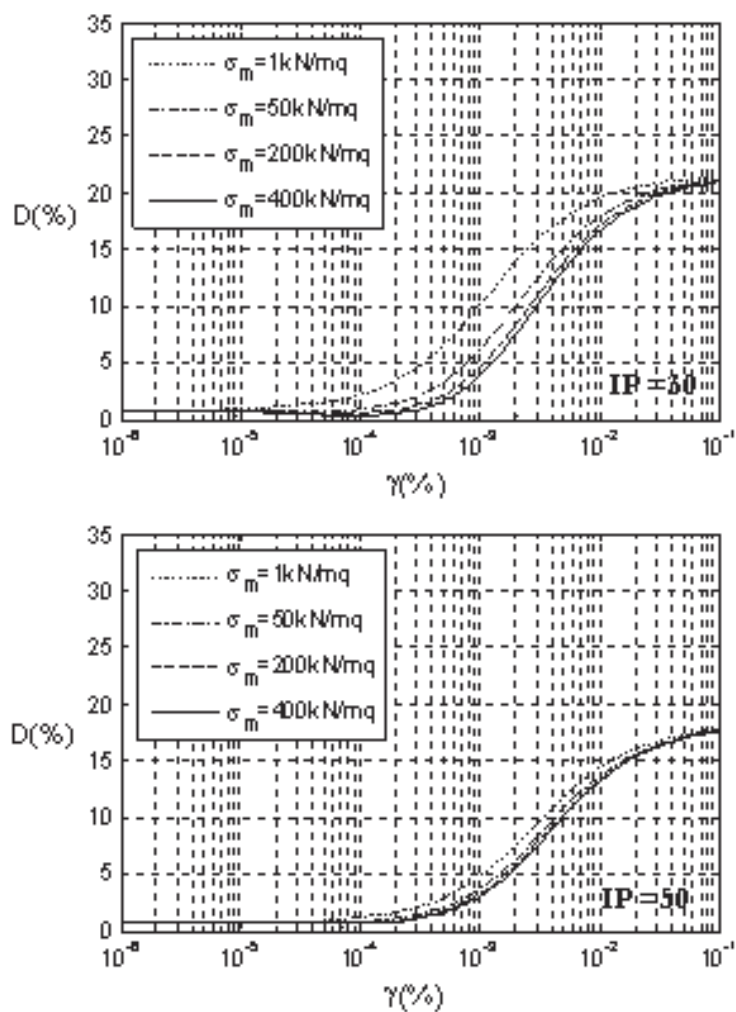


Figura 3.15 – Curve del fattore di smorzamento descritte dal modello di Ishibashi e Zhang (1993) per indice di plasticità pari a 30% (a) e 50% (b) (Di Filippo, 2009).





## CAPITOLO 4

# MODELLO MATEMATICO E CODICE DI CALCOLO

### 1. Premessa

Nel presente capitolo è esposta la modellazione matematica assunta dalla scrivente per determinare la risposta dinamica di un palo di fondazione soggetto a un moto sismico, il quale si propaga dalla base del deposito di terreno in cui il manufatto geotecnico è infisso.

Essa rientra nell'ambito dei modelli dinamici del tipo *Beam on Dynamic Winkler Foundation*, indicati sinteticamente con la sigla BDWF, quando per il terreno si assume un comportamento elastico lineare, e in quelli del tipo *Beam on Nonlinear Winkler Foundation* (BNWF) quando nell'analisi si considera il comportamento non lineare del terreno. Il palo si considera suddiviso in conci, ciascuno dei quali è modellato come elemento "asta" avente sezione trasversale pari a quella del palo.

La connessione tra il palo e il deposito che lo circonda avviene attraverso una serie di dispositivi costituiti da molle che rappresentano la rigidezza del sistema palo-terreno e smorzatori che ne rappresentano lo smorzamento, combinati in parallelo e distribuiti lungo la superficie laterale del palo (cfr. § 2.2 del capitolo 2).

Il comportamento non lineare del terreno è reso attraverso la procedura semplificata del legame lineare-equivalente.

Tale modellazione analitica è stata successivamente tradotta in linguaggio informatico al fine di realizzare un codice di calcolo, che lavora alle differenze finite, utilizzabile nella pratica progettuale.

## 2. Definizione delle forze ed equazione del problema

Si ponga in esame un generico palo di lunghezza  $L$  e diametro  $d$  ammorsato in un deposito di terreno al di sotto del quale è presente un bedrock fisso.

Fissato un sistema di riferimento  $\hat{O}\bar{u}_p\bar{u}_{ff}$  solidale con quest'ultimo, al verificarsi di un evento sismico la formazione rocciosa di base si muove ed il sistema subisce uno spostamento di trascinamento pari a  $u_g$ .

Parimenti il palo ed il terreno deformabile traslano rispettivamente delle quantità  $\bar{u}_p$  (spostamento assoluto del palo) e  $\bar{u}_{ff}$  (spostamento assoluto del terreno libero).

Per il teorema dei moti relativi si ha:

$$\bar{u}_p = u_p + u_g \quad (4.1.)$$

e

$$\bar{u}_{ff} = u_{ff} + u_g \quad (4.2.)$$

con  $u_p$  spostamento relativo del palo e  $u_{ff}$  spostamento relativo del terreno, entrambi misurati rispetto a un sistema di riferimento  $Ou_pu_{ff}$  solidale con il bedrock in movimento (figura 4.1).

Considerato un concio di palo di altezza  $dz$ , per effetto dell'input al generico istante  $t$  su di esso si generano (Gallese, 1985):

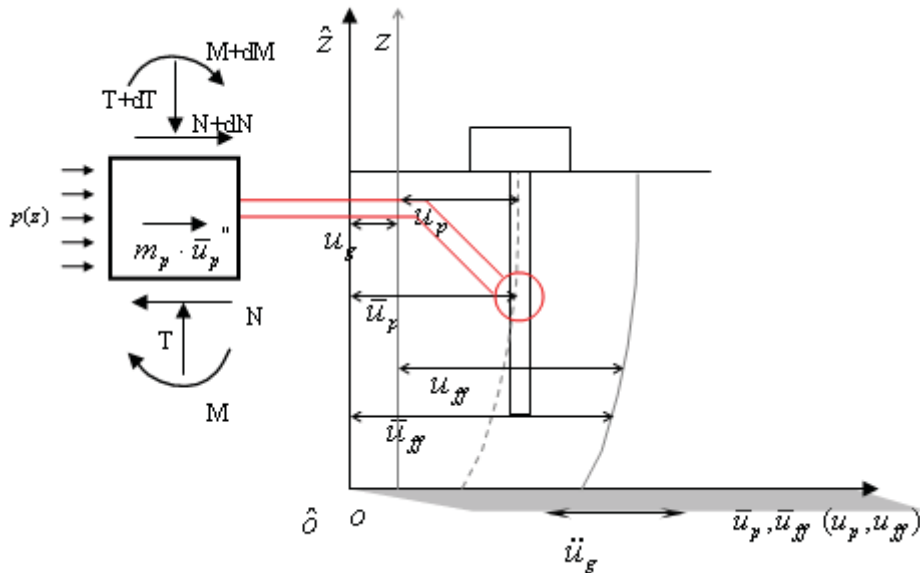
- Forze inerziali dovute alla massa propria del palo e proporzionali alle sue accelerazioni assolute;
- Forze d'interazione che si sviluppano tra il palo e il terreno che lo circonda;
- Forze di continuità trasmesse dai conchi contigui.

Dall'equilibrio alla traslazione orizzontale delle forze in gioco, calcolato rispetto al riferimento fisso  $\hat{O}\bar{u}_p\bar{u}_{ff}$ , si ottiene l'equazione:

$$\frac{\partial T}{\partial z} + m_p \frac{\partial^2 \bar{u}_p}{\partial t^2} + p = 0 \quad (4.3)$$

Combinando la (4.3) con l'equilibrio alla rotazione:

$$T = \frac{\partial M}{\partial z} + N \frac{\partial \bar{u}_p}{\partial z} \quad (4.4)$$



**Figura 4.1** – Sistema di riferimento palo-terreno e particolare delle forze agenti su un generico conchio di altezza  $dz$ .

e considerando l'equazione della linea elastica per una trave deformabile a flessione:

$$\frac{\partial^2 \bar{u}_p}{\partial z^2} = \frac{M}{E_p I_p} \quad (4.5.)$$

si ricava:

$$E_p I_p \frac{\partial^4 \bar{u}_p}{\partial z^4} + N \frac{\partial^2 \bar{u}_p}{\partial z^2} + m_p \frac{\partial^2 \bar{u}_p}{\partial t^2} + p = 0 \quad (4.6.)$$

Ma  $u_g$  - presente all'interno della variabile  $\bar{u}_p = u_p + u_g$  - è indipendente dalla posizione  $z$ , pertanto l'equazione differenziale del problema diventa:

$$E_p I_p \frac{\partial^4 u_p}{\partial z^4} + N \frac{\partial^2 u_p}{\partial z^2} + m_p \frac{\partial^2 \bar{u}_p}{\partial t^2} + p = 0 \quad (4.7.)$$

Trascurando il contributo della forza assiale si ottiene infine:

$$E_p I_p \frac{\partial^4 u_p}{\partial z^4} + m_p \frac{\partial^2 \bar{u}_p}{\partial t^2} + p = 0 \quad (4.8.)$$

Il carico orizzontale  $p$  agente sul palo ad una generica quota è proporzionale allo spostamento relativo palo-terreno secondo la legge:

$$k(u_p - u_{ff}) + c \frac{\partial(u_p - u_{ff})}{\partial t} = 0 \quad (4.9.)$$

con  $k$  e  $c$  rispettivamente rigidità e smorzamento del sistema molle-smorzatori realizzanti la connessione tra palo e terreno (figura 4.2).

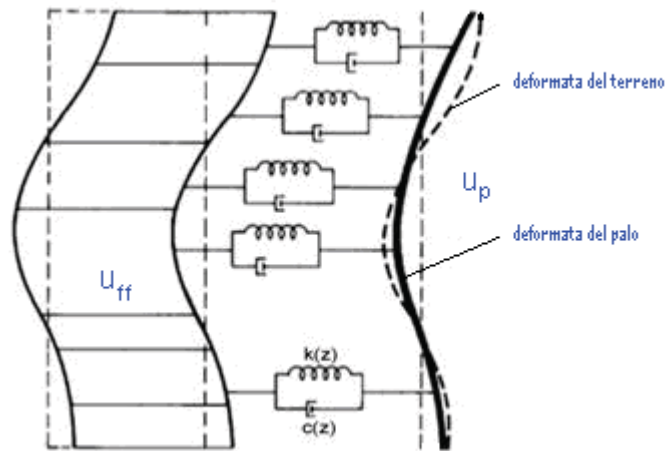


Figura 4.2 – Modello dell'interazione palo-terreno.

Considerando la (4.9), l'equazione differenziale (4.8) del problema assume l'espressione:

$$E_p I_p \frac{\partial^4 u_p}{\partial z^4} + m_p \frac{\partial^2 u_p}{\partial t^2} + m_p \frac{\partial^2 u_g}{\partial t^2} + k(u_p - u_{ff}) + c \frac{\partial u_p}{\partial t} - c \frac{\partial u_{ff}}{\partial t} = 0 \quad (4.10.)$$

Il campo di spostamenti  $u_{ff}$  del deposito di terreno in condizioni *freefield* è determinato in maniera numerica utilizzando la teoria della propagazione monodimensionale delle onde di taglio (cfr. capitolo 3), assumendo per il terreno un comportamento elastico lineare quando, per il calcolo dell'interazione cinematica, si utilizza il modello BDWF.

Per analizzare la risposta dinamica del palo con il modello BNWF attraverso il legame lineare-equivalente, è necessario determinare il campo di spostamenti dei depositi analizzati considerando il decadimento della rigidezza e l'aumento dello smorzamento del terreno nella risoluzione dell'equazione del moto in forma numerica.

Una volta determinato l'input rappresentato dal campo di spostamenti  $u_{ff}$  nel dominio del tempo, si procede alla risoluzione della (4.10) per via numerica. Nel presente studio si è utilizzato il metodo delle differenze finite (Boole, 1880) nella sua formulazione esplicita.

Allo scopo il palo è discretizzato in un conveniente numero  $n$  di conci, particolarizzando l'equazione differenziale (4.10) per ogni nodo rappresentativo del sistema palo-terreno (figura 4.3). Si ottiene quindi un sistema di  $n + 1$  equazioni differenziali.

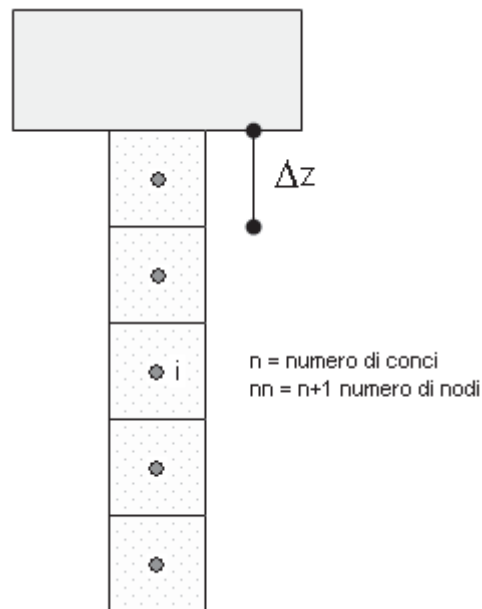


Figura 4.3 – Suddivisione del palo in conci.

### 3. Metodo alle differenze finite

Nell'ambito della presente ricerca, poiché ci si è posto l'obiettivo di operare considerando il comportamento non lineare del terreno di fondazione, il sistema

delle  $n+1$  equazioni differenziali è risolto in via numerica con il *metodo delle differenze finite*.

In matematica, una “differenza finita” è un'espressione matematica nella forma di una differenza tra i valori assunti da una funzione in due specifici punti.

L'idea di base di questo metodo è dunque quella di sostituire alle derivate i rapporti incrementali, dato che il limite di questi è appunto la derivata.

Considerate delle derivate di ordine superiore, si utilizza una combinazione lineare di espansioni in serie di Taylor di una data funzione  $f(x)$  in punti del tipo  $x + n \Delta x$  (figura 4.4).

Esso è l'approccio più classico che consente di determinare le approssimazioni delle differenze finite ed analizzarne l'errore.

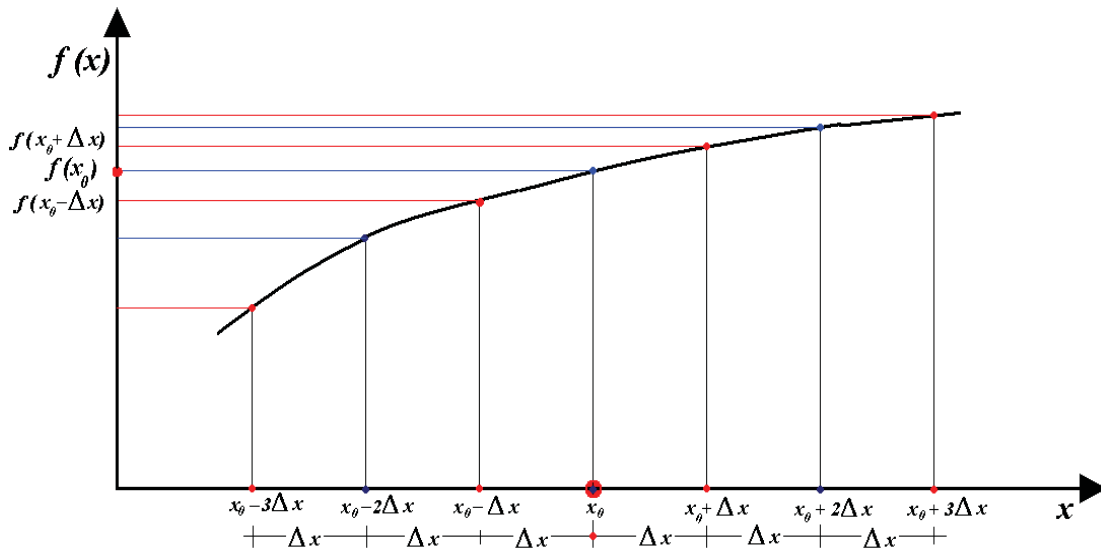


Figura 4.4 – Sviluppo della funzione  $f(x)$ .

Operando in questo modo sono stati ricavati e successivamente utilizzati degli schemi che raggruppano le differenze finite in maniera compatta; nel nostro caso, in particolare, quelli delle *differenze finite centrali* (tabella 4.1):

**Tabella 4.1** – Valori delle differenze finite centrali.

	$f_{i-2}$	$f_{i-1}$	$f_i$	$f_{i+1}$	$f_{i+2}$
$2 \cdot \Delta x \cdot f'(x_i)$		-1		1	
$\Delta x^2 \cdot f''(x_i)$		1	-2	1	
$2 \cdot \Delta x^3 \cdot f'''(x_i)$	-1	2		-2	1
$\Delta x^4 \cdot f^{IV}(x_i)$	1	-4	6	-4	1

Esplicitando:

$$f'(x_i) = \frac{-f_{i-1} + f_{i+1}}{2 \cdot \Delta x}$$

$$f''(x_i) = \frac{f_{i-1} - 2 \cdot f_i + f_{i+1}}{\Delta x^2} \quad (4.11.)$$

$$f'''(x_i) = \frac{-f_{i-2} + 2 \cdot f_{i-1} - 2 \cdot f_{i+1} + f_{i+2}}{2 \cdot \Delta x^3}$$

$$f^{IV}(x_i) = \frac{f_{i-2} - 4 \cdot f_{i-1} + 6 \cdot f_i - 4 \cdot f_{i+1} + f_{i+2}}{\Delta x^4}$$

Nella formulazione implicita il metodo delle differenze finite permette di scrivere un generico sistema di  $n$  equazioni in  $n$  incognite che può essere agevolmente risolto per ogni generico istante temporale, imponendo l'equilibrio complessivo ad ogni passo.

Nella sua formulazione esplicita, che sarà adottata in questo studio, i valori delle incognite (nel nostro caso gli spostamenti relativi del palo) ad un generico istante temporale  $t$  e per ogni nodo  $i$  vengono ricavati con una integrazione al passo imponendo l'equilibrio al tempo  $t - \Delta t$  precedente, una volta noti i valori delle incognite a quel passo.

Questo metodo consente il calcolo ad ogni step in maniera rapida, richiedendo tuttavia molti step temporali al fine di ottenere soluzioni accettabili;



esso è, infatti, un metodo *condizionatamente stabile* poiché necessita di un passo temporale sufficientemente piccolo, tale da essere:

$$\Delta t \leq \Delta t_{critico} = \frac{1}{\pi \cdot v_{max}}$$

Per “stabilità” di un operatore si intende la condizione per cui gli errori trascurabili che nascono in un certo passo temporale non si propagano amplificandosi ai passi successivi.

### 3.1. Sviluppo del sistema algebrico

Applicando le differenze finite centrali ai singoli termini della (4.10) si ha:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^4 u_p}{\partial z^4} = \frac{u_p(z - 2\Delta z) - 4u_p(z - \Delta z) + 6u_p(z) - 4u_p(z + \Delta z) + u_p(z + 2\Delta z)}{\Delta z^4} \\ \frac{\partial^2 u_p}{\partial t^2} = \frac{u_p(t - \Delta t) - 2u_p(t) + u_p(t + \Delta t)}{\Delta t^2} \\ \frac{\partial^2 u_g}{\partial t^2} = \frac{u_g(t - \Delta t) - 2u_g(t) + u_g(t + \Delta t)}{\Delta t^2} \\ \frac{\partial u_p}{\partial t} = \frac{-u_p(t - \Delta t) + u_p(t + \Delta t)}{2\Delta t} \\ \frac{\partial u_{ff}}{\partial t} = \frac{-u_{ff}(t - \Delta t) + u_{ff}(t + \Delta t)}{2\Delta t} \end{array} \right. \quad (4.12.)$$

Sostituendo all'espressione (4.10) si ottiene:

$$\begin{aligned}
 & \frac{E_p I_p}{\Delta z^4} [u_p(z - 2\Delta z) - 4u_p(z - \Delta z) + 6u_p(z) - 4u_p(z + \Delta z) + u_p(z + 2\Delta z)] + \\
 & + \frac{m_p}{\Delta t^2} [u_p(t - \Delta t) - 2u_p(t) + u_p(t + \Delta t)] + \frac{m_p}{\Delta t^2} [u_g(t - \Delta t) - 2u_g(t) + u_g(t + \Delta t)] + \\
 & + k[u_p(t) - u_{ff}(t)] + \frac{c}{2\Delta t} [-u_p(t - \Delta t) + u_p(t + \Delta t)] + \\
 & - \frac{c}{2\Delta t} [-u_{ff}(t - \Delta t) + u_{ff}(t + \Delta t)] = 0
 \end{aligned} \tag{4.13.}$$

Risolvendo per l' $i$ -esimo nodo:

$$\begin{aligned}
 & \left( m_p + \frac{c}{2\Delta t} \right) \cdot u_{p_i}(t + \Delta t) + \left( m_p - \frac{c}{2\Delta t} \right) \cdot u_{p_i}(t - \Delta t) \\
 & + \left( 6 \frac{E_p I_p \Delta t^2}{\Delta z^4} - 2m_p + k\Delta t^2 \right) \cdot u_{p_i}(t) + m_p \cdot [u_g(t - \Delta t) - 2u_g(t) + u_g(t + \Delta t)] + \\
 & + \left( \frac{E_p I_p \Delta t^2}{\Delta z^4} \right) \cdot [u_{p_{i-2}}(t) - 4u_{p_{i-1}}(t) - 4u_{p_{i+1}}(t) + u_{p_{i+2}}(t)] + \\
 & - k\Delta t^2 \cdot u_{ff_i}(t) - \frac{c\Delta t}{2} \cdot [-u_{ff_i}(t - \Delta t) + u_{ff_i}(t + \Delta t)] = 0
 \end{aligned} \tag{4.14.}$$

Esplicitiamo in funzione dello spostamento del palo al nodo  $i$  e all'istante  $t + \Delta t$ , ottenendo l'espressione (4.15.):

$$u_{p_i}(t + \Delta t) = \frac{1}{\left( m_p + \frac{c\Delta t}{2} \right)} \left\{ \begin{aligned} & \left[ -6E_p I_p \frac{\Delta t^2}{\Delta z^4} + 2m_p - k\Delta t^2 \right] \cdot u_{p_i}(t) + \\ & - \left( \frac{E_p I_p \Delta t^2}{\Delta z^4} \right) \cdot [u_{p_{i-2}}(t) - 4u_{p_{i-1}}(t) - 4u_{p_{i+1}}(t) + u_{p_{i+2}}(t)] + \\ & + k\Delta t^2 \cdot u_{ff_i}(t) + \frac{c\Delta t}{2} \cdot [-u_{ff_i}(t - \Delta t) + u_{ff_i}(t + \Delta t)] + \\ & - m_p \cdot [u_g(t - \Delta t) - 2u_g(t) + u_g(t + \Delta t)] + \left( -m_p + \frac{c\Delta t}{2} \right) \cdot u_{p_i}(t - \Delta t) \end{aligned} \right\}$$

### 3.2. Determinazione delle condizioni al contorno

Nel sistema di equazioni alle differenze centrali così sviluppato entrano in gioco anche gli spostamenti dei nodi fittizi del palo, ovvero di quei nodi che si trovano oltre le estremità di quest'ultimo.

Per poterli ricavare è d'uopo esplicitare le *condizioni al contorno* sia alla base che in testa al palo (sospeso e impedito di ruotare, figura 4.5), sempre con l'ausilio delle differenze finite centrali:

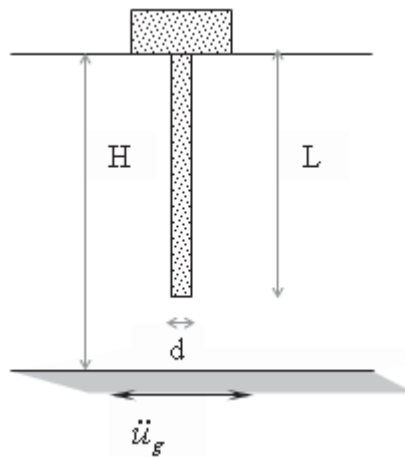


Figura 4.5 – Tipo di palo.

- ❖ *Parte superiore del palo* – rotazione impedita e taglio nullo nel caso di interazione cinematica (nel caso di interazione dinamica completa il taglio sarà posto pari alla forza inerziale trasmessa dalla sovrastruttura).

$$\text{c.c.} \begin{cases} \phi(nn+2, t) = 0 \\ Q(nn+2, t) = H_0 = 0 \end{cases} \quad (4.16.)$$

- ❖ *Base del palo* – momento e taglio nulli.

$$\text{c.c.} \begin{cases} M(3,t) = 0 \\ Q(3,t) = 0 \end{cases} \quad (4.17.)$$

La discretizzazione spaziale del palo è rappresentata in figura 4.6:

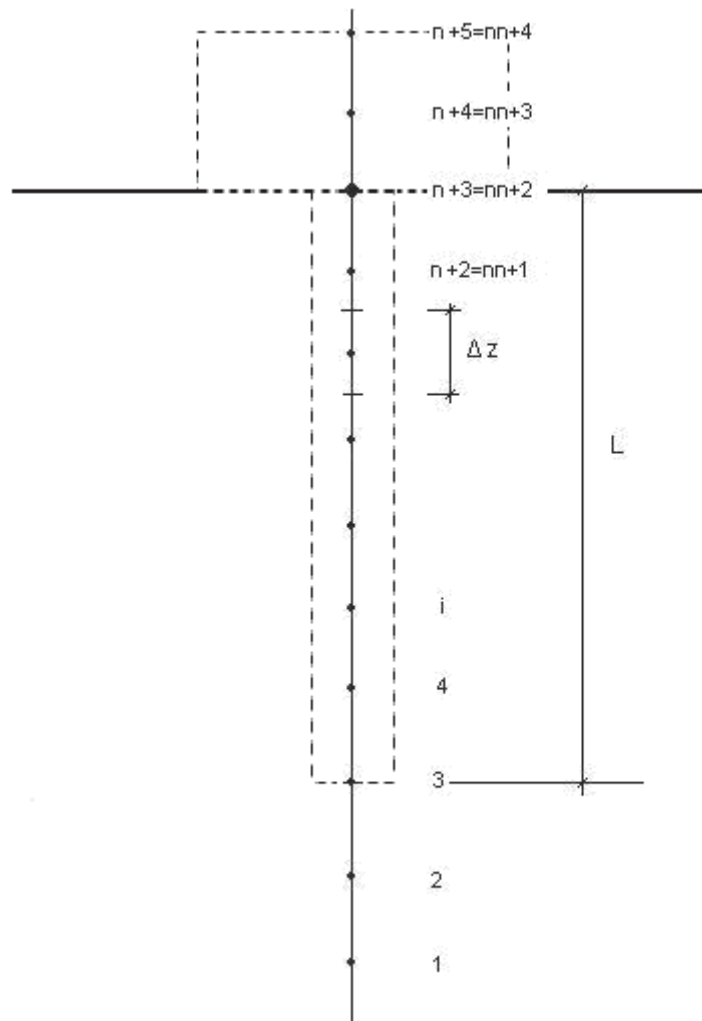


Figura 4.6 – Discretizzazione spaziale del palo.

D'altra parte, se  $u_p(z, t)$  è lo spostamento orizzontale del palo ad una generica ascissa  $z$  e ad un generico tempo  $t$ , per la scienza delle costruzioni valgono le relazioni:

- i. Rotazione del palo:  $\phi(z, t) = u'_p(z, t)$
- ii. Momento del palo:  $M(z, t) = -E_p I_p \times u''_p(z, t)$
- iii. Taglio del palo:  $Q(z, t) = -E_p I_p \times u'''_p(z, t)$

Risolvendo le succitate si ottiene:

$$\begin{aligned} \phi(z, t) = u'_p(z, t) &= \frac{\partial u_p}{\partial z} = \frac{-u_p(z - \Delta z) + u_p(z + \Delta z)}{2\Delta z} \\ -\frac{M(z, t)}{E_p I_p} = u''_p(z, t) &= \frac{\partial^2 u_p}{\partial z^2} = \frac{u_p(z - \Delta z) - 2u_p(z) + u_p(z + \Delta z)}{\Delta z^2} \\ -\frac{Q(z, t)}{E_p I_p} = u'''_p(z, t) &= \frac{\partial^3 u_p}{\partial z^3} = \frac{-u_p(z - 2\Delta z) + 2u_p(z - \Delta z) - 2u_p(z + \Delta z) + u_p(z + 2\Delta z)}{2\Delta z^3} \end{aligned}$$

Le quali, sostituite nelle (4.16) e (4.17), esplicitano le condizioni al contorno del palo in termini di differenze centrali. Si avrà dunque:

Parte superiore del palo (nodo  $i = nn + 2$ )

$$\begin{cases} \phi(nn + 2, t) = 0 \Rightarrow u'(nn + 2, t) = \frac{\partial u_{nn+2}}{\partial z} = \frac{-u_{nn+1} + u_{nn+3}}{2\Delta z} = 0 \\ Q(nn + 2, t) = 0 \Rightarrow -E_p I_p \times u'''(nn + 2, t) = 0 \Rightarrow \\ -E_p I_p \times \frac{\partial^3 u_{nn+2}}{\partial z^3} = -E_p I_p \times \frac{-u_{nn} + 2u_{nn+1} - 2u_{nn+3} + u_{nn+4}}{2\Delta z^3} = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} u_p(t, nn + 3) = u_p(t, nn + 1) \\ u_p(t, nn + 4) = u_p(t, nn) - 2u_p(t, nn + 1) + 2u_p(t, nn + 3) \end{cases} \quad (4.18.)$$

Base del palo (nodo  $i = 3$ )

$$\begin{cases} M(3,t) = 0 \Rightarrow -E_p I_p \times u''(3,t) = -E_p I_p \times \frac{\partial^2 u_3}{\partial z^2} = -E_p I_p \times \frac{u_2 - 2u_3 + u_4}{\Delta z^2} = 0 \\ Q(3,t) = -E_p I_p \times u'''(3,t) = -E_p I_p \times \frac{\partial^3 u_3}{\partial z^3} = -E_p I_p \times \frac{-u_1 + 2u_2 - 2u_4 + u_5}{2\Delta z^3} = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} u_p(t,2) = 2u_p(t,3) - u_p(t,4) \\ u_p(t,1) = 2u_p(t,2) - 2u_p(t,4) + u_p(t,5) \end{cases} \quad (4.19.)$$

#### 4. Caratteristiche di interfaccia palo-terreno

Per quanto concerne la rigidezza  $k$  e lo smorzamento  $c$  dell'equazione (4.10), si è operata la scelta di utilizzare le espressioni di **Kavvas e Gazetas (1993)**, i quali considerano per il terreno un comportamento visco-elastico:

$$k \approx E_s \cdot \delta \quad (4.20.)$$

$$c = 2d\rho_s V_s \left[ 1 + \left( \frac{V_c}{V_s} \right)^{\frac{5}{4}} \right] \left( \frac{\omega d}{V_s} \right)^{-\frac{1}{4}} + 2k \frac{D}{\omega} \quad (4.21.)$$

Nel caso di terreno omogeneo il coefficiente  $\delta$  è pari a:

$$\delta = \frac{3}{1-\nu_s^2} \left( \frac{E_s}{E_p} \right)^{\frac{1}{8}} \left( \frac{L}{d} \right)^{\frac{1}{8}} \quad (4.22.)$$

con  $E_s$  e  $\nu_s$  modulo di Young e coefficiente di Poisson del terreno, e  $L$ ,  $d$ ,  $E_p$  rispettivamente lunghezza, diametro e modulo di Young del palo.

Nel caso di deposito stratificato esso vale:

$$\delta = \frac{2}{1-\nu_s^2} \left( \frac{E_a d^4}{E_p I_p} \right)^{\frac{1}{8}} \left( \frac{L}{d} \right)^{\frac{1}{8}} \left( \frac{H_a}{H_b} \right)^{\frac{1}{12}} \left( \frac{V_a}{V_b} \right)^{\frac{1}{15}} \quad (4.23.)$$

in cui  $E_a, H_a, V_a$  rappresentano rispettivamente il modulo di Young, lo spessore e la velocità delle onde di taglio dello strato superiore di terreno;  $H_b, V_b$  sono invece lo spessore e la velocità delle onde di taglio dello strato inferiore.

All'interno dell'espressione (4.21)  $\rho_s$  e  $D$  sono la densità e il rapporto di smorzamento isteretico del deposito di terreno,  $V_c$  è la velocità apparente delle onde di compressione,  $V_s$  è la velocità delle onde di taglio e  $\omega$  rappresenta la frequenza circolare predominante<sup>1</sup> della sollecitazione.

#### 4.1. Determinazione della pulsazione $\omega$

La pulsazione ( $\omega = 2\pi f$ , con  $f$  frequenza in Hz) si legge dagli spettri di Fourier degli accelerogrammi utilizzati come dati di ingresso; i suddetti spettri si ottengono trasformando la registrazione sismica di input dal dominio del tempo al dominio delle frequenze tramite la *trasformata diretta di Fourier*:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt \quad (4.24.)$$

---

<sup>1</sup> La frequenza (o periodo) predominante è la frequenza corrispondente alla massima ampiezza dello spettro di Fourier.

La parte reale e la parte immaginaria della funzione complessa  $X(f)$  ( $X(f) = A(f) + jB(f)$ ) forniscono gli spettri di ampiezza e di fase delle infinite armoniche in cui è decomposto il segnale  $X(t)$ .

La trasformata di Fourier è uno strumento matematico molto importante perché comunica, per ogni pulsazione, qual è il contenuto armonico della funzione  $X(t)$ , ovvero in quali intervalli di frequenza il segnale presenta più picchi di ampiezza delle armoniche e in quali meno.

Nel sottoparagrafo qui di seguito si espone la trattazione matematica dello spettro di Fourier per una sollecitazione sismica.

### 4.2. Spettri di Fourier

Una funzione aperiodica  $X(t)$  può essere resa artificialmente come una funzione periodica il cui periodo  $T$  vale  $T = \infty$ . Essa sarà dunque sviluppabile in serie di Fourier, purché valgano i criteri di sviluppabilità in serie di Fourier di una funzione aperiodica:

Una generica funzione  $X(t)$  è sviluppabile in serie di Fourier se

1. La funzione tende a zero agli estremi dell'intervallo:

$$\lim_{|t \rightarrow \infty} X(t) = 0 \quad (4.25.)$$

2. La funzione è limitata, ovvero l'area sottesa alla funzione ha un valore finito:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |X(t)| \cdot dt < \infty \quad (4.26.)$$



La funzione sismica gode delle caratteristiche succitate, può pertanto essere sviluppata in serie di Fourier.

Sviluppiamo la funzione  $X(t)$  in serie di Fourier nella forma rettangolare:

$$X(t) = \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cdot \cos \omega_k \cdot t + b_k \cdot \sin \omega_k \cdot t) \quad (4.27.)$$

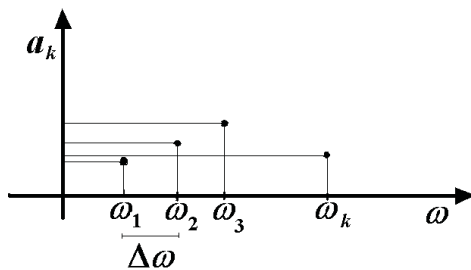
dove: 
$$a_k = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T X(t) \cdot \cos \omega_k \cdot t \, dt$$

$$b_k = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T X(t) \cdot \sin \omega_k \cdot t \, dt$$

Essendo  $\frac{2}{T} = \frac{\Delta \omega}{\pi}$  si ha:

$$X(t) = \frac{1}{\pi} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \Delta \omega \cdot \int_0^T X(t) \cdot \cos \omega_k \cdot t \, dt \right] \cdot \cos \omega_k \cdot t + \frac{1}{\pi} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \Delta \omega \cdot \int_0^T X(t) \cdot \sin \omega_k \cdot t \, dt \right] \cdot \sin \omega_k \cdot t \quad (4.28.)$$

Applicando il concetto per il quale in una funzione aperiodica il periodo tende ad infinito, l'incremento di frequenza diventa infinitesimo.



Se  $\Delta \omega \rightarrow d\omega$ ,  $a_k$  non è più un insieme discreto di punti, bensì una funzione continua. Analogamente  $\omega_k$  diventa un generico  $\omega$ .

Ciò implica che dalla sommatoria si passa agli integrali.

La (4.28) può scriversi come:

$$X(t) = \int_0^{\infty} \frac{1}{\pi} d\omega \left[ \int_{-\infty}^{\infty} X(t) \cdot \cos \omega \cdot t dt \right] \cdot \cos \omega \cdot t + \int_0^{\infty} \frac{1}{\pi} d\omega \left[ \int_{-\infty}^{\infty} X(t) \cdot \sin \omega \cdot t dt \right] \cdot \sin \omega \cdot t \quad (4.29.)$$

e ponendo:

$$A(\omega) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} X(t) \cdot \cos \omega \cdot t dt$$

$$B(\omega) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} X(t) \cdot \sin \omega \cdot t dt$$

si ottiene l'integrale di Fourier:

$$X(t) = 2 \cdot \int_0^{\infty} A(\omega) \cdot \cos \omega \cdot t d\omega + 2 \cdot \int_0^{\infty} B(\omega) \cdot \sin \omega \cdot t d\omega \quad (4.30.)$$

Nel primo addendo della (4.30),  $A(\omega)$  e  $\cos \omega \cdot t$  sono funzioni periodiche e simmetriche rispetto all'asse delle ordinate, ovvero funzioni pari il cui prodotto genera una funzione pari; nel secondo addendo della (4.30),  $B(\omega)$  e  $\sin \omega \cdot t$  sono funzioni dispari il cui prodotto è ancora una funzione pari.

Dunque la (4.30) si può scrivere come:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega) \cdot \cos \omega \cdot t d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} B(\omega) \cdot \sin \omega \cdot t d\omega \quad (4.31.)$$

Si tratta di una funzione che dipende sia dalla frequenza  $\omega$  che dal tempo  $t$ .

Sommando al secondo membro della (4.31) un termine che vale 0

$$i \cdot \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega) \cdot \sin \omega \cdot t \, d\omega - i \cdot \int_{-\infty}^{\infty} B(\omega) \cdot \cos \omega \cdot t \, d\omega$$

si ha:

$$\begin{aligned} X(t) = & \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega) \cdot \cos \omega \cdot t \, d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} B(\omega) \cdot \sin \omega \cdot t \, d\omega + \\ & + i \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega) \cdot \sin \omega \cdot t \, d\omega - i \int_{-\infty}^{\infty} B(\omega) \cdot \cos \omega \cdot t \, d\omega \Rightarrow \end{aligned}$$

$$X(t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega) \cdot (\cos \omega \cdot t + i \sin \omega \cdot t) \, d\omega - \int_{-\infty}^{\infty} i \cdot B(\omega) \cdot (\cos \omega \cdot t + i \sin \omega \cdot t) \, d\omega \quad (4.32.)$$

Applicando la formula di Eulero alla (4.32)

$$e^{i \cdot \omega \cdot t} = \cos \omega \cdot t + i \cdot \sin \omega \cdot t$$

si ottiene:

$$X(t) = \int_{-\infty}^{\infty} [A(\omega) - i \cdot B(\omega)] \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \, d\omega \quad (4.33.)$$

ovvero la cosiddetta *trasformata inversa di Fourier*:

$$X(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \, d\omega \quad (4.34.)$$

la quale consente il passaggio dal dominio delle frequenze al dominio del tempo. Il processo di trasformazione del segnale da un dominio all'altro è illustrato simbolicamente nella figura 4.7.

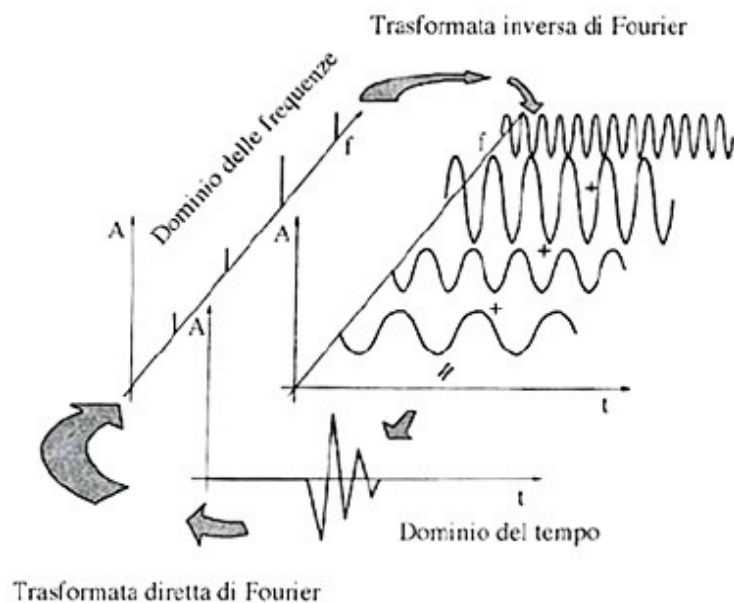


Figura 4.7 – Trasformazione di un segnale (Lanzo e Silvestri, 1999).

## 5. Modellazione in campo non lineare

Quando un terremoto è di notevole intensità gli aspetti non lineari legati alle grandi deformazioni risultano non trascurabili e possono determinare una risposta significativamente differente da quella che si avrebbe in campo elastico lineare. E' noto che al crescere delle deformazioni di taglio  $\gamma$  il modulo di elasticità tangenziale del terreno  $G$  subisce un decadimento; parimenti anche il rapporto di smorzamento  $D$  si modifica aumentando rispetto al suo valore iniziale, caratteristico delle piccole deformazioni.

La non linearità del terreno può essere convenientemente presa in conto attraverso il modello lineare-equivalente di **Yokota et al. (1981)**, secondo il quale valgono le seguenti relazioni analitiche:

$$\frac{G(\gamma)}{G_0} = \frac{1}{(1 + \alpha \cdot \gamma^\beta)} \quad (4.35.)$$

$$D(\gamma)(\%) = \eta \cdot e^{\left(-\lambda \frac{G(\gamma)}{G_0}\right)} \quad (4.36.)$$

Per tarare questo tipo di modellazione sulla base di andamenti delle rigidezze e degli smorzamenti del terreno riscontrati realmente, determinandone dunque i parametri  $\alpha, \beta, \eta, \lambda$  utilizzati in questa ricerca, sono state effettuate delle analisi di regressione sui risultati sperimentali condotti da Vucetic e Dobry (1991) per terreni aventi differenti indici di plasticità  $PI$ .

A tale scopo, nonché per verificare che l'andamento dei dati sperimentali in possesso fosse riprodotto in buona misura dalle funzioni matematiche di Yokota et al., si è proceduto con l'applicazione del *metodo dei minimi quadrati*, il quale minimizza la somma dei quadrati delle distanze tra i dati registrati e i punti delle curve che rappresentano le funzioni stesse.

Utilizzando la regressione lineare la procedura assume che, data una variabile dipendente  $y_i$ , essa sia espressa come combinazione lineare di due parametri  $a$  e  $b$  secondo l'espressione:

$$y_i = ax_i + b \quad (4.37.)$$

con  $x_i$  variabile indipendente.

Nel caso della regressione semplice la pendenza  $a$  della retta è pari a:

$$a = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \quad (4.38.)$$

Il valore dell'intercetta  $b$  risulta essere:

$$b = \bar{y} - a\bar{x} \quad (4.39.)$$

in cui  $\bar{x}$  è la media dei valori  $x_i$  e  $\bar{y}$  è la media dei valori  $y_i$ .

Le rette di regressione, ricavate con il metodo dei minimi quadrati dai dati sperimentali di Vucetic e Dobry, sono state rappresentate rispettivamente nel diagramma bi-logaritmico  $[\gamma, (G_0/G-1)]$  e nel diagramma semilogaritmico  $[D, (G/G_0)]$ , determinando da esse pendenza e intercetta (figure 4.8 e 4.9).

Partendo dalle (4.35) e (4.36) poi, tramite procedimento analitico, ci si è ricondotti alle combinazioni lineari cercate, dimostrando la corrispondenza e determinando i coefficienti necessari alla nostra modellazione lineare-equivalente, come spiegato di seguito.

Con opportuni passaggi matematici eseguiti sulla (4.35):

$$\begin{aligned} \frac{G_0}{G} = 1 + \alpha \cdot \gamma^\beta &\Rightarrow \frac{G_0}{G} - 1 = \alpha \cdot \gamma^\beta \Rightarrow \text{Log}(G_0/G - 1) = \text{Log}(\alpha \cdot \gamma^\beta) \Rightarrow \\ \text{Log}(G_0/G - 1) = \text{Log}\alpha + \text{Log}\gamma^\beta &\Rightarrow \text{Log}(G_0/G - 1) = \text{Log}\alpha + \beta \cdot \text{Log}\gamma \end{aligned}$$

si determina la retta cercata:

$$\text{Log}(G_0/G - 1) = \text{Log}\alpha + \beta \cdot \text{Log}\gamma \Leftrightarrow y = ax + b \quad (4.40.)$$

Infatti per corrispondenza tra i termini, vale:

$$\left. \begin{array}{l} y = \text{Log}(G_0/G - 1) \\ x = \text{Log}\gamma \\ a = \beta \\ b = \text{Log}\alpha \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 10^b \\ \beta = a \end{cases} \quad (4.41.)$$

con  $a$  e  $b$  rispettivamente pendenza e intercetta delle figure 4.8.

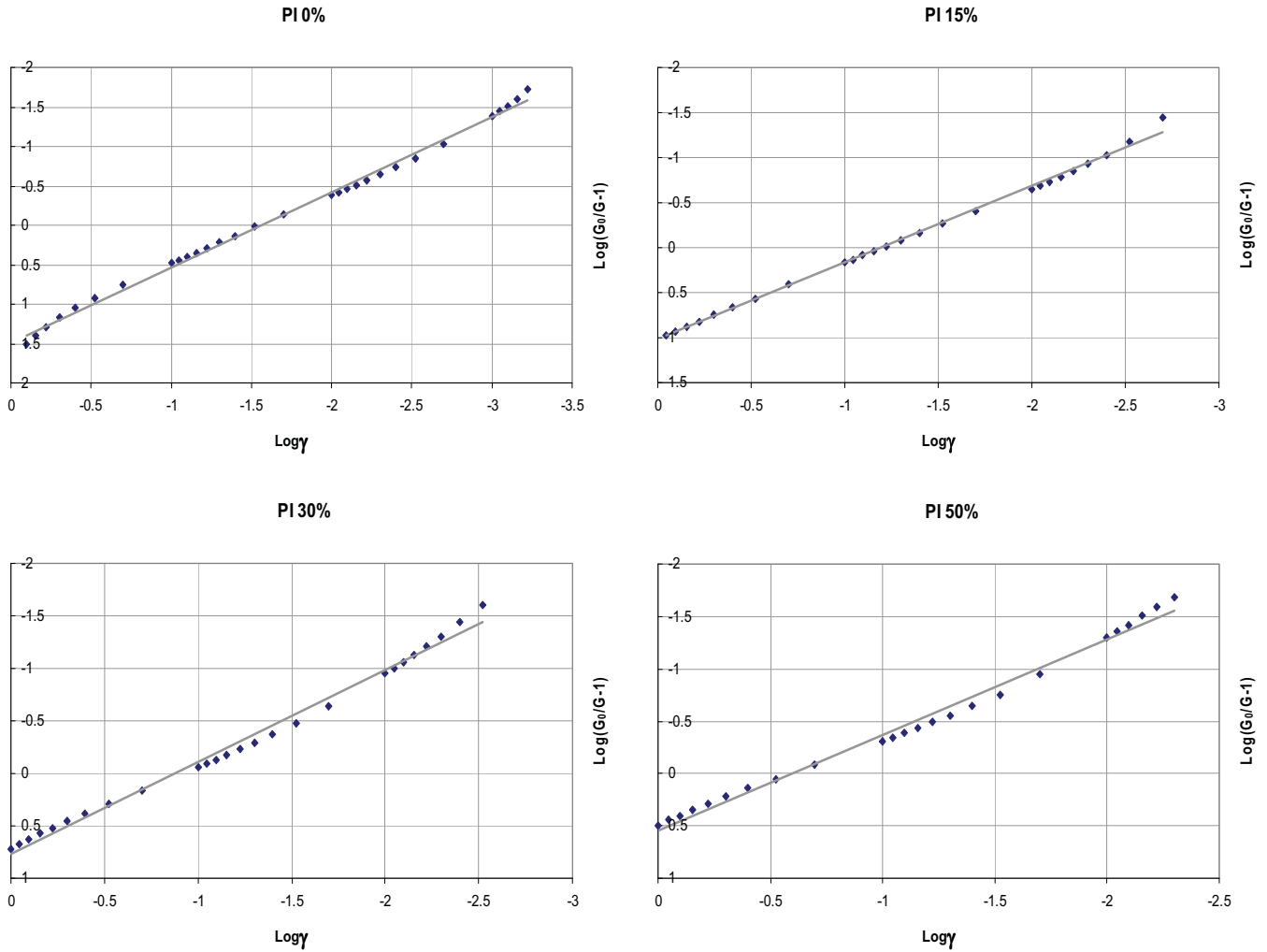


Figura 4.8 – Risultati delle analisi di regressione per la determinazione dei parametri  $\alpha$  e  $\beta$ .

Analogamente per l'espressione (4.36) si ha:

$$\ln D = \ln \eta + \ln e^{\left(-\lambda \frac{G(\gamma)}{G_0}\right)} \Rightarrow \ln D = \ln \eta + \left(-\lambda \frac{G(\gamma)}{G_0}\right) \cdot \ln e \Leftrightarrow y = ax + b \quad (4.42.)$$

ovvero:

$$y = ax + b \Rightarrow \begin{cases} y = \ln D \\ x = \frac{G}{G_0} \\ a = -\lambda \\ b = \ln \eta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \eta = e^b \\ \lambda = -a \end{cases} \quad (4.43.)$$

con  $a$  e  $b$  rispettivamente pendenza e intercetta delle figure 4.9.

Si è dunque dimostrata la corrispondenza tra le formulazioni matematiche di Yokota et al. e i dati di laboratorio determinati da Vucetic e Dobry.

I parametri  $\alpha, \beta, \eta, \lambda$ , ricavati attraverso la procedura sopraccitata per i diversi valori dell'indice di plasticità  $PI$ , sono riportati nella tabella 4.2:

**Tabella 4.2** – Parametri del modello di Yokota et al.(1981) desunti tramite analisi di regressione.

	PI = 0%	PI = 15%	PI = 30%	PI = 50%
$\alpha$	30,546	10,385	5,799	3,468
$\beta$	0,955	0,853	0,874	0,913
$\eta$	28,237	31,318	24,894	23,477
$\lambda$	2,633	2,894	2,186	2,164

Computandoli all'interno delle espressioni matematiche (4.35) e (4.36), essi consentono di diagrammare le curve di decadimento del modulo di taglio  $G$  e dell'aumento dello smorzamento  $D$  al variare di  $PI$  (figure 4.10 e 4.11).



Tali curve verranno pertanto implementate all'interno del nostro sistema di equazioni per l'analisi dell'interazione palo-terreno in campo non lineare, procedendo per iterazioni:

- i. Si inizializzano i valori di  $G$  e  $D$  per bassi valori delle deformazioni;
- ii. Si calcolano le deformazioni  $\gamma$  indotte dall'input sismico in ogni strato, per ogni istante temporale dell'accelerogramma;
- iii. Nelle curve non lineari, in corrispondenza delle deformazioni calcolate nel passo precedente, si leggono i valori dei nuovi  $G(\gamma)$  e  $D(\gamma)$ ;
- iv. Contestualmente si aggiornano le espressioni di  $k$  e di  $c$  dipendenti da  $G$  e  $D$ ;
- v. Si ripetono i passi precedenti fino a quando i valori computati in due successive iterazioni convergono.

Si chiarisce che le espressioni di Kavvadas e Gazetas (1993) che utilizziamo nel corrente studio per modellare le molle e gli smorzatori e che sono state ricavate in campo visco-elastico, possono essere usate anche con una modellazione lineare-equivalente poiché quest'ultima è una successione di stati lineari.

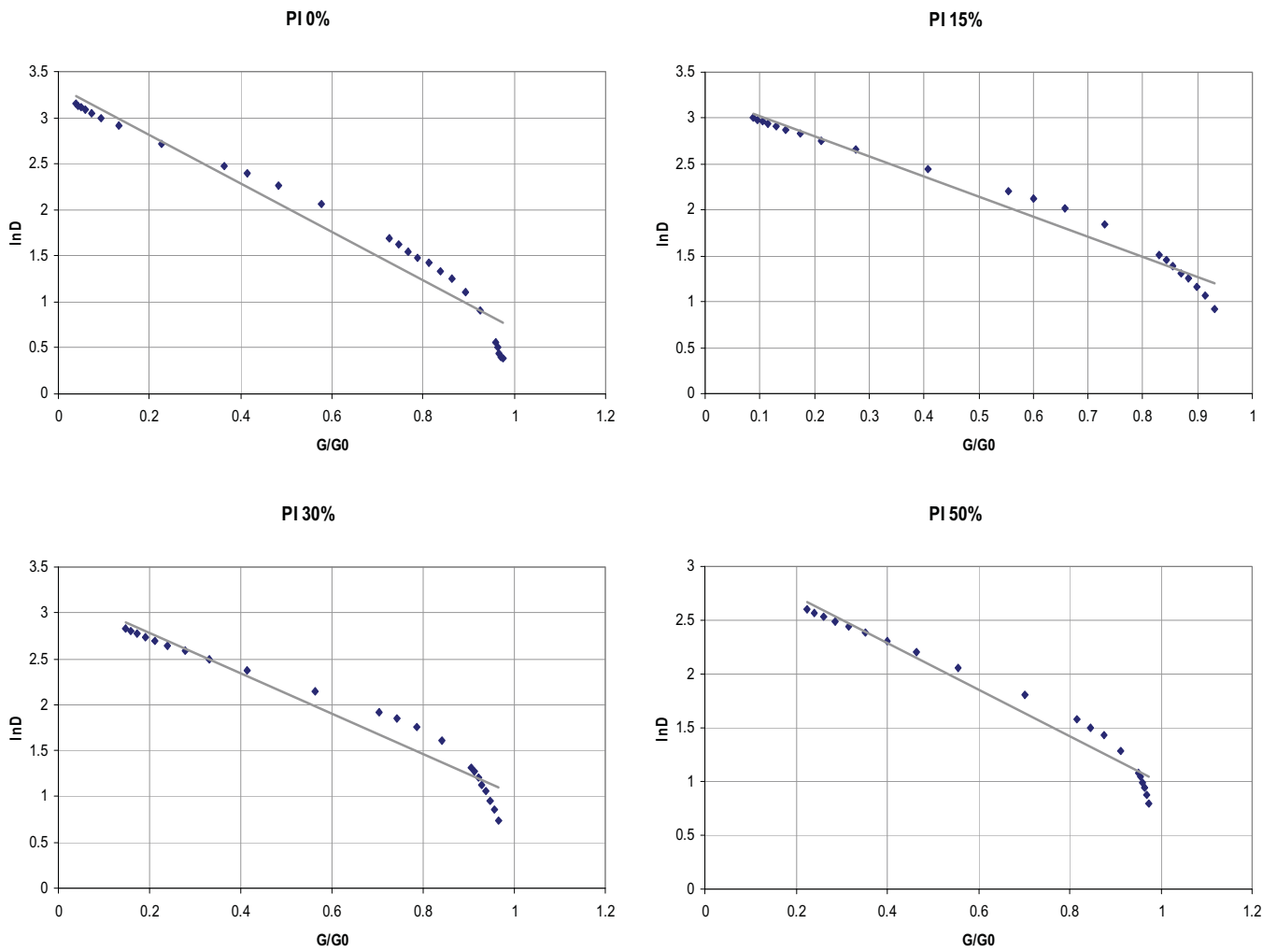
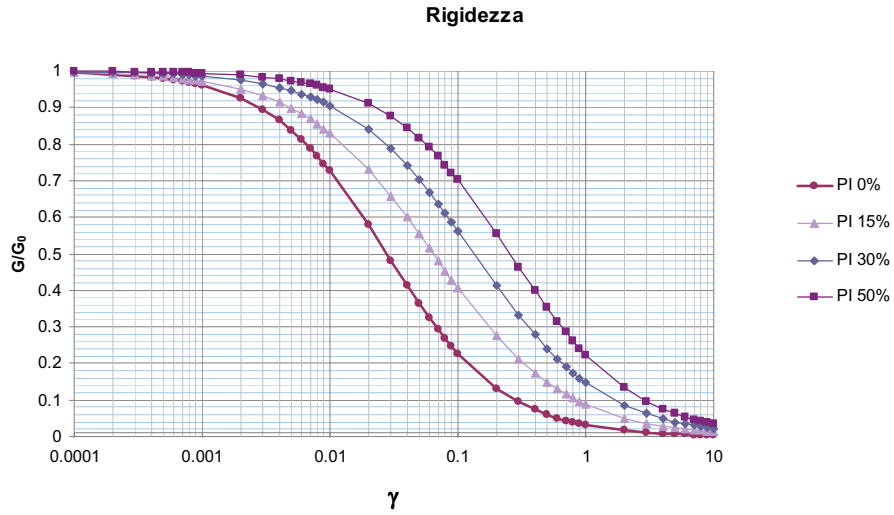
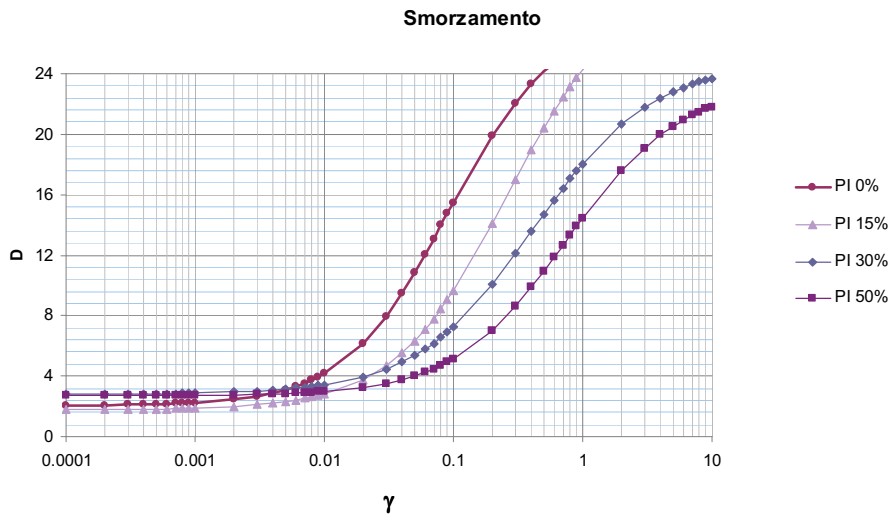


Figura 4.9 – Risultati delle analisi di regressione per la determinazione dei parametri  $\eta$   $\varepsilon$   $\lambda$ .



**Figura 4.10** – Curve della rigidezza  $G(\gamma)$  ottenute mediante l'equazione (4.35), calcolate per diversi valori di  $PI$ .



**Figura 4.11** – Curve dello smorzamento  $D$  ottenute mediante l'equazione (4.36), calcolate per diversi valori di  $PI$ .

## 6. Interazione dinamica completa

Per investigare sulla risposta dinamica di un palo di fondazione considerando anche una ipotetica sovrastruttura è stata ipotizzata la presenza, sul palo, di un oscillatore semplice (figura 4.12).

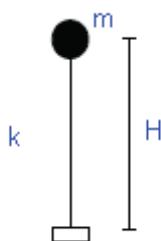


Figura 4.12 – Single degree of freedom.

Un oscillatore semplice è un sistema ad un solo grado di libertà (SDOF): consideriamo solo lo spostamento nella direzione  $x$  dalla posizione di equilibrio statico.

Esso è costituito da un'asta di altezza  $H$  e da una massa  $m$  che entra in gioco nel modello attraverso le forze inerziali che si sviluppano per effetto del moto sismico e che sono proporzionali alle accelerazioni temporali.

La rigidezza  $k$ , implementata nella molla in testa al palo, è pari a:

$$k = \frac{3EI}{H^3} \quad (4.44.)$$

E' trascurato il contributo del momento che si trasmette alla fondazione, nonché la molla alla rotazione. In considerazione di queste semplificazioni la scrivente tiene a precisare che questo tipo di analisi fornisce dei valori approssimati

della risposta ricercata; un'analisi dinamica completa a tutti gli effetti si ha modellando il palo e la sovrastruttura ad esempio agli elementi finiti.

## 7. Sviluppo del codice di calcolo e cenni generali sul software utilizzato

E' stato obiettivo di questa ricerca sviluppare il problema geotecnico dal punto di vista matematico attraverso la realizzazione di un codice che permetta di risolvere le equazioni alle differenze finite mediante l'uso del linguaggio di programmazione Visual Basic; è stato utilizzato il software della Microsoft in edizione freeware (express edition).

Il Visual Basic rappresenta un'evoluzione del linguaggio Basic.

A questi si è aggiunto un ambiente grafico che lo ha reso più efficace per la presentazione dei programmi all'utente; si è inoltre passati dal linguaggio procedurale (in cui il computer si limita ad eseguire riga per riga le indicazioni scritte del programmatore) a quello orientato agli oggetti e agli eventi.

Un "linguaggio orientato agli oggetti" consente di inserire nel programma oggetti preconfezionati, risparmiando sia in termini di tempo che di difficoltà realizzativa (il codice per quel dato oggetto risiede già all'interno del programma).

Un "linguaggio orientato agli eventi" è aperto alle esigenze dell'utente, a cui fornisce tutta una serie di opzioni possibili. L'utente esercita le proprie scelte producendo, appunto, determinati eventi.

La scrittura del codice, cioè la scrittura delle linee delle istruzioni che il computer dovrà eseguire in risposta agli eventi decisi dall'utente (*procedura* o *routine*), avviene all'interno di una finestra detta *form* (figura 4.13).

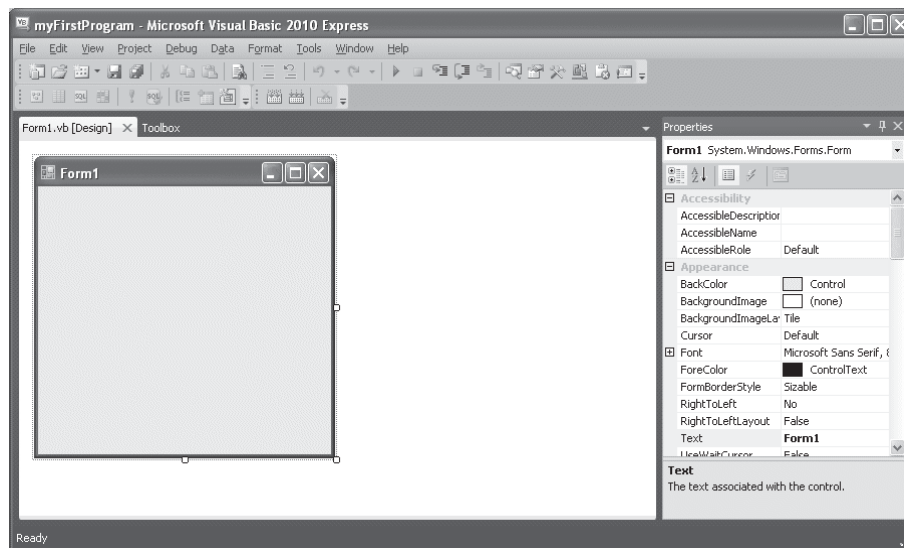


Figura 4.13 – Ambiente di sviluppo per la stesura del codice.

Una procedura può essere *Sub* o *Function*: la prima esegue l'istruzione producendo un'azione visibile all'interno del form; la seconda, invece, elabora i dati in base alle istruzioni ricevute non determinando effetti diretti sull'interfaccia grafica del computer.

Nel caso in cui si necessiti di creare codici non vincolati ad un unico programma con visual basic è possibile creare i *moduli*, i quali sono simili ai form, ma a differenza di questi ultimi non contengono alcun elemento grafico: sono delle scritture di istruzioni di carattere generale, con costanti e variabili dichiarate a livello pubblico.

Le *variabili* sono delle aree di memoria virtuali, suscettibili a cambiamenti dinamici a seconda degli eventi decisi dall'utente; le *costanti*, invece, sono aree di memoria che si mantengono fisse e che pertanto occupano meno spazio.

Nella dichiarazione delle variabili e delle costanti occorre distinguere i tipi di dati che si dovranno utilizzare:

- dati numerici (byte, integer, long, single, double, currency e decimal, che variano a seconda del range dei numeri che devono essere considerati);
- dati non numerici (string a lunghezza fissa o variabile, date, boolean, object, variant numerico o testuale).

All'interno del codice si utilizzano gli operatori logici e condizionali, nonché le strutture di controllo (ad esempio il costrutto "If...Then", la struttura "Select Case...End Select" o le procedure di looping, molto utili nel nostro caso specifico).

Una volta tradotto il modello matematico in linguaggio informatico è possibile determinare il campo di spostamenti cinematici del palo, che saranno poi a loro volta utilizzati per la determinazione dei momenti flettenti a cui fare riferimento per un buon dimensionamento dell'opera geotecnica.

### **8. Confronto con altri studi di letteratura**

La validazione del software di calcolo realizzato è stata effettuata operando dei confronti con altri studi di letteratura, sia per quanto riguarda l'interazione cinematica in campo lineare e non lineare che per quanto concerne l'interazione dinamica completa.

I lavori utilizzati per il confronto si basano sul metodo delle matrici di rigidità, sul metodo *Beam on Nonlinear Winkler Foundation* (Cairo et al., 2008-2009) e sulla modellazione agli elementi finiti (Maiorano e Aversa, 2006; Aversa et al., 2009).

Investigando la risposta cinematica di un palo singolo immerso in terreni a comportamento sia elastico lineare che non lineare, è stato possibile operare un

primo confronto con i risultati di Cairo et al. (2008-2009), i quali utilizzano l'approccio SASP (Seismic Response of a Single Pile) per l'analisi elastica lineare e visco-elastica e una modellazione alla Winkler di tipo dinamico per l'analisi non lineare, con curve tensione-deformazione che seguono il legame costitutivo di Ramberg-Osgood (cfr. § 2.2 del capitolo 2).

Il palo, di lunghezza  $L = 20 \text{ m}$  e diametro  $d = 0,6 \text{ m}$ , attraversa un sottosuolo con altezza complessiva  $H = 30 \text{ m}$ , profondità dal piano campagna a cui è posta l'interfaccia a differente rigidezza  $H_1 = 15 \text{ m}$ , velocità delle onde di taglio dello strato superiore del deposito  $V_{s1} = 100 \text{ m/s}$  e rapporto tra le velocità dei due strati  $V_{s2}/V_{s1} = 4$ .

Come input sono stati utilizzati gli accelerogrammi di Tolmezzo – Fiuli (1976), componenti NS (TMZ000) e WE (TMZ270) e l'accelerogramma di Sturno – Irpinia (1980), componente NS (STU000), tutti e tre scalati a  $0,35 \text{ g}$ .

Per TMZ000 e TMZ270 il comportamento elastico lineare del banco di terreno è stato riprodotto con uno smorzamento  $D = 10 \%$ , per STU000 è stato invece considerato uno smorzamento nullo  $D = 0 \%$ . Per tutti e tre gli accelerogrammi il comportamento non lineare è stato simulato da Cairo et al. (2008-2009) considerando i parametri del legame di Ramberg-Osgood  $\alpha = 19,89$  e  $R = 2,33$  con una deformazione di riferimento  $\gamma_y = 0,5 \%$  per lo strato superiore,  $\alpha = 17,11$ ,  $R = 2,09$  e una deformazione di riferimento  $\gamma_y = 0,067 \%$  per lo strato inferiore; dalla scrivente considerando i parametri del modello di Yokota et al. (1981)  $\alpha = 5,799$ ,  $\beta = 0,874$ ,  $\eta = 24,894$  e  $\lambda = 2,186$  per lo strato superiore,  $\alpha = 30,546$ ,  $\beta = 0,955$ ,  $\eta = 28,237$  e  $\lambda = 2,633$  per lo strato inferiore.



Nelle figure 4.14 e 4.15 sono riportati i confronti in termini di momento cinematico, calcolati rispettivamente in campo visco-elastico e in campo non lineare, per l'accelerogramma TMZ000.

Nelle figure 4.16 e 4.17 sono riportati i confronti in termini di momento cinematico, calcolati rispettivamente in campo visco-elastico e in campo non lineare, per l'accelerogramma TMZ270.

Nelle figure 4.18 e 4.19 sono riportati i confronti in termini di momento cinematico, calcolati rispettivamente in campo elastico lineare e in campo non lineare, per l'accelerogramma STU000.

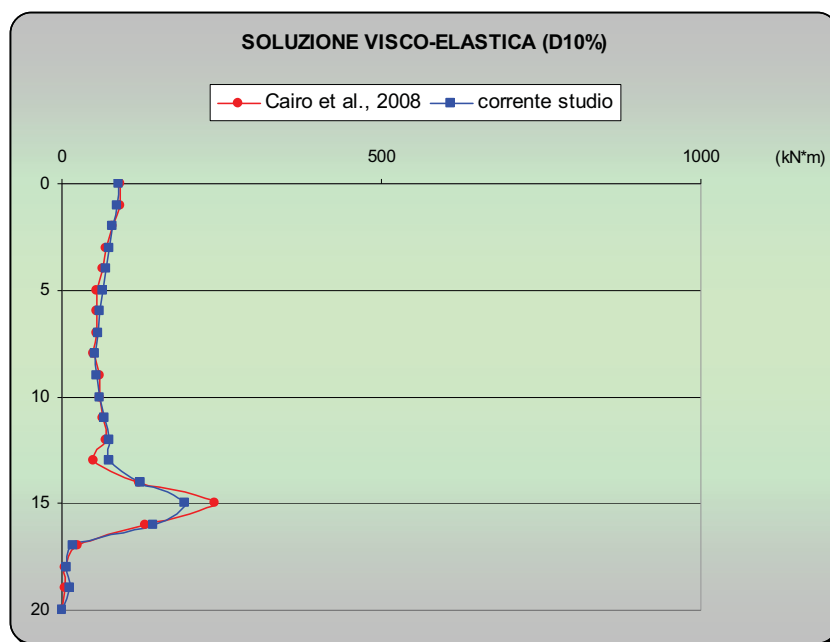


Figura 4.14 – Confronto con lo studio di Cairo et al. (2008) – TMZ000, caso visco-elastico.

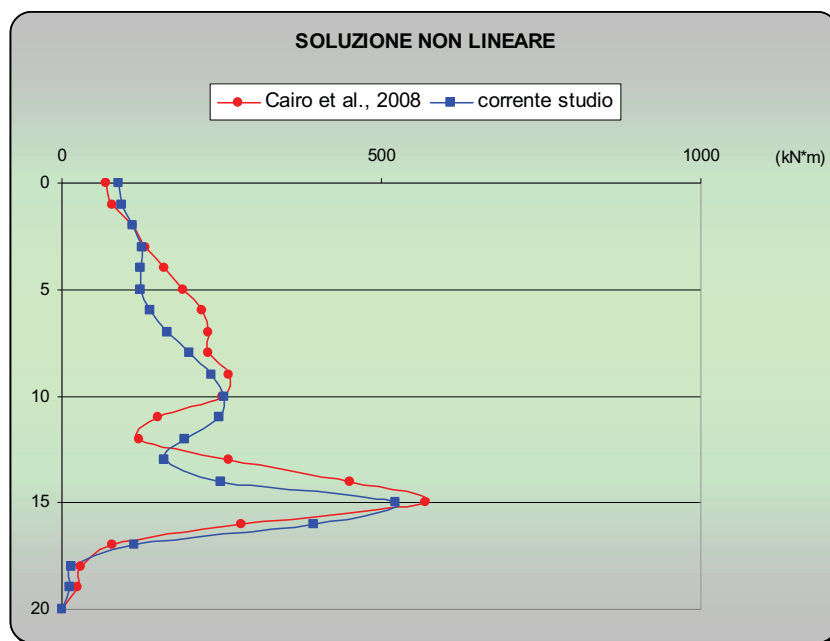


Figura 4.15 – Confronto con lo studio di Cairo et al. (2008) – TMZ000, caso non lineare.

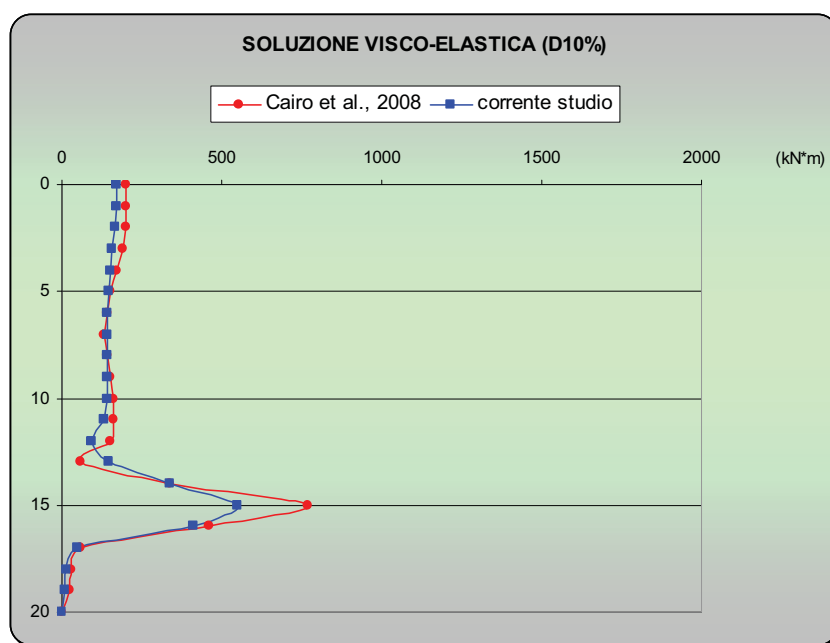


Figura 4.16 – Confronto con lo studio di Cairo et al. (2008) – TMZ270, caso visco-elastico.

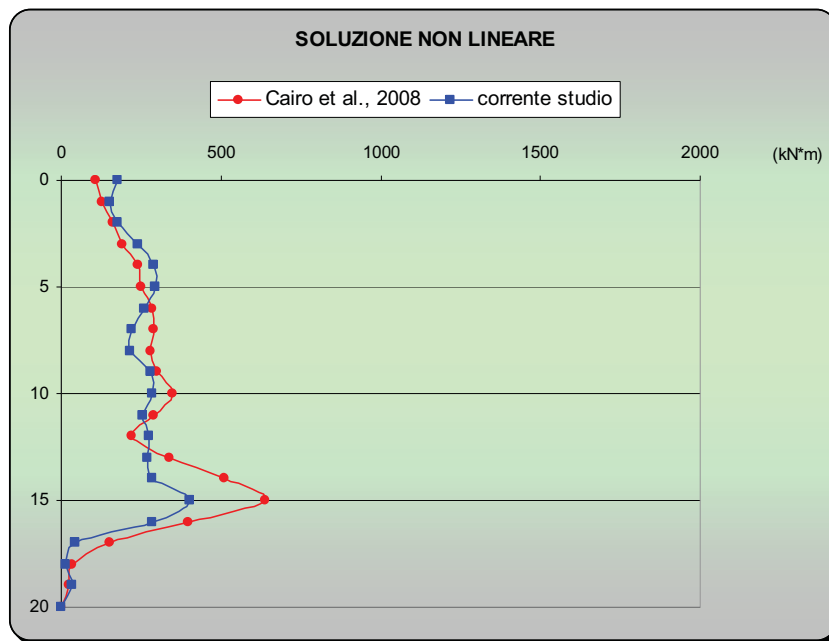


Figura 4.17 – Confronto con lo studio di Cairo et al. (2008) – TMZ270, caso non lineare.

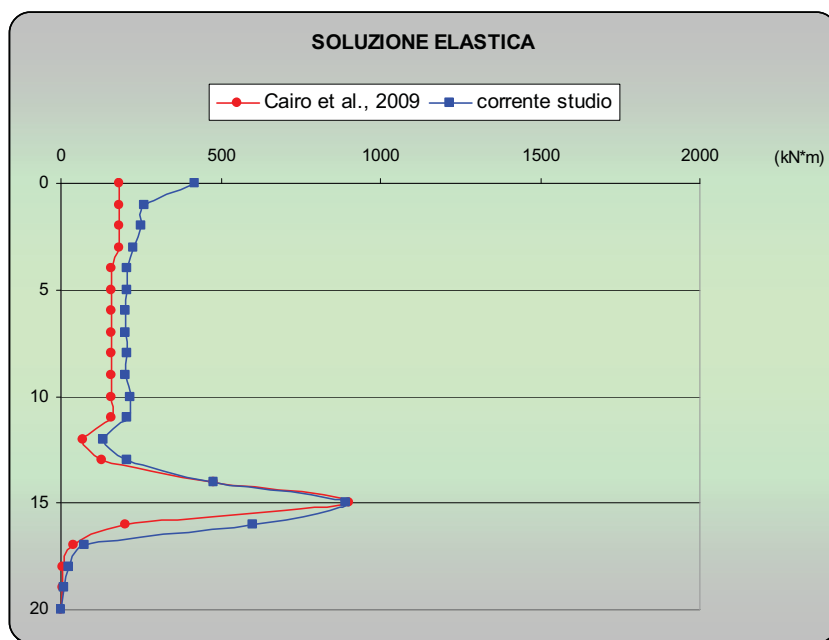


Figura 4.18 – Confronto con lo studio di Cairo et al. (2009) – STU000, caso elastico lineare.

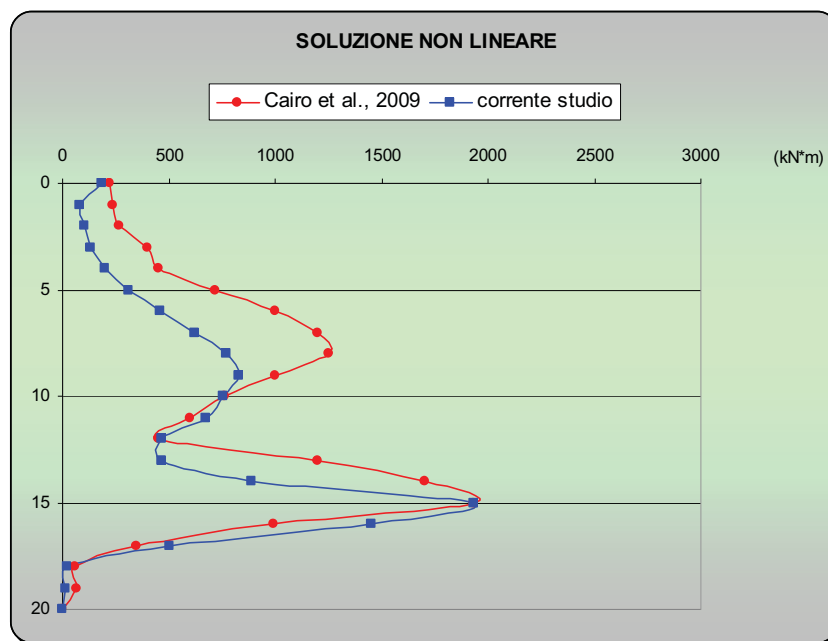


Figura 4.19 – Confronto con lo studio di Cairo et al. (2009) – STU000, caso non lineare.

Sempre nell'ambito dell'interazione cinematica, un ulteriore studio di letteratura con il quale ci si è confrontati è quello realizzato da Aversa et al. (2009). Gli Autori hanno studiato la risposta di pali singoli e di gruppo nel dominio del tempo attraverso una modellazione agli elementi finiti quasi 3-D, utilizzando il codice di calcolo VERSAT-P3D.

Il caso con cui si è operato il confronto, denominato S4-4 in Aversa et al. (2009), riguarda un palo singolo impedito di ruotare in testa di lunghezza  $L = 20 \text{ m}$ , diametro  $d = 0,6 \text{ m}$  e modulo di Young  $E_p = 25000000 \text{ kN/m}^2$ ; il terreno sul quale esso è ammorsato è assunto a comportamento elastico lineare con smorzamento  $D = 10 \%$ , e presenta le seguenti caratteristiche:

- Altezza totale del banco:  $H = 30 \text{ m}$ ;

- Profondità dal piano campagna a cui è posta l'interfaccia a differente rigidità:  $H_1 = 15 \text{ m}$  ;
- Velocità delle onde di taglio dello strato superiore del deposito:  $V_{S1} = 100 \text{ m/s}$  ;
- Rapporto tra le velocità dei due strati:  $V_{S2}/V_{S1} = 4$  .

Per quanto riguarda l'input sismico è stato considerato l'accelerogramma di Tolmezzo - Friuli (1976), componente NS (TMZ000), applicato al bedrock rigido e scalato a  $0,35 \text{ g}$  .

Gli andamenti dei momenti flettenti cinematici sono diagrammati nella figura 4.20.

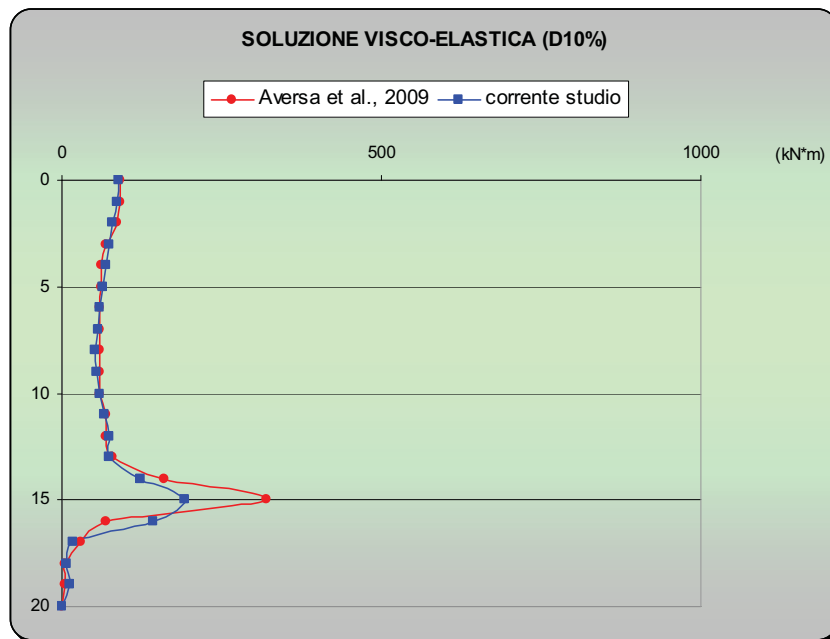


Figura 4.20 – Confronto con lo studio di Aversa et al. (2009).

Al fine di validare i risultati della presente ricerca anche nel campo dell'interazione completa, è stato analizzato il lavoro di Maiorano e Aversa (2006), i quali hanno considerato un palo singolo sospeso con uno SDOF in testa atto a simulare la presenza di un'eventuale sovrastruttura.

Anche queste risposte sono state ricavate tramite l'ausilio del codice agli elementi finiti VERSAT-P3D.

I casi con cui si sono operati i confronti, denominati A2 e A3 in Maiorano e Aversa (2006), riguardano un palo singolo impedito di ruotare in testa di lunghezza  $L = 12 \text{ m}$ , diametro  $d = 0,6 \text{ m}$  e modulo di Young  $E_p = 30000000 \text{ kN/m}^2$ ; il terreno sul quale esso è ammorsato è assunto a comportamento elastico lineare con smorzamento  $D = 10 \%$ , e presenta le seguenti caratteristiche:

- Altezza totale del banco:  $H = 24 \text{ m}$ ;
- Profondità dal piano campagna a cui è posta l'interfaccia a differente rigidezza:  $H_1 = 8 \text{ m}$ ;
- Coefficiente di Poisson:  $\nu = 0,4$ ;
- Densità dello strato superiore del deposito:  $\rho_1 = 1,63 \text{ kN} \cdot \text{s}^2 / \text{m}^4$ ;

differenziando le altre grandezze per i due distinti casi A2 e A3:

### CASO A2

- Densità dello strato inferiore del deposito:  $\rho_2 = 2,04$ ;
- Velocità delle onde di taglio dello strato superiore del deposito:  
 $V_{S1} = 81,05 \text{ m/s}$ ;
- Velocità delle onde di taglio dello strato inferiore del deposito:  
 $V_{S2} = 162,10 \text{ m/s}$ .

### CASO A3

- Densità dello strato inferiore del deposito:  $\rho_2 = 2,33$ ;

- Velocità delle onde di taglio dello strato superiore del deposito:  
 $V_{s1} = 80,05 \text{ m/s}$  ;
- Velocità delle onde di taglio dello strato inferiore del deposito:  
 $V_{s2} = 324,20 \text{ m/s}$  .

La massa dello SDOF in testa al palo è assunta pari a  $m = 60000 \text{ kg}$  per entrambi i casi; l'accelerogramma utilizzato è quello di Tolmezzo - Friuli (1976), componente WE (TMZ270), scalato a  $1 \text{ m/s}^2$  .

Nelle figure seguenti si diagrammano i confronti tra le due modellazioni in termini di momenti flettenti che nascono per effetto dell'interazione cinematica e per effetto dell'interazione dinamica completa, per i casi A2 (figure 4.21 e 4.22) e A3 (figure 4.23 e 4.24).

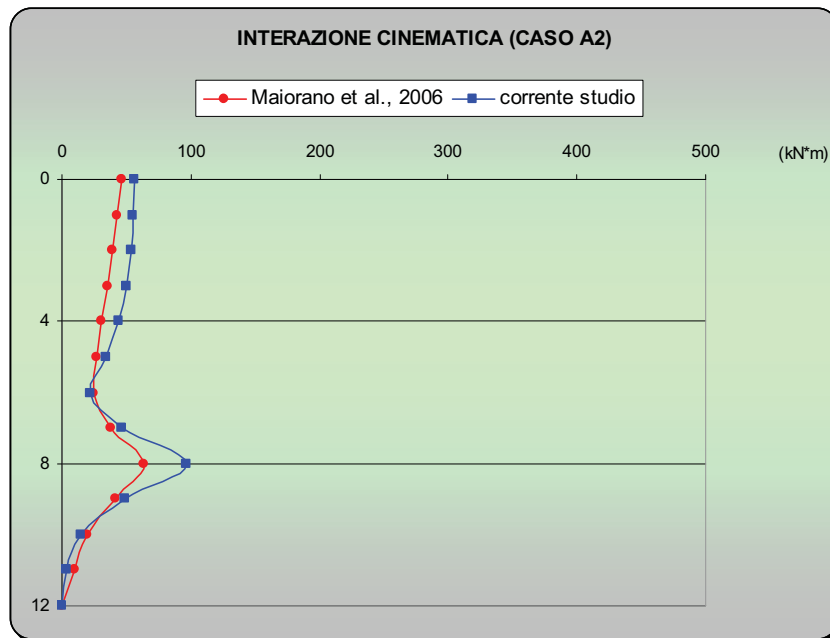


Figura 4.21 – Confronto con lo studio di Maiorano e Aversa (2006) – Interazione cinematica: caso A2.

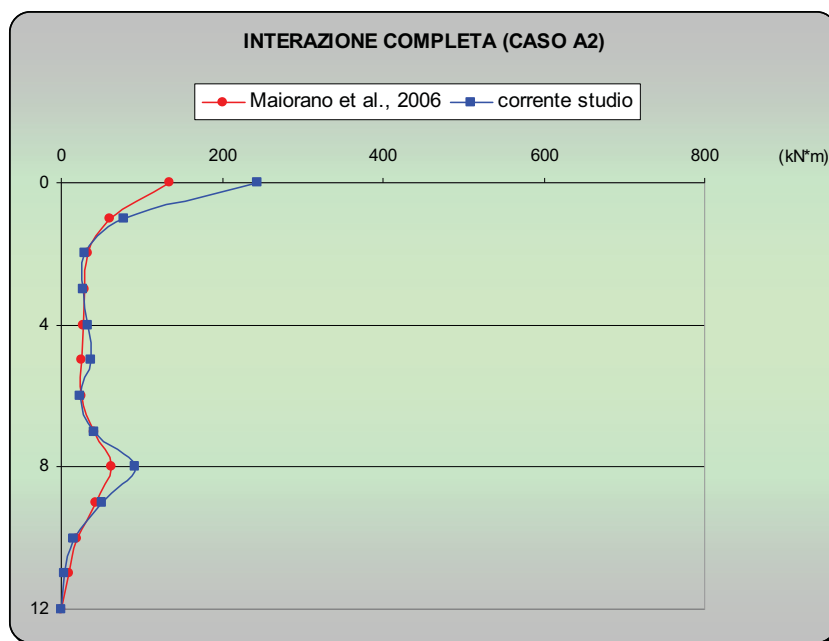


Figura 4.22 – Confronto con lo studio di Maiorano e Aversa (2006) – Interazione dinamica completa: caso A2.

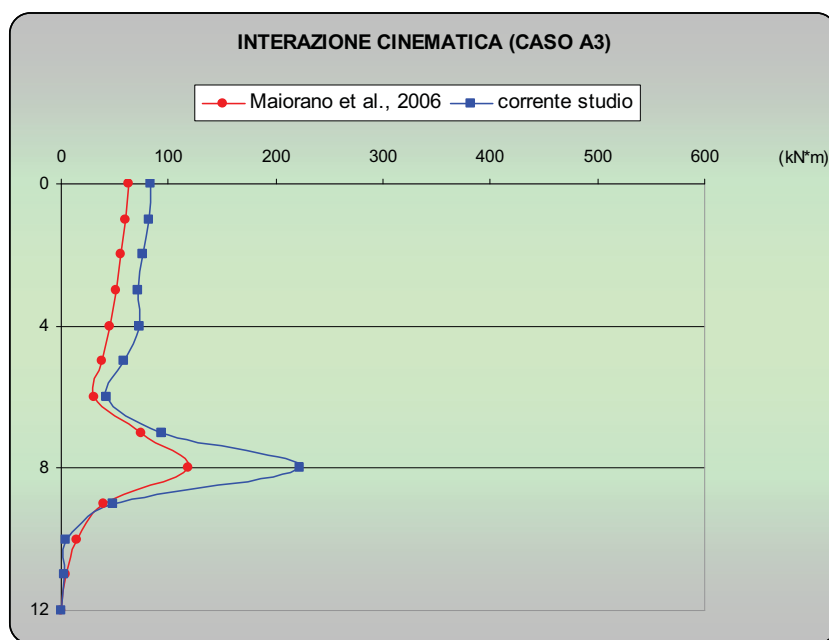
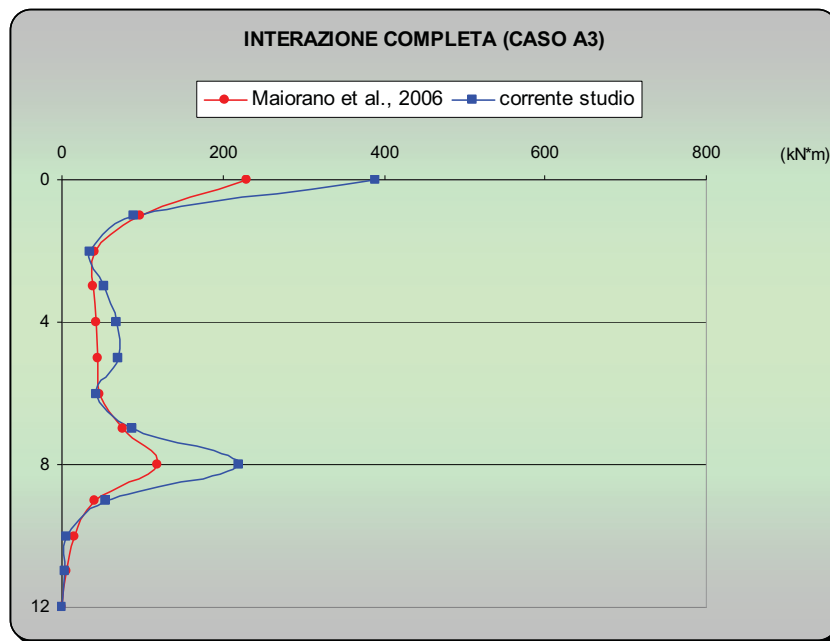


Figura 4.23 – Confronto con lo studio di Maiorano e Aversa (2006) – Interazione cinematica: caso A3.





**Figura 4.24** – Confronto con lo studio di Maiorano e Aversa (2006) – Interazione dinamica completa: caso A3.

I momenti flettenti inerziali sono stati ricavati, nella logica del metodo delle sottostrutture, come differenza tra i momenti dell'interazione dinamica completa e quelli cinematici sia per la presente ricerca che per lo studio di Maiorano e Aversa (2006): essi sono riportati nella figura 4.25 per il caso A2 e nella figura 4.26 per il caso A3.

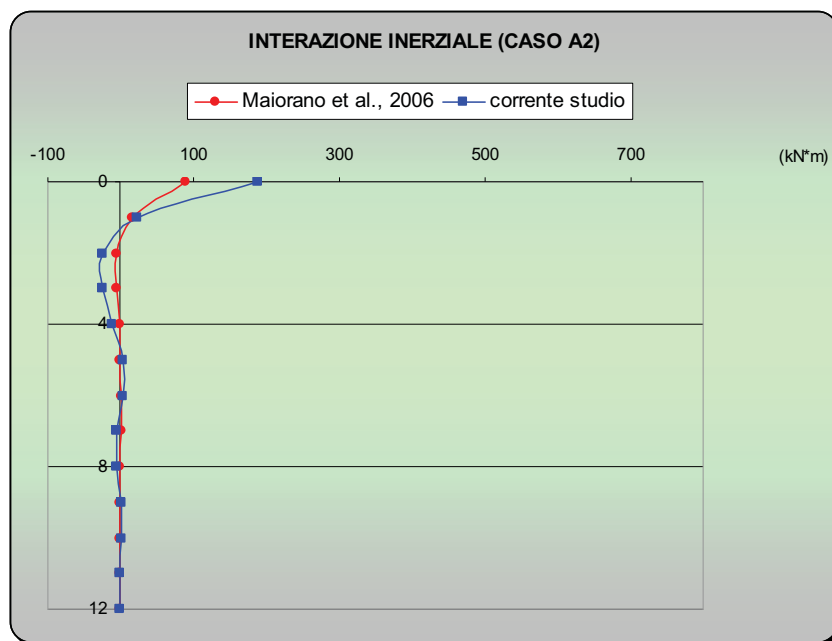


Figura 4.25 – Confronto con lo studio di Maiorano e Aversa (2006) – Interazione inerziale: caso A2.

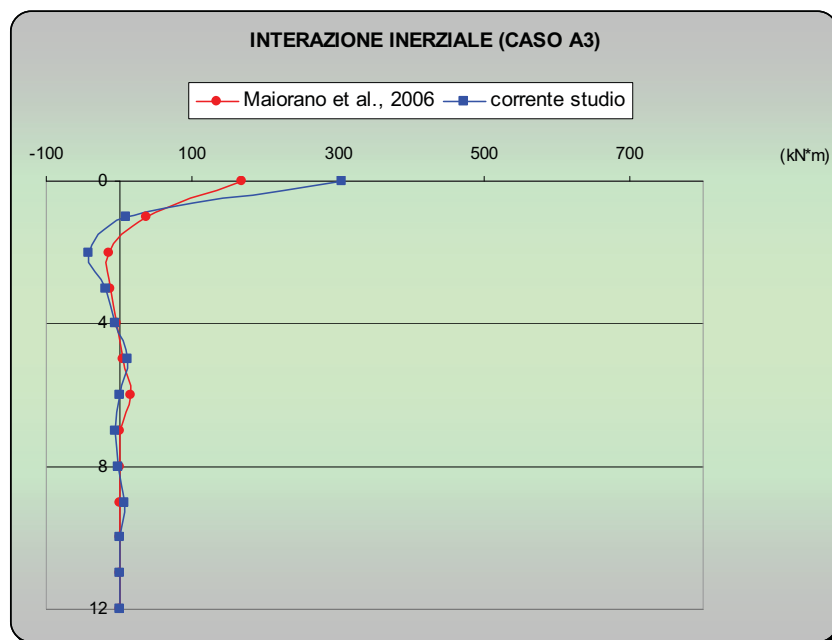


Figura 4.26 – Confronto con lo studio di Maiorano e Aversa (2006) – Interazione inerziale: caso A3.

I vari confronti hanno dimostrato un buon accordo tra i risultati, soprattutto considerando che essi sono stati ottenuti attraverso differenti modellazioni: per l'elastico lineare, infatti, gli andamenti dei momenti flettenti sono stati confrontati con studi che hanno utilizzato una modellazione ibrida FEM-BEM (Cairo) e una modellazione FEM quasi 3-D (Maiorano e Aversa); per il non lineare le caratteristiche della sollecitazione del palo sono state messe a confronto con il metodo BNWF, usato anche nella corrente ricerca, ma con curve che riproducono la non linearità del terreno in maniera più rigorosa.



## CAPITOLO 5

# ANALISI PARAMETRICA E RISULTATI

### 1. Introduzione

Nel presente capitolo vengono presentati i risultati delle analisi, eseguite con il codice di calcolo realizzato in Visual Basic, riguardanti l'interazione cinematica e l'interazione dinamica completa di un palo in calcestruzzo vincolato in testa, avente le seguenti caratteristiche:

- Diametro:  $d = 0,60 \text{ m}$  ;
- Lunghezza:  $L = 20 \text{ m}$  ;
- Modulo di Young:  $E_p = 25000000 \text{ kN/m}^2$  ;
- Densità di massa:  $\rho_p = 2,5 \text{ kN} \cdot \text{s}^2 / \text{m}^4$  .

Il comportamento del palo è stato assunto elastico-lineare in tutte le analisi effettuate.

Il parametro che si è ritenuto opportuno investigare, per quanto riguarda la forzante, è la frequenza dell'input sismico; per quanto concerne il terreno, invece, sono state analizzate diverse stratigrafie, sia con contrasto di rigidezza che con andamento della stessa linearmente crescente con la profondità; si è inoltre studiata una modellazione del palo considerando per il terreno sia un comportamento

visco-elastico che un comportamento non lineare, allo scopo di verificare quanto il diverso legame costitutivo incida sulla risposta dinamica calcolata.

Per l'interazione completa il parametro studiato è la variazione della massa dell'ipotetica struttura in testa al palo.

### **2. Forzanti sismiche utilizzate e loro caratteristiche**

Allo scopo di valutare gli effetti dell'accelerogramma di input sull'interazione cinematica, sono state effettuate una serie di elaborazioni utilizzando cinque registrazioni accelerometriche prese dai database SISMA (Scassera et al., 2008) e PEER Strong Motion:

1. Terremoto "Sicilia Orientale", 13 Dicembre 1990 – Stazione "Sortino" – *componente WE*;
2. Terremoto "Irpinia 1st", 23 Novembre 1980 – Stazione "Sturno" – *componente NS*;
3. Terremoto "Friuli", 06 Maggio 1976 – Stazione "Tolmezzo-Diga Ambiesta" – *componenti NS e WE*;
4. Terremoto "SW of Campobello di Mazara", 07 Giugno 1981 – Stazione "Mazara del Vallo" - *componente NS*.

Alcuni di questi sismi sono stati scelti per poter operare un confronto con i risultati di altri Autori presenti nella letteratura corrente; studi simili sono infatti stati condotti da Cairo et al. (2008), Sica et al. (2009) nell'ambito del progetto ReLUIS.

Nella tabella 5.1 di seguito riportata sono elencati alcuni parametri significativi degli input e le sigle che sono state stabilite per poterli poi richiamare all'interno del capitolo. Si è scelto di scalare tutti gli accelerogrammi ad uno stesso valore di accelerazione per porre l'attenzione sul diverso contenuto in frequenza dei segnali e su come esso incida sulla risposta cinematica determinata per il palo analizzato.

In particolare, è stato deciso di scalare a 0,35g per poter investigare anche il comportamento non lineare dei depositi di terreno poiché, come sappiamo, la non linearità entra in gioco per valori medi delle deformazioni indotte dal sisma.

**Tabella 5.1** – Parametri caratteristici degli input utilizzati.

<b>Input</b>	<b>Sigla</b>	<b>PGA(g)</b>	<b>D<sub>epic.</sub>(km)</b>	<b>M<sub>w</sub></b>	<b>Classificazione Sito (EC8)</b>
SRT	I1	0,216	31,0	5,6	A
STU	I2	0,223	30,37	6,9	A
TMZ000	I3	0,357	20,23	6,4	A
TMZ270	I4	0,315	20,23	6,4	A
MZR	I5	0,209	9,74	4,9	A

Per ciascuno di questi input sono stati ricavati, con il codice EERA (Bardet et al., 2000), gli spettri di Fourier attraverso i quali è possibile visualizzare la distribuzione in frequenze dei segnali sismici utilizzati.

E' stato calcolato il periodo principale di ognuno di essi tramite l'espressione di Rathje et al. (1998), come suggerito da Sica et al. (2009):

$$T_m = \frac{\sum (C_i^2 / f_i)}{\sum C_i^2}$$

in cui  $C_i$  rappresenta l'ampiezza spettrale letta alla frequenza  $f_i$ .

I valori ricavati sono elencati nella tabella 5.2.

**Tabella 5.2** – Periodi principali degli spettri di Fourier delle sollecitazioni.

<b>Sigla</b>	<b>T<sub>m</sub></b>
I1	0,46
I2	0,67
I3	0,40
I4	0,50
I5	0,20

### 3. Stratigrafie del terreno

Il palo esaminato è stato considerato immerso all'interno di un deposito di terreno con:

- Altezza complessiva:  $H = 30 \text{ m}$  (profondità a cui è stato assunto il bedrock rigido);
- Coefficiente di Poisson:  $\nu = 0,4$ ;
- Densità:  $\rho = 2,0 \text{ kN} \cdot \text{s}^2 / \text{m}^4$

le cui caratteristiche meccaniche sono state fatte variare in maniera opportuna, creando 6 differenti stratigrafie:

- ❖ *Stratigrafie S1, S2, S3, S4* - Il banco di terreno è costituito da un doppio strato a differente rigidezza, con discontinuità posta a 15 m dal piano campagna (figura 5.1).



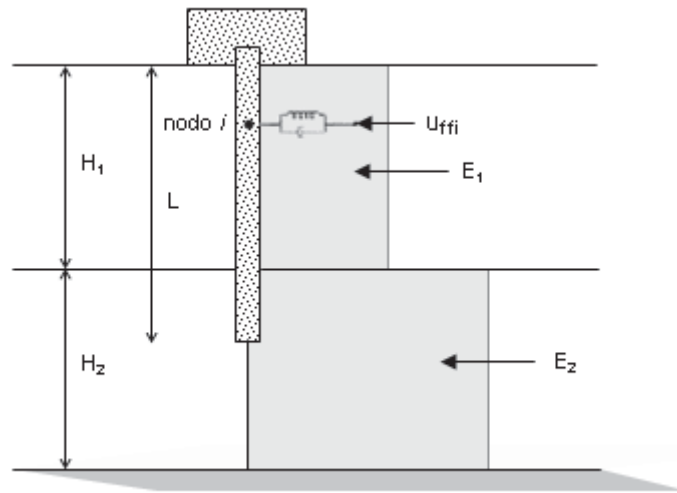


Figura 5.1 – Stratigrafie S1, S2, S3, S4: contrasto di rigidezza a 15 m dal piano campagna.

Lo strato inferiore a contatto col bedrock ha modulo di Young sempre fisso per tutte e quattro le stratigrafie e pari a  $E_2 = 851200 \text{ kN/m}^2$ , a cui corrisponde una velocità delle onde di taglio  $V_{s2} = 400 \text{ m/s}$ .

Lo strato superiore assume i valori elencati nelle tabelle 5.3, 5.4, 5.5, 5.6 riportate qui di seguito:

Tabella 5.3 – Parametri della stratigrafia S1.

Stratigrafia S1	
$H_1$ (m)	15
$H_2$ (m)	15
$E_1$ (kN/m <sup>2</sup> )	34048
$E_2/E_1$	25
$V_{S1}$ (m/s)	80
$V_{S2}/V_{S1}$	5

**Tabella 5.4** – Parametri della stratigrafia S2.

<b>Stratigrafia S2</b>	
H <sub>1</sub> (m)	15
H <sub>2</sub> (m)	15
E <sub>1</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	53200
E <sub>2</sub> /E <sub>1</sub>	16
V <sub>S1</sub> (m/s)	100
V <sub>S2</sub> /V <sub>S1</sub>	4

**Tabella 5.5** – Parametri della stratigrafia S3.

<b>Stratigrafia S3</b>	
H <sub>1</sub> (m)	15
H <sub>2</sub> (m)	15
E <sub>1</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	212800
E <sub>2</sub> /E <sub>1</sub>	4
V <sub>S1</sub> (m/s)	200
V <sub>S2</sub> /V <sub>S1</sub>	2

**Tabella 5.6** – Parametri della stratigrafia S4.

<b>Stratigrafia S4</b>	
H <sub>1</sub> (m)	15
H <sub>2</sub> (m)	15
E <sub>1</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	332500
E <sub>2</sub> /E <sub>1</sub>	2,56
V <sub>S1</sub> (m/s)	250
V <sub>S2</sub> /V <sub>S1</sub>	1,6

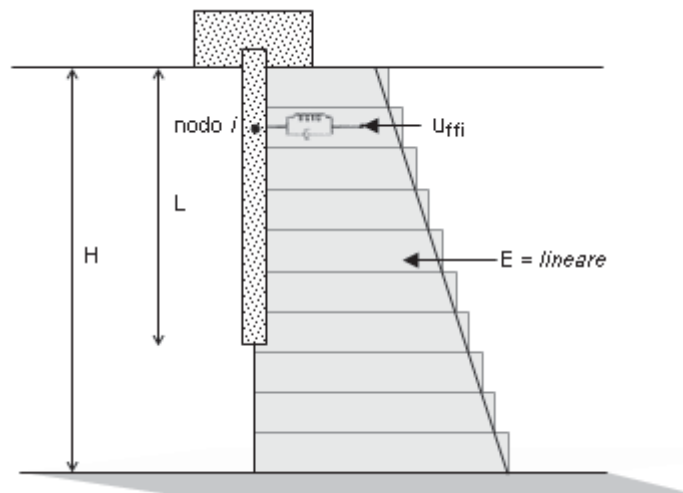
Il modulo di Young dello strato superiore varia in maniera tale che al passaggio dalla stratigrafia S4 alla stratigrafia S3 si registri un incremento di circa il 50% del rapporto  $E_2/E_1$ , al passaggio dalla stratigrafia S3 alla stratigrafia S2 si abbia un incremento di 4 volte e al passaggio dalla stratigrafia S2 alla stratigrafia S1 si verifichi un incremento di circa il 50%. Si è operata questa scelta per fare in modo che le prime due stratigrafie ricadano nella categoria di sottosuolo “D” e le

seconde due in quella di sottosuolo "C", secondo la classificazione riportata nelle "Norme Tecniche per le Costruzioni" (D.M. 14 Gennaio 2008).

❖ **Stratigrafie S5, S6** – Il banco di terreno ha rigidità variabile linearmente con la profondità (figura 5.2).

Le caratteristiche di queste stratigrafie sono state scelte opportunamente per far sì che la S5 ricada nella categoria di sottosuolo "D" e la S6 ricada nella categoria di sottosuolo "C" (tabelle 5.7, 5.8).

In particolare, per potere operare un confronto con la casistica a contrasto di rigidità, la stratigrafia S5 presenta una velocità media delle onde di taglio equivalente a quella della stratigrafia S2 ( $V_{s,30} \approx 160 \text{ m/s}$ ); parimenti, la stratigrafia S6 presenta una velocità media delle onde di taglio equivalente a quella della stratigrafia S3 ( $V_{s,30} \approx 260 \text{ m/s}$ ).<sup>1</sup>



**Figura 5.2** - Stratigrafie S5, S6: rigidità variabile linearmente con la profondità.

<sup>1</sup> La velocità equivalente delle onde di taglio  $V_{s,30}$  è stata calcolata mediante l'espressione riportata in § 3.2.2. del D.M. 14 Gennaio 2008.

Tra le varie combinazioni possibili di velocità al piano campagna e velocità al bedrock che permettevano di ottenere gli stessi valori di  $V_{s,30}$  ricercati, si è deciso di scegliere quelle per le quali il loro rapporto è pari a 0,25.

Nell'ambito dell'interazione cinematica del sistema palo-terreno, le analisi parametriche sono state effettuate per tutte e sei le stratigrafie presentate, assumendo per il terreno sia un comportamento visco-elastico (con rapporto di smorzamento  $D = 2\%$ ) che un comportamento lineare-equivalente (Yokota et al., 1981) con diversi valori dell'indice di plasticità  $PI$  :

- Per le stratigrafie  $S1$ ,  $S2$ ,  $S3$ ,  $S4$  con interfaccia meccanica a 15 m di profondità lo strato inferiore, mantenendo fissa la propria rigidità, è stato considerato sempre con indice di plasticità  $PI = 0\%$ ; è stata operata questa scelta poiché terreni che hanno una velocità delle onde di taglio elevata ( $V_s = 400 \text{ m/s}$ ) sono rappresentati meglio da un indice di plasticità nullo.

Per lo strato superiore sono state utilizzate le curve del modulo di taglio e dello smorzamento calcolate per indici di plasticità  $PI$  pari a 15%, 30% e 50%.

- Per le stratigrafie  $S5$  e  $S6$ , essendo la rigidità variabile con la profondità, sono state prese in conto per tutto lo strato curve calcolate per indici di plasticità  $PI$  pari a 15%, 30% e 50%.

In tutto sono state realizzate 102 elaborazioni.

Tabella 5.7 – Parametri della stratigrafia S5.

<b>Stratigrafia S5</b>	
$H_{tot}$ (m)	30
$E_{testa}$ (kN/m <sup>2</sup> )	19152
$E_{punta}$ (kN/m <sup>2</sup> )	210672
$V_{S,30}$ (m/s)	160

Tabella 5.8 – Parametri della stratigrafia S6.

<b>Stratigrafia S6</b>	
$H_{tot}$ (m)	30
$E_{testa}$ (kN/m <sup>2</sup> )	53200
$E_{punta}$ (kN/m <sup>2</sup> )	585200
$V_{S,30}$ (m/s)	260

Per quel che concerne l'interazione dinamica completa, le stratigrafie sottoposte ad analisi parametrica sono state le S2, S3, S5 e S6, assumendo per il terreno sia un comportamento visco-elastico (con rapporto di smorzamento  $D = 2\%$ ) che un comportamento lineare-equivalente (con diversi valori dell'indice di plasticità  $PI$ , esattamente come operato nel caso dell'interazione cinematica). In questo ambito sono state realizzate 104 elaborazioni.

Nella tabella 5.9 si riportano i valori delle frequenze naturali delle diverse stratigrafie, estrapolati dalle funzioni di trasferimento determinate per ciascuna di esse in campo visco-elastico con il codice EERA (Bardet et al., 2000). Attraverso questi valori è possibile mettere in evidenza in corrispondenza di quali campi di frequenze il terreno può amplificare o "demagnificare" le ampiezze in superficie, filtrando il moto sismico incidente considerato.

Nelle tabelle 5.10, 5.11, 5.12, 5.13 e 5.14 sono elencate le frequenze delle stratigrafie desunte da funzioni di trasferimento calcolate in campo non lineare e particolarizzate a ciascun input.

**Tabella 5.9** – Parametri delle funzioni di amplificazione in campo visco-elastico.

<b>Stratigrafia</b>	<b>Prima frequenza di vibrazione (Hz)</b>	<b>Seconda frequenza di vibrazione (Hz)</b>
S1	1,20	3,80
S2	1,60	4,60
S3	2,60	6,60
S4	3,00	7,60
S5	1,60	4,00
S6	2,60	6,80

**Tabella 5.10** – Parametri delle funzioni di amplificazione in campo non lineare per le 6 stratigrafie soggette all'input I1.

<b>Input I1</b>			
	<b>PI (%)</b>	<b>Prima frequenza di vibrazione (Hz)</b>	<b>Seconda frequenza di vibrazione (Hz)</b>
<b>Stratigrafia S1</b>	15 e 0	0,60	1,80
	30 e 0	0,60	2,20
	50 e 0	0,80	2,60
<b>Stratigrafia S2</b>	15 e 0	0,80	2,20
	30 e 0	0,80	2,80
	50 e 0	1,00	3,20
<b>Stratigrafia S3</b>	15 e 0	1,40	3,80
	30 e 0	1,40	4,00
	50 e 0	1,60	4,40
<b>Stratigrafia S4</b>	15 e 0	1,60	4,20
	30 e 0	1,60	5,00
	50 e 0	1,60	5,20
<b>Stratigrafia S5</b>	15	0,80	2,00
	30	1,00	2,60
	50	1,20	3,00
<b>Stratigrafia S6</b>	15	1,80	4,40
	30	2,20	5,40
	50	2,40	5,80

**Tabella 5.11** – Parametri delle funzioni di amplificazione in campo non lineare per le 6 stratigrafie soggette all'input I2.

<b>Input I2</b>			
	<b>PI (%)</b>	<b>Prima frequenza di vibrazione (Hz)</b>	<b>Seconda frequenza di vibrazione (Hz)</b>
<b>Stratigrafia S1</b>	15 e 0	0,20	1,20
	30 e 0	0,40	1,60
	50 e 0	0,60	2,00
<b>Stratigrafia S2</b>	15 e 0	0,40	1,80
	30 e 0	0,60	2,20
	50 e 0	0,80	2,40
<b>Stratigrafia S3</b>	15 e 0	1,20	3,20
	30 e 0	1,20	3,60
	50 e 0	1,20	4,00
<b>Stratigrafia S4</b>	15 e 0	1,20	3,80
	30 e 0	1,20	4,40
	50 e 0	1,20	4,60
<b>Stratigrafia S5</b>	15	0,60	1,60
	30	1,00	2,20
	50	1,20	2,80
<b>Stratigrafia S6</b>	15	1,60	3,80
	30	2,00	4,60
	50	2,20	5,40

**Tabella 5.12** – Parametri delle funzioni di amplificazione in campo non lineare per le 6 stratigrafie soggette all'input I3.

<b>Input I3</b>			
	<b>PI (%)</b>	<b>Prima frequenza di vibrazione (Hz)</b>	<b>Seconda frequenza di vibrazione (Hz)</b>
<b>Stratigrafia S1</b>	15 e 0	0,60	1,80
	30 e 0	0,60	2,20
	50 e 0	0,80	2,40
<b>Stratigrafia S2</b>	15 e 0	0,60	2,20
	30 e 0	0,80	2,80
	50 e 0	1,00	2,80
<b>Stratigrafia S3</b>	15 e 0	1,60	4,00
	30 e 0	1,60	4,40
	50 e 0	1,80	4,60
<b>Stratigrafia S4</b>	15 e 0	1,80	4,80
	30 e 0	1,80	5,20
	50 e 0	1,80	5,40
<b>Stratigrafia S5</b>	15	1,00	2,20
	30	1,20	2,60
	50	1,20	3,00
<b>Stratigrafia S6</b>	15	1,80	4,40
	30	2,00	5,20
	50	2,40	5,80



**Tabella 5.13** – Parametri delle funzioni di amplificazione in campo non lineare per le 6 stratigrafie soggette all'input I4.

<b>Input I4</b>			
	<b>PI (%)</b>	<b>Prima frequenza di vibrazione (Hz)</b>	<b>Seconda frequenza di vibrazione (Hz)</b>
<b>Stratigrafia S1</b>	15 e 0	0,60	1,60
	30 e 0	0,60	2,00
	50 e 0	0,80	2,40
<b>Stratigrafia S2</b>	15 e 0	0,60	2,00
	30 e 0	0,80	2,60
	50 e 0	1,00	3,00
<b>Stratigrafia S3</b>	15 e 0	1,20	3,20
	30 e 0	1,20	3,60
	50 e 0	1,20	4,00
<b>Stratigrafia S4</b>	15 e 0	1,20	3,80
	30 e 0	1,20	4,40
	50 e 0	1,20	4,60
<b>Stratigrafia S5</b>	15	0,80	1,80
	30	1,00	2,40
	50	1,20	2,80
<b>Stratigrafia S6</b>	15	1,60	3,60
	30	1,80	4,60
	50	2,20	5,40

**Tabella 5.14** – Parametri delle funzioni di amplificazione in campo non lineare per le 6 stratigrafie soggette all'input I5.

<b>Input I5</b>			
	<b>PI (%)</b>	<b>Prima frequenza di vibrazione (Hz)</b>	<b>Seconda frequenza di vibrazione (Hz)</b>
<b>Stratigrafia S1</b>	15 e 0	0,80	2,20
	30 e 0	0,80	2,60
	50 e 0	1,00	2,80
<b>Stratigrafia S2</b>	15 e 0	1,00	2,80
	30 e 0	1,20	3,20
	50 e 0	1,20	3,40
<b>Stratigrafia S3</b>	15 e 0	1,80	4,60
	30 e 0	2,00	5,00
	50 e 0	2,00	5,20
<b>Stratigrafia S4</b>	15 e 0	2,20	5,40
	30 e 0	2,20	5,80
	50 e 0	2,20	6,20
<b>Stratigrafia S5</b>	15	1,20	2,80
	30	1,40	3,20
	50	1,40	3,40
<b>Stratigrafia S6</b>	15	2,20	4,80
	30	2,40	5,60
	50	2,60	6,00

#### 4. Spostamenti freefield

L'input sismico, rappresentato dal campo di spostamenti  $u_{ff}$  del deposito di terreno in condizioni *freefield* (ovvero in assenza del palo) nel dominio del tempo, è stato determinato utilizzando la teoria della propagazione monodimensionale delle onde di taglio, avendo assunto per il terreno un comportamento elastico lineare, con rapporto di smorzamento  $D = 2\%$ . In questo campo sono state effettuate 30 risposte dei depositi.

Attraverso la risoluzione dell'equazione del moto in forma numerica è stato possibile determinare la risposta dei depositi analizzati anche considerando il decadimento della rigidezza e l'aumento dello smorzamento del terreno. Per il calcolo di queste risposte sono stati usati diversi valori dell'indice di plasticità  $PI$  :

- Per le stratigrafie  $S1$ ,  $S2$ ,  $S3$ ,  $S4$  lo strato inferiore, mantenendo fissa la propria rigidezza, è stato considerato sempre con indice di plasticità  $PI = 0\%$ . Per lo strato superiore sono state utilizzate le curve del modulo di taglio e dello smorzamento calcolate per indici di plasticità  $PI$  pari a 15%, 30% e 50%.
- Per le stratigrafie  $S5$  e  $S6$  sono state prese in conto per tutto lo strato curve calcolate per indici di plasticità  $PI$  pari a 15%, 30% e 50%.

In tutto sono state ricavate 72 risposte.

Nelle figure 5.3, 5.4, 5.5 si diagrammano gli involucri dei massimi spostamenti del terreno in condizioni di *freefield*, ottenuti in campo visco-elastico al variare delle sollecitazioni per le diverse stratigrafie; dalla figura 5.6 alla 5.17 si riportano i risultati delle diverse stratigrafie in campo non lineare, al variare dell'indice di plasticità  $PI$  e particolarizzate a ciascun input.

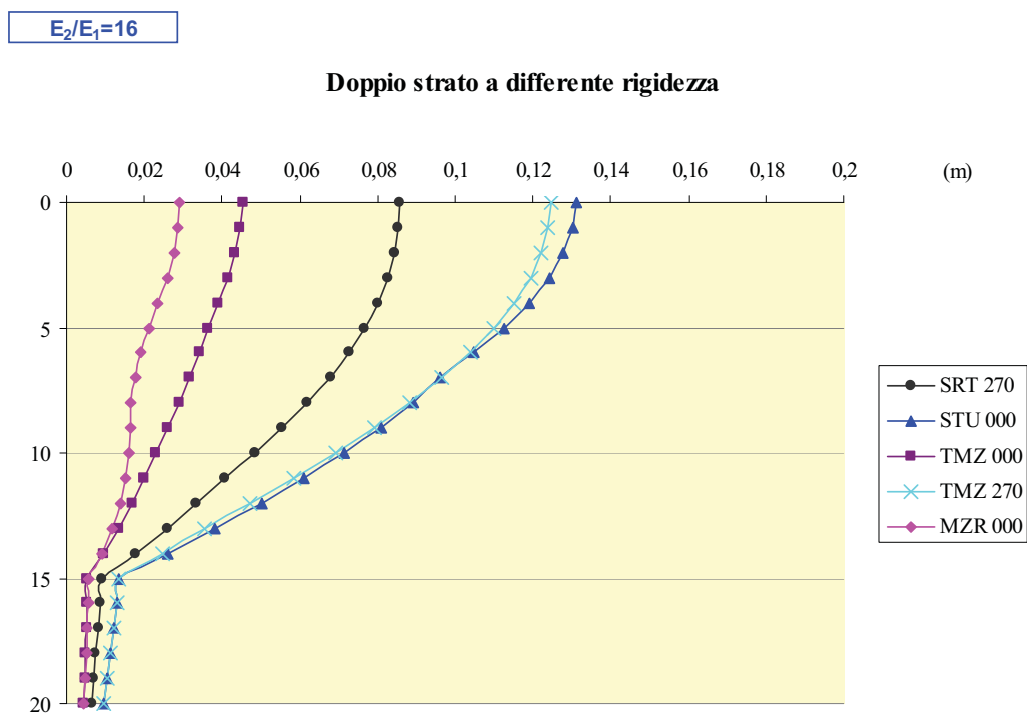
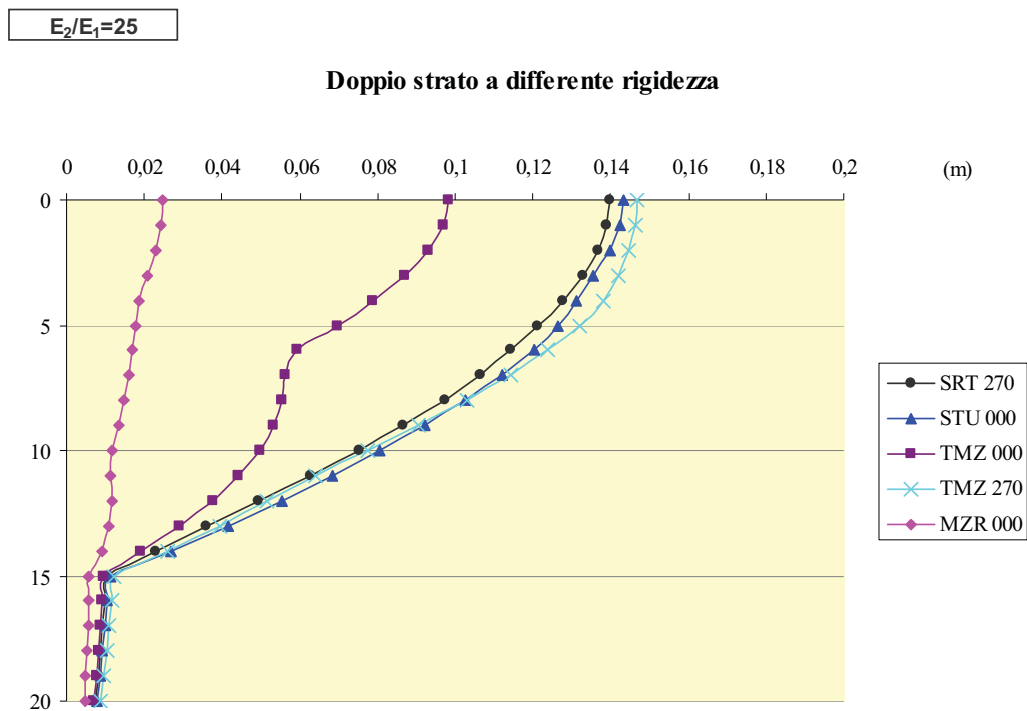


Figura 5.3 – Spostamenti in condizioni *freefield* per le stratigrafie S1 (a) e S2 (b) in campo visco-elastico.

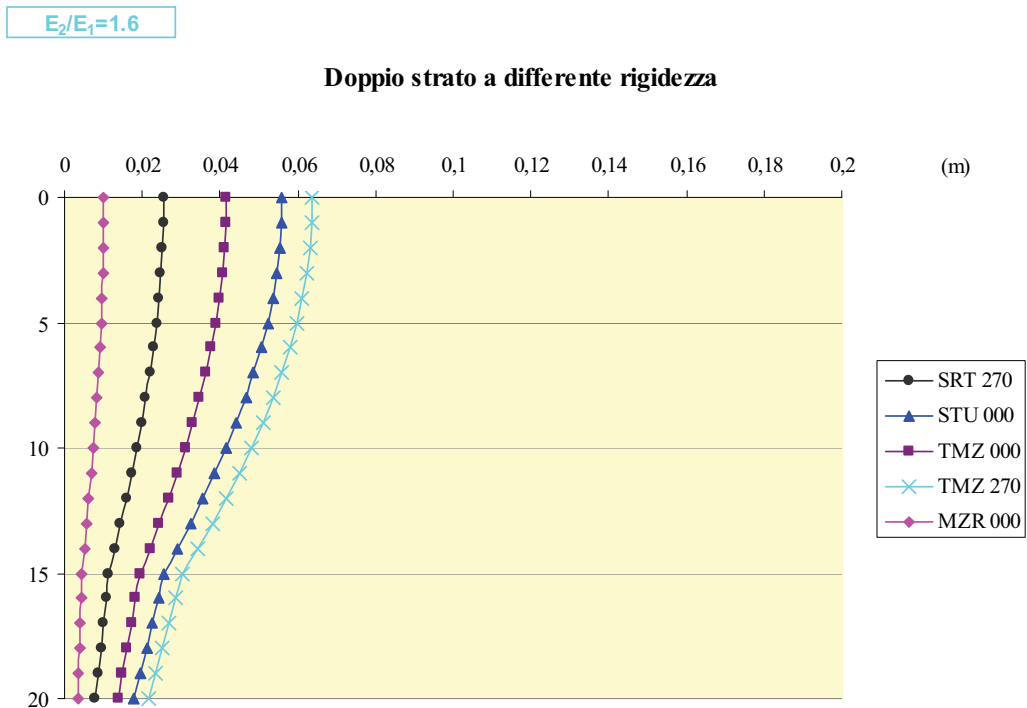
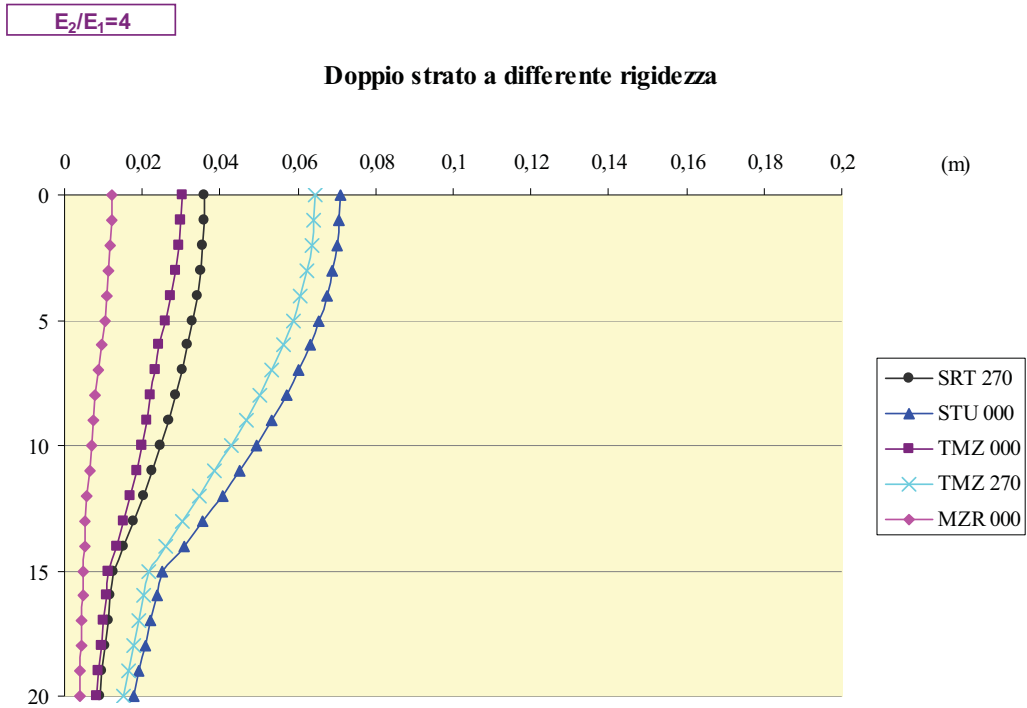


Figura 5.4 – Spostamenti in condizioni *freefield* per le stratigrafie S3 (a) e S4 (b) in campo visco-elastico.

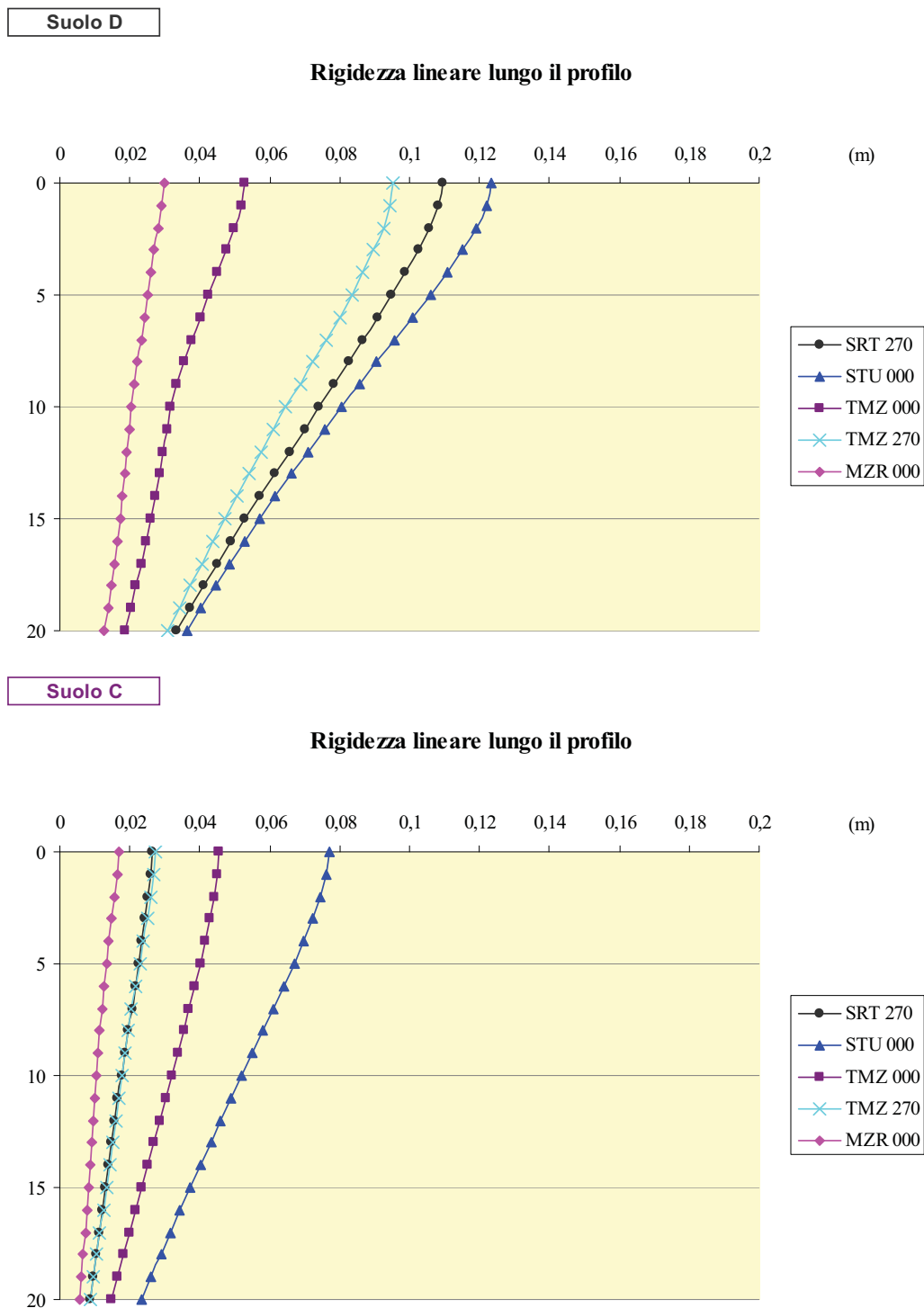
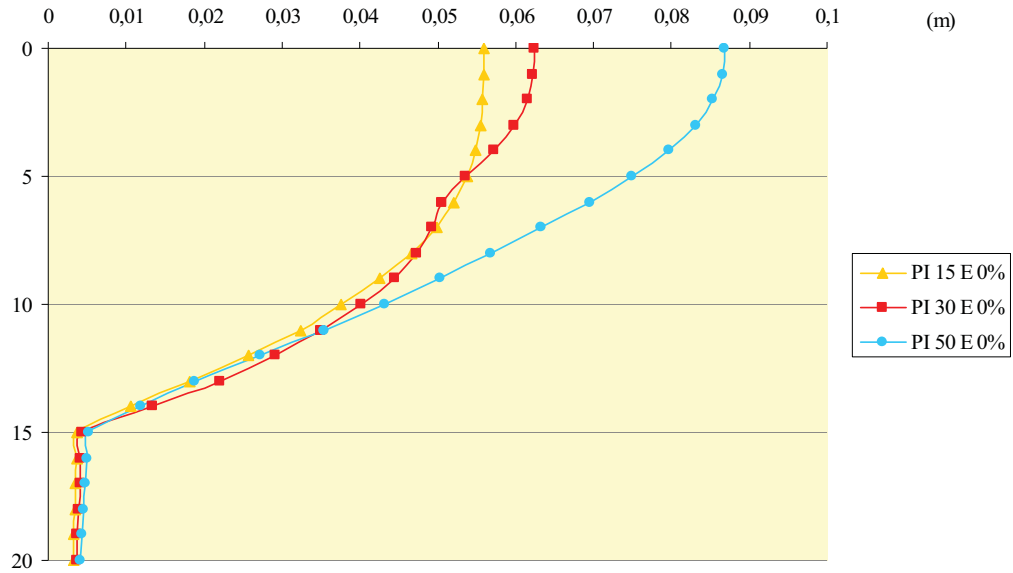


Figura 5.5 – Spostamenti in condizioni *freefield* per le stratigrafie S5 (a) e S6 (b) in campo visco-elastico.

$E_2/E_1=25$   
SRT270

Doppio strato a differente rigidezza



$E_2/E_1=16$   
SRT270

Doppio strato a differente rigidezza

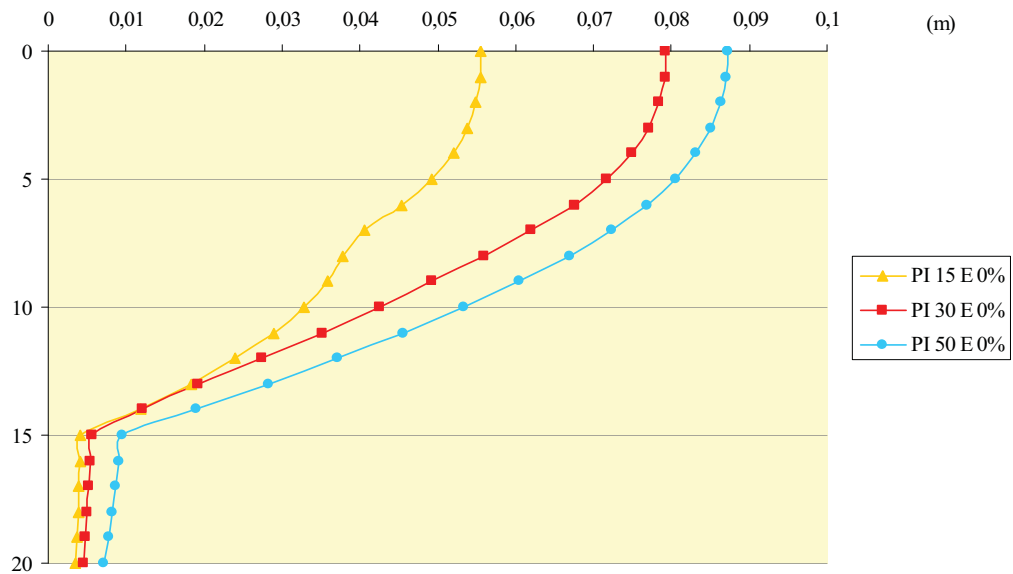
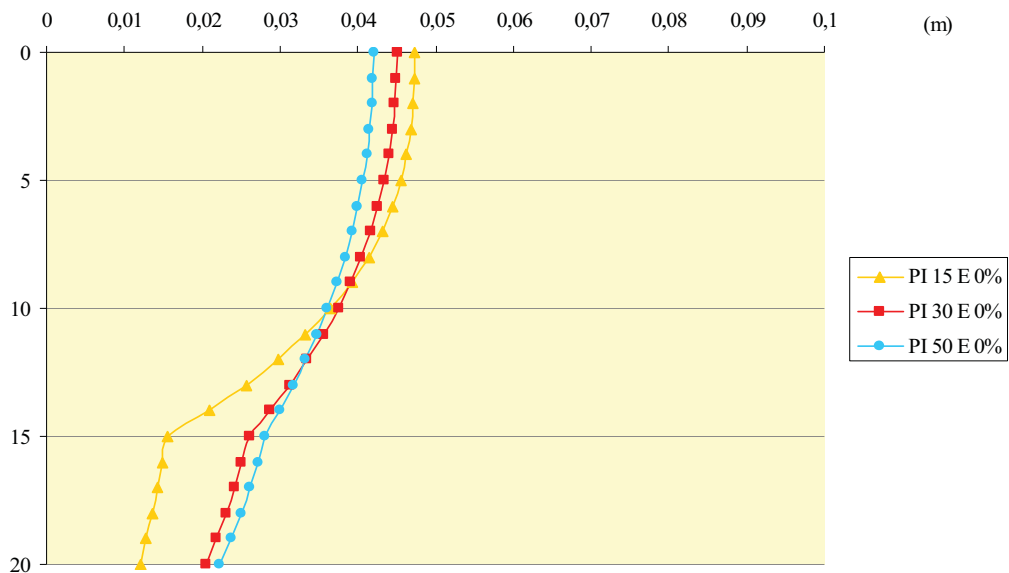


Figura 5.6 – Spostamenti *freefield* in campo non lineare per le stratigrafie S1 (a) e S2 (b) soggette all'input I1.

$E_2/E_1=4$   
SRT270

Doppio strato a differente rigidezza



$E_2/E_1=1.6$   
SRT270

Doppio strato a differente rigidezza

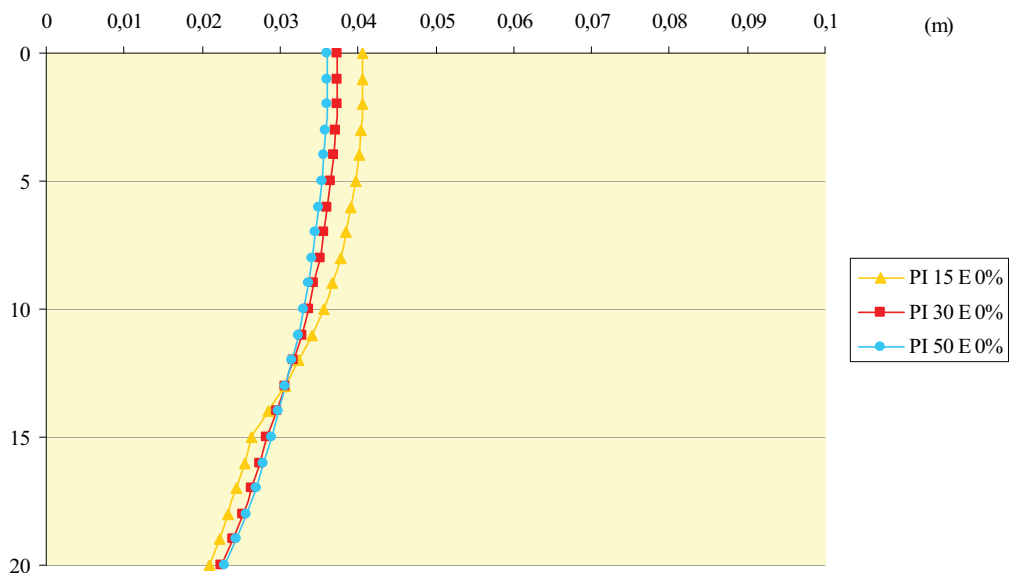
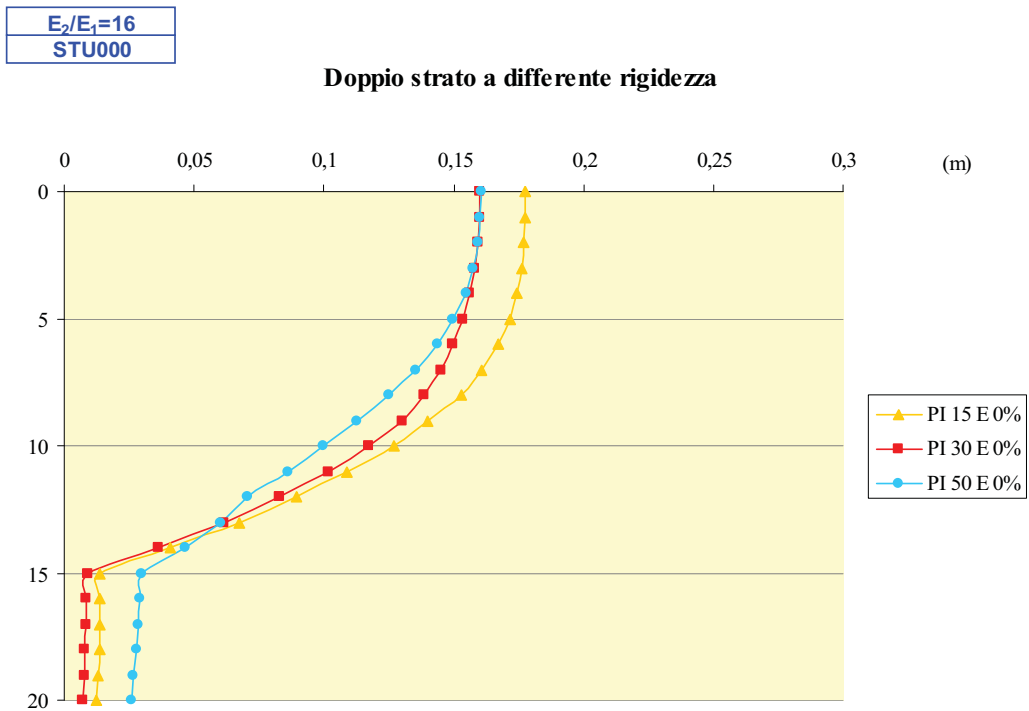
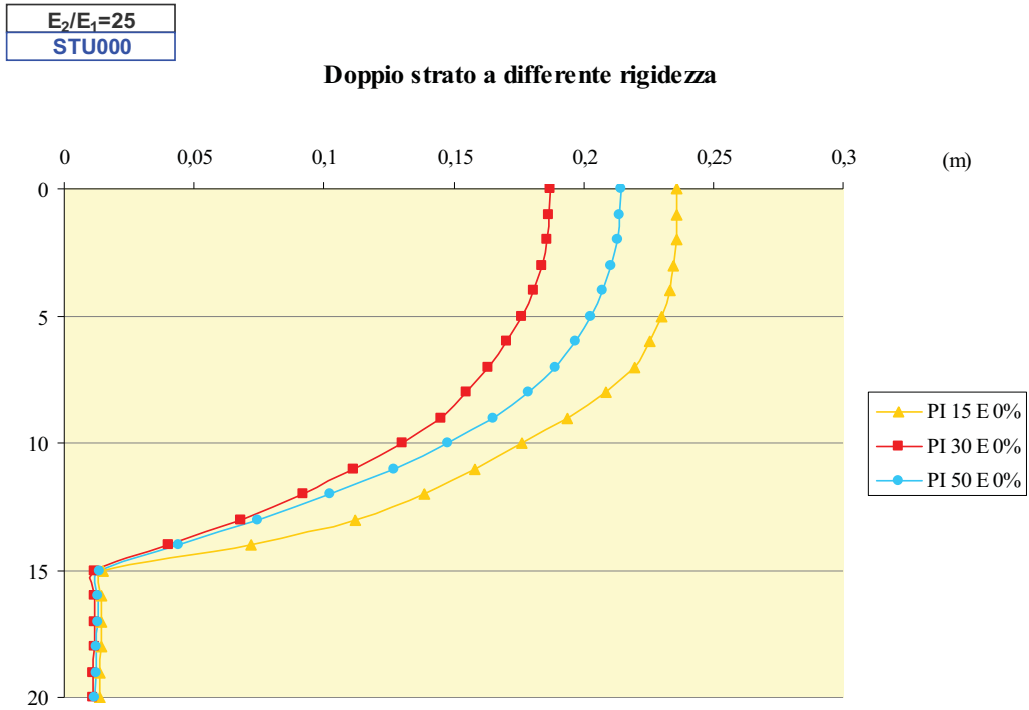
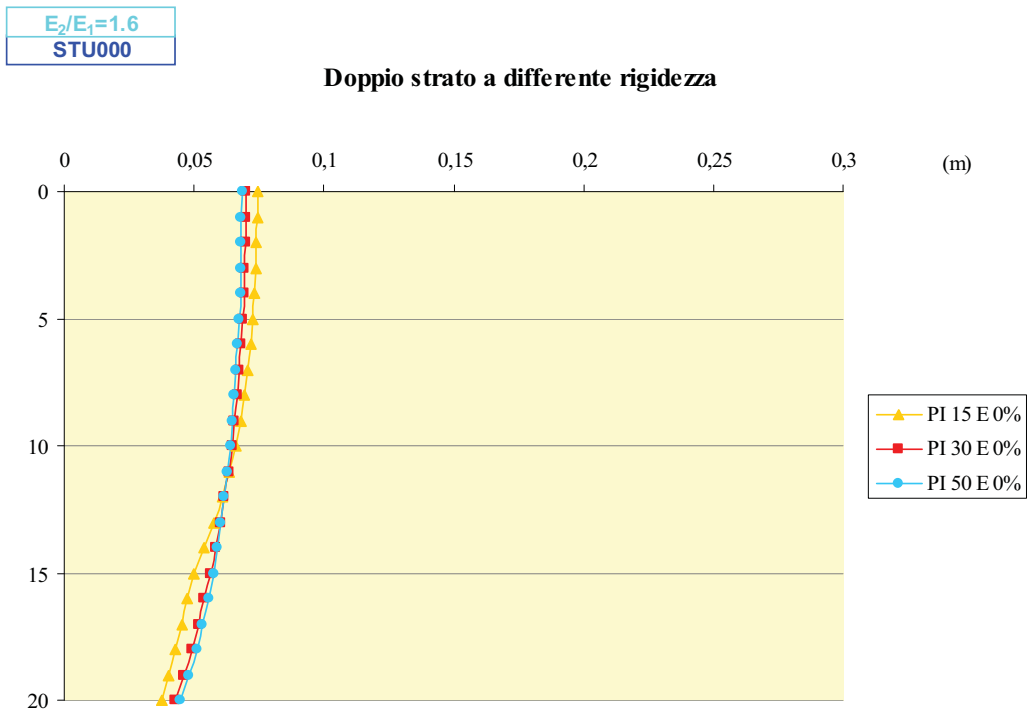
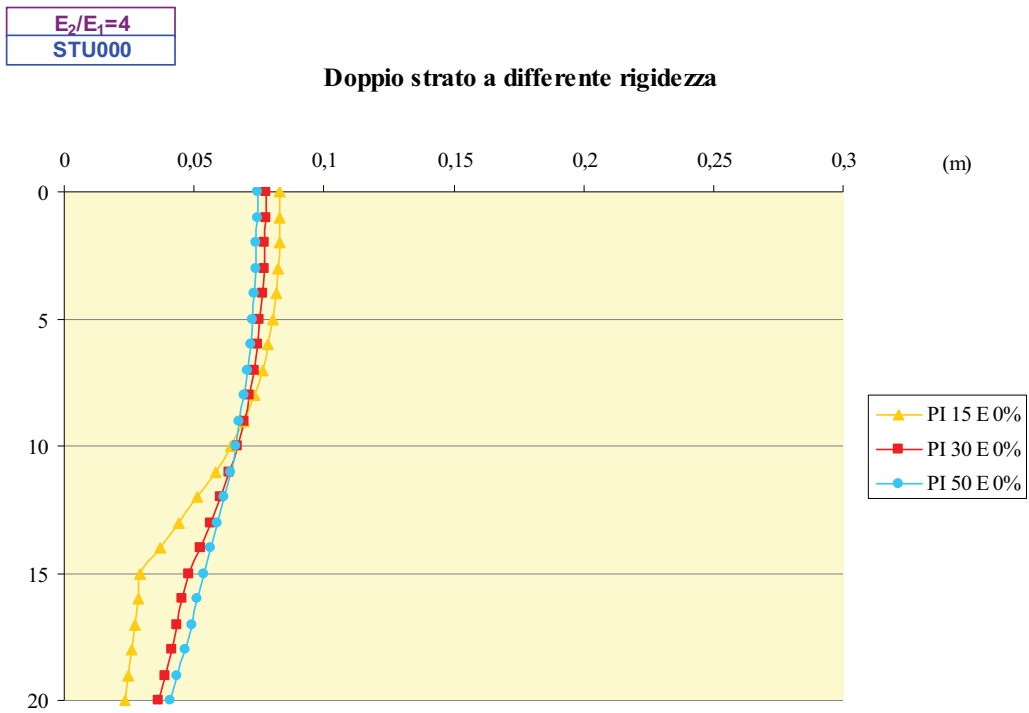


Figura 5.7 – Spostamenti *freefield* in campo non lineare per le stratigrafie S3 (a) e S4 (b) soggette all'input I1.





**Figura 5.8** – Spostamenti *freefield* in campo non lineare per le stratigrafie S1 (a) e S2 (b) soggette all'input I2.



**Figura 5.9** – Spostamenti *freefield* in campo non lineare per le stratigrafie S3 (a) e S4 (b) soggette all'input I2.

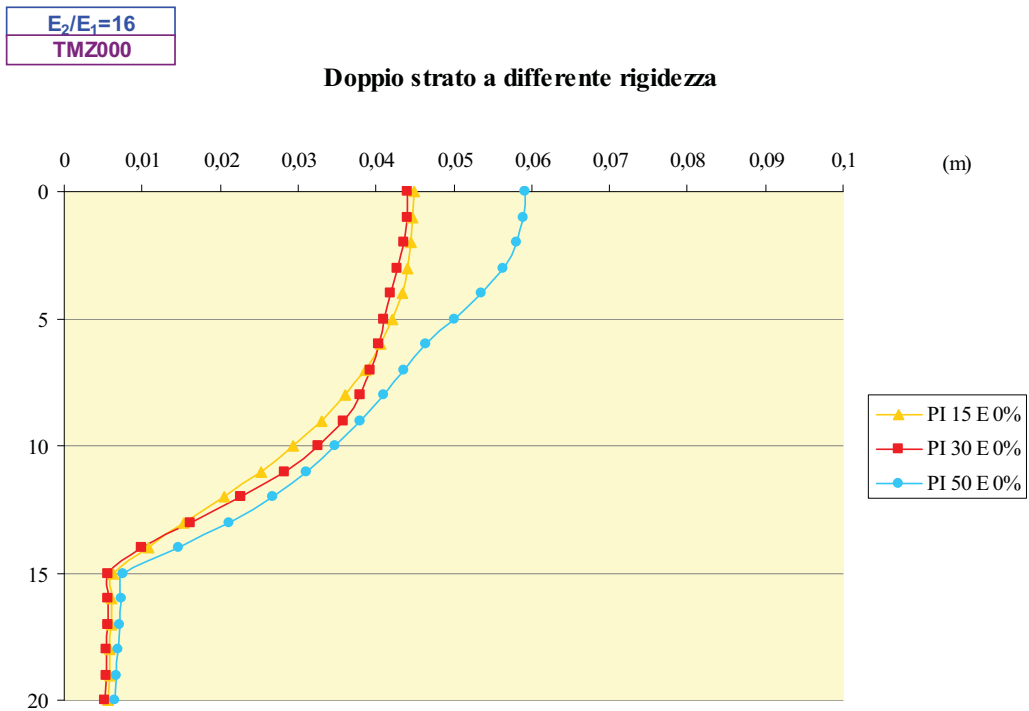
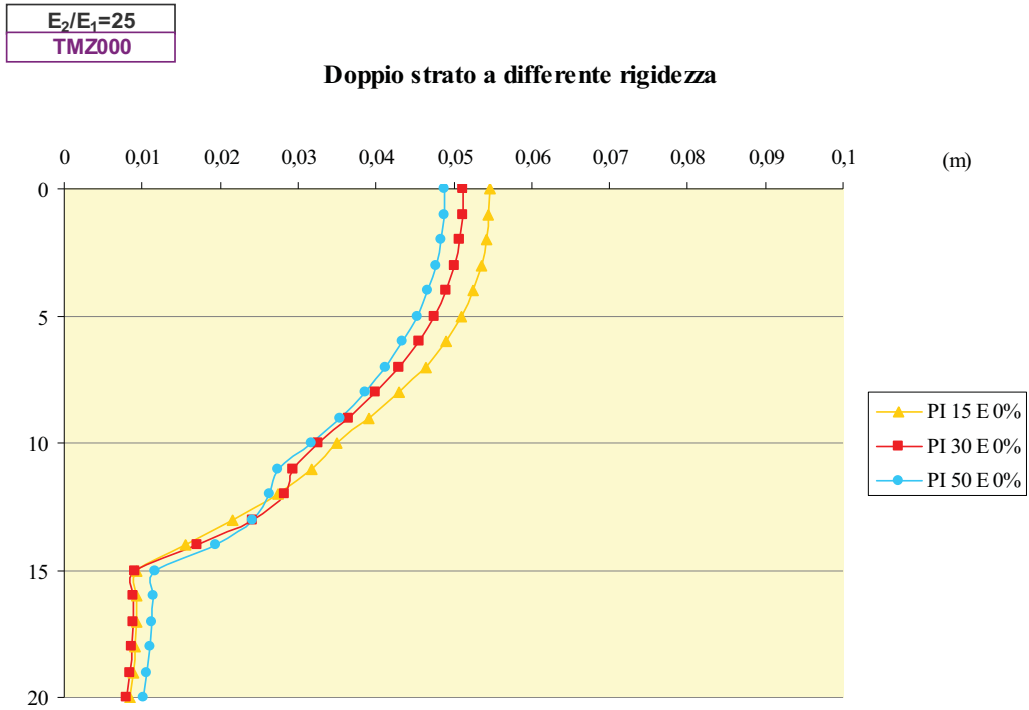
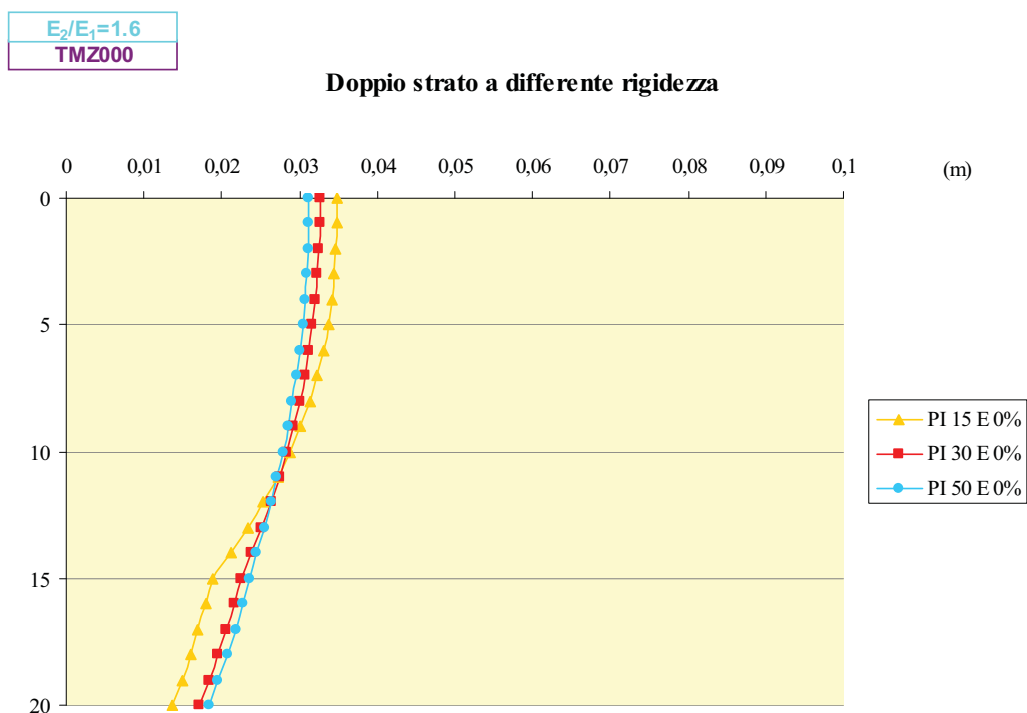
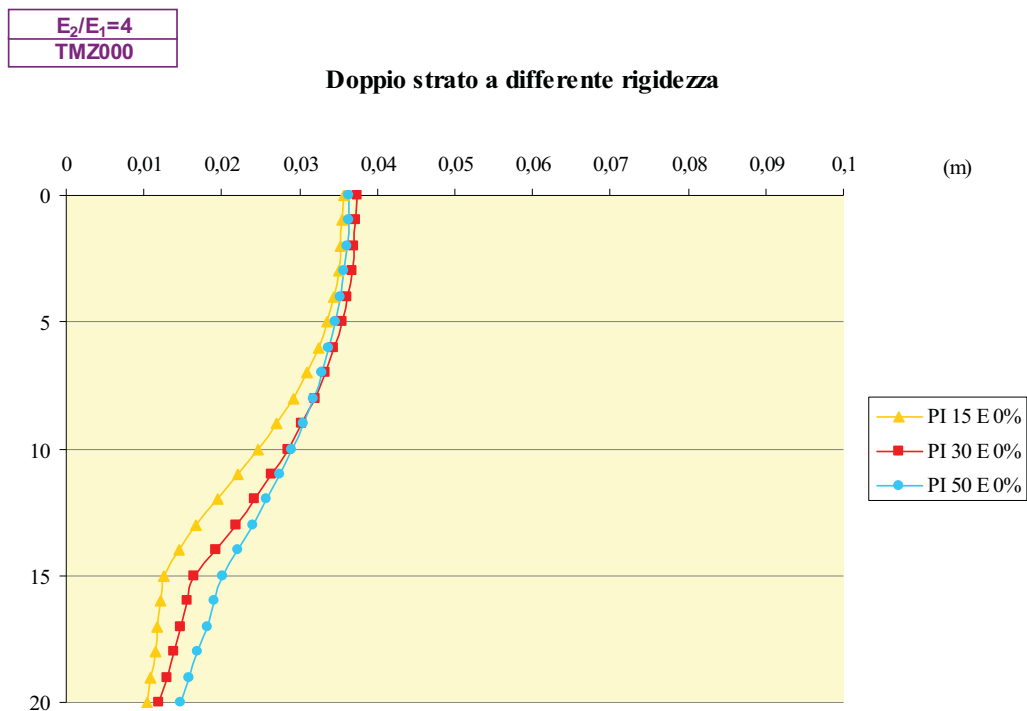
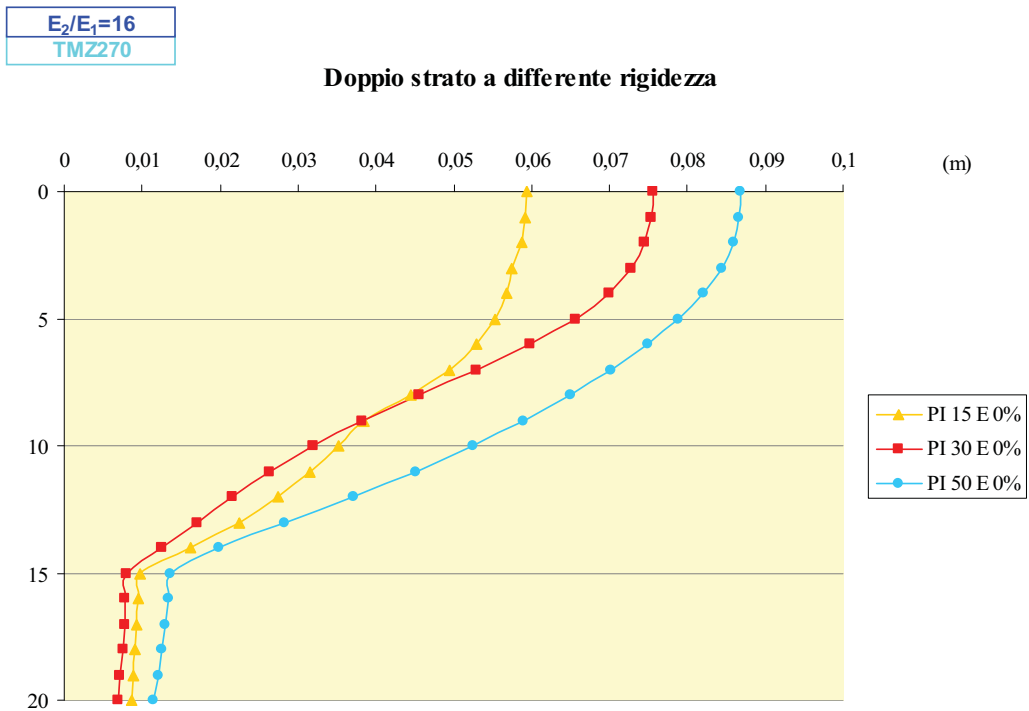
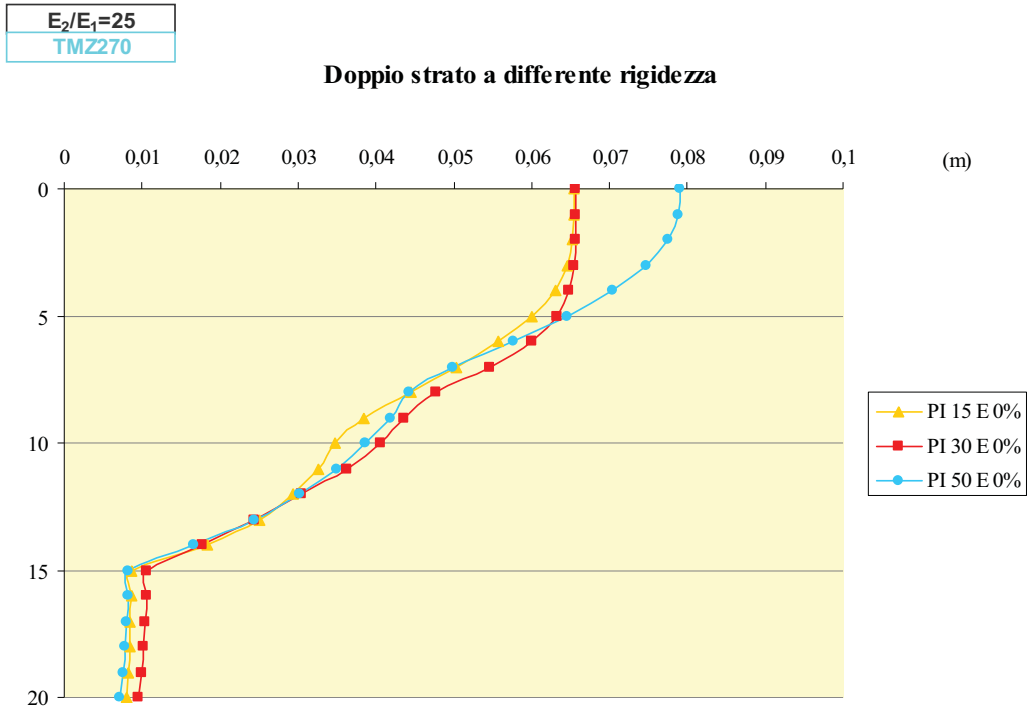


Figura 5.10 – Spostamenti *freefield* in campo non lineare per le stratigrafie S1 (a) e S2 (b) soggette all'input I3.



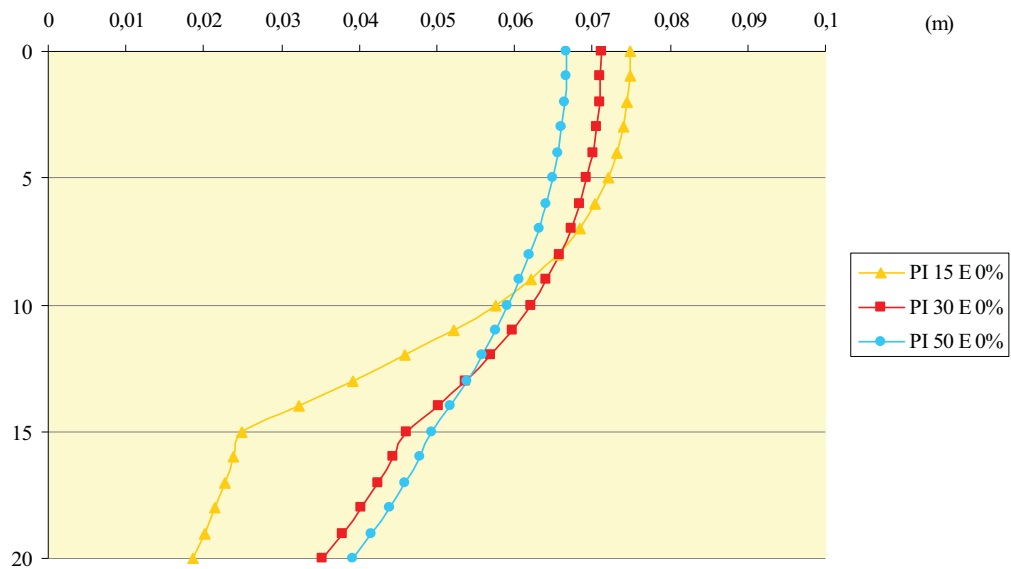
**Figura 5.11** – Spostamenti *freefield* in campo non lineare per le stratigrafie S3 (a) e S4 (b) soggette all'input I3.



**Figura 5.12** – Spostamenti *freefield* in campo non lineare per le stratigrafie S1 (a) e S2 (b) soggette all'input I4.

$E_2/E_1=4$   
TMZ270

Doppio strato a differente rigidezza



$E_2/E_1=1.6$   
TMZ270

Doppio strato a differente rigidezza

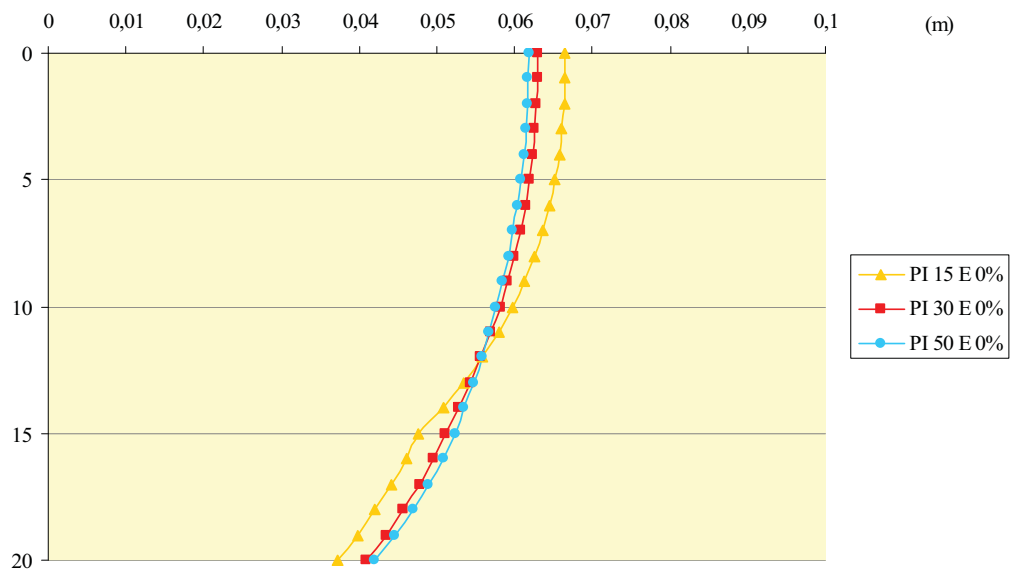
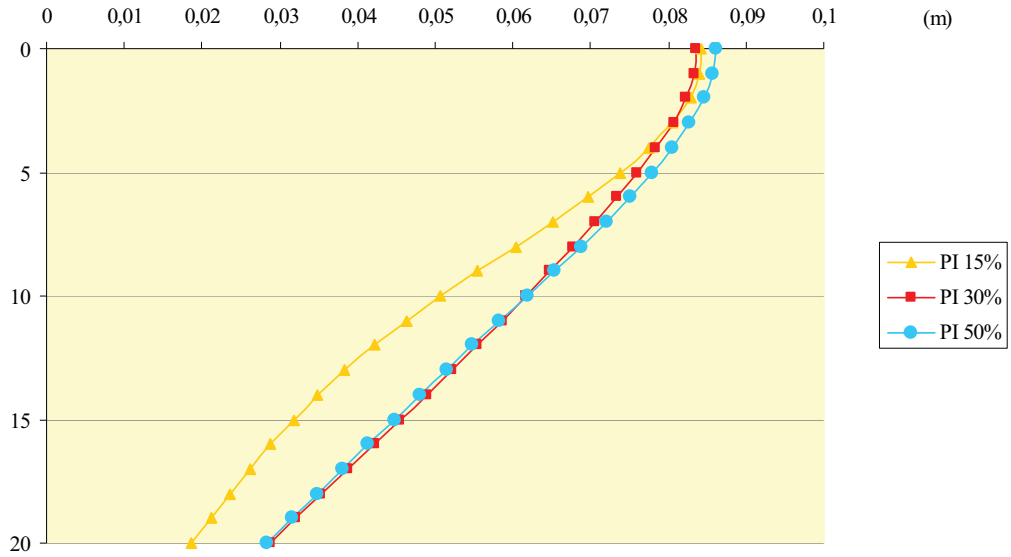


Figura 5.13 – Spostamenti *freefield* in campo non lineare per le stratigrafie S3 (a) e S4 (b) soggette all'input I4.

Suolo D
SRT270

Rigidezza lineare lungo il profilo



Suolo C
SRT270

Rigidezza lineare lungo il profilo

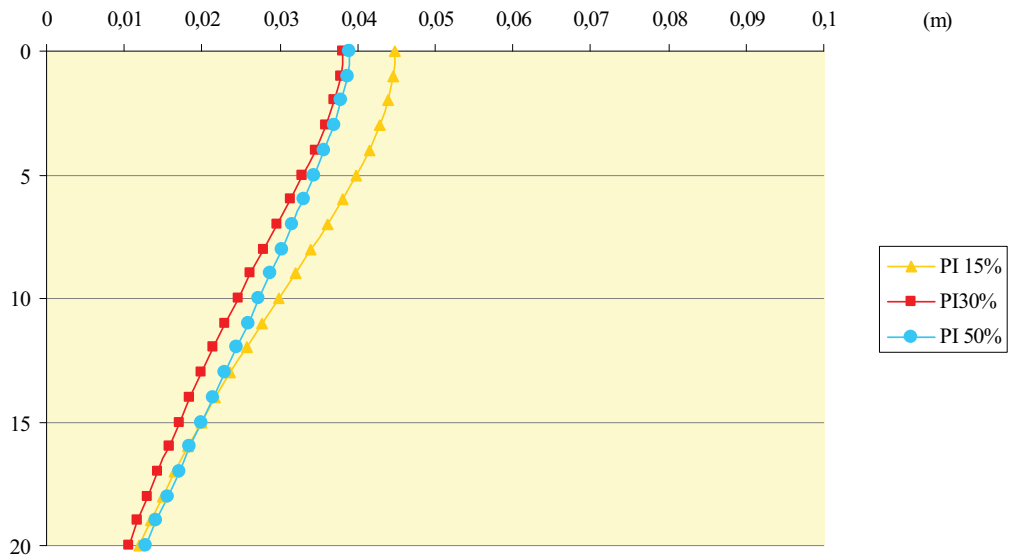
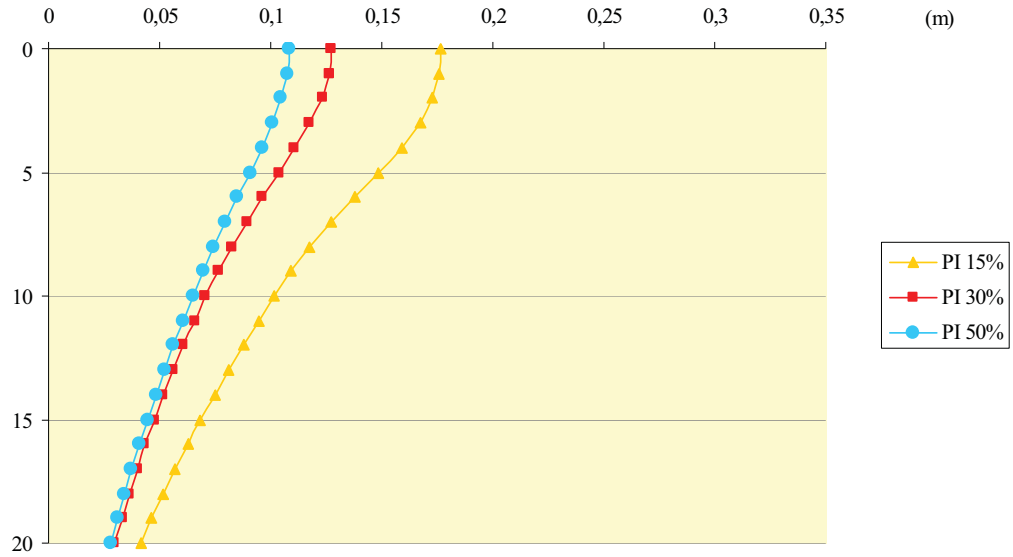


Figura 5.14 – Spostamenti *freefield* in campo non lineare per le stratigrafie S5 (a) e S6 (b) soggette all'input I1.

Suolo D  
STU000

Rigidezza lineare lungo il profilo



Suolo C  
STU000

Rigidezza lineare lungo il profilo

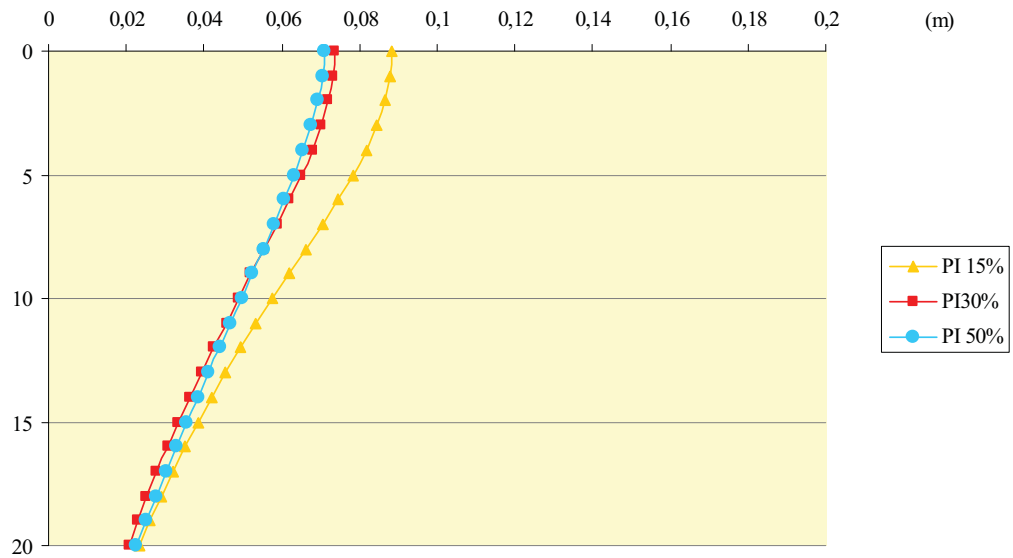
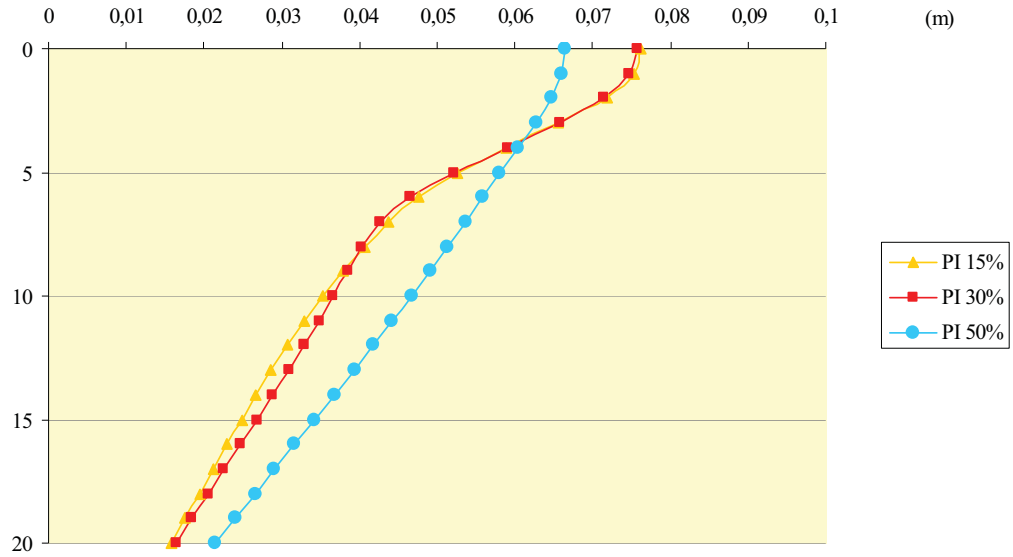


Figura 5.15 – Spostamenti *freefield* in campo non lineare per le stratigrafie S5 (a) e S6 (b) soggette all'input I2.



Suolo D  
TMZ000

Rigidezza lineare lungo il profilo



Suolo C  
TMZ000

Rigidezza lineare lungo il profilo

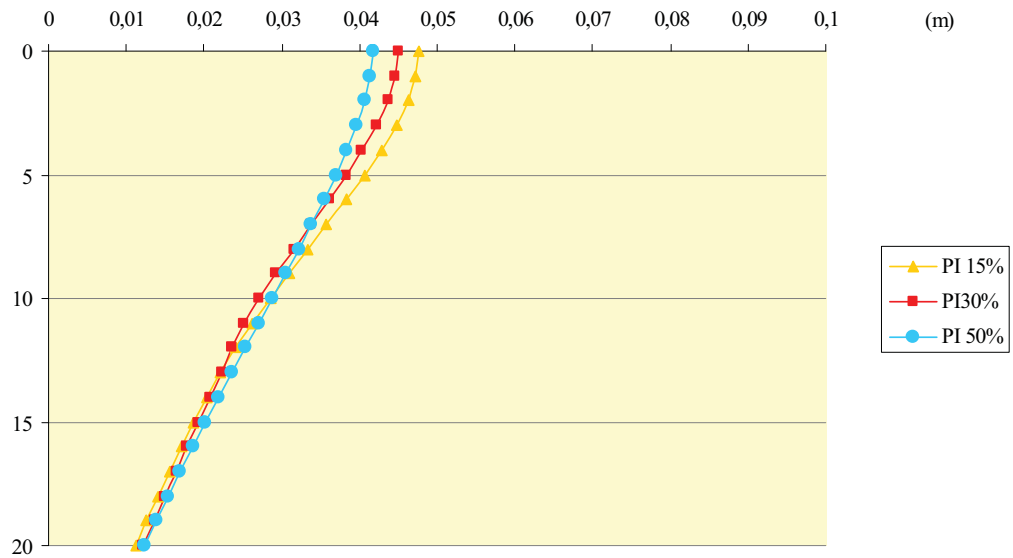
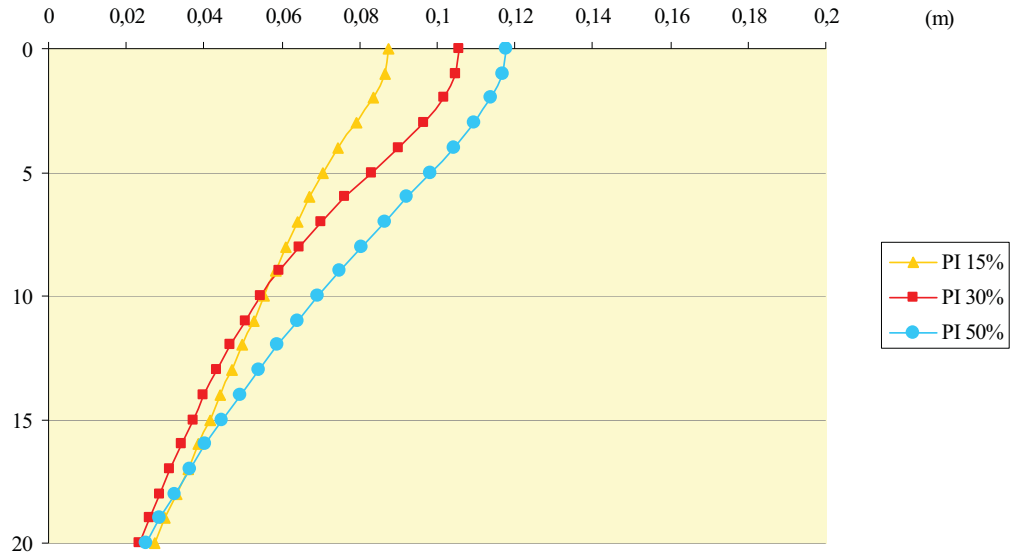


Figura 5.16 – Spostamenti *freefield* in campo non lineare per le stratigrafie S5 (a) e S6 (b) soggette all'input I3.

Suolo D  
TMZ270

Rigidezza lineare lungo il profilo



Suolo C  
TMZ270

Rigidezza lineare lungo il profilo

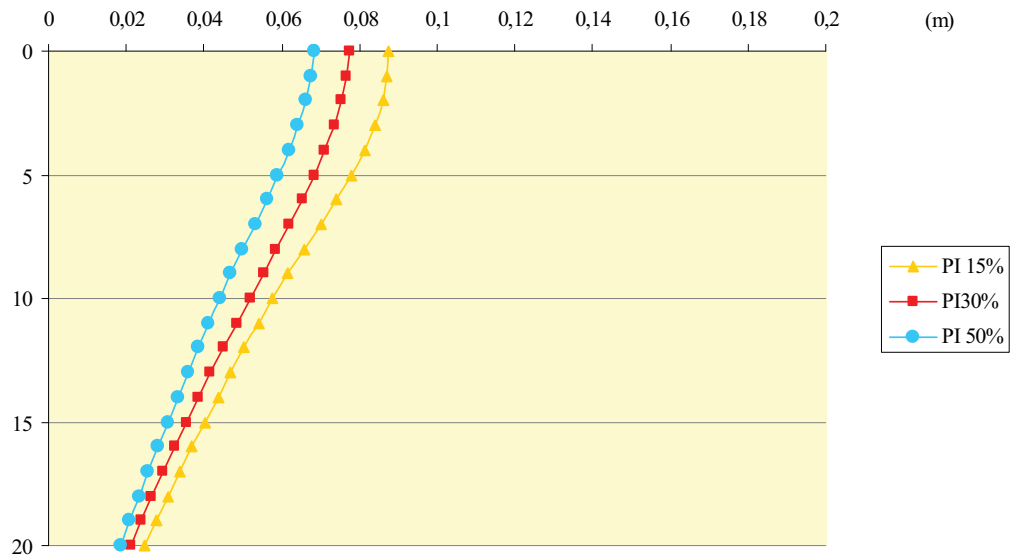


Figura 5.17 – Spostamenti *freefield* in campo non lineare per le stratigrafie S5 (a) e S6 (b) soggette all'input I4.

## 5. Interazione cinematica

In questo paragrafo vengono esposti i risultati in termini di caratteristiche della sollecitazione (momento flettente) e di spostamenti relativi del palo ottenuti effettuando le analisi parametriche nell'ambito dell'interazione cinematica.

### 5.1. Risposta in campo visco-elastico

#### 5.1.1. *Analisi relativa alle stratigrafie aventi un contrasto di rigidezza*

Nelle figure 5.18 e 5.19 sono riportati i diagrammi rappresentativi dell'involuppo dei momenti cinematici massimi registrati lungo il palo, calcolati in campo visco-elastico al variare della sollecitazione sismica, per le stratigrafie  $S1$ ,  $S2$ ,  $S3$ ,  $S4$  per le quali è presente una discontinuità meccanica.

Osservando gli andamenti è immediato constatare che i momenti variano al variare dei diversi input: poiché gli accelerogrammi sono stati scalati tutti alla stessa ampiezza, si evince che la variazione dei valori è da imputarsi alle differenti frequenze predominanti dei terremoti utilizzati.

Un'altra osservazione che è possibile fare suggerisce che per le stratigrafie  $S1$  e  $S2$  (per le quali è maggiore il rapporto tra le rigidezze  $E_2/E_1$ ), i valori maggiori si registrano in corrispondenza dell'interfaccia meccanica posta a 15 m (ovvero dove si ha il salto di rigidezza), per tutti gli input ad eccezione di  $I5$ ; per le stratigrafie  $S3$  e  $S4$ , invece, i momenti all'interfaccia sono comparabili a quelli che si registrano in corrispondenza della testa del palo impedito di ruotare, per tutti gli eventi sismici eccetto  $I2$ .

Per quanto riguarda i valori maggiori di momento che si hanno all'interfaccia in corrispondenza dei più alti valori di  $E_2/E_1$ , ovvero per le stratigrafie  $S1$  e  $S2$ ,

la spiegazione è da ricercarsi nella comparazione fra il contenuto in frequenza degli input sismici considerati e le frequenze naturali dei depositi di terreno succitati.

Considerando infatti i periodi medi pesati delle registrazioni  $T_m$  precedentemente calcolati (tabella 5.2) e i periodi fondamentali  $T_s$  delle stratigrafie S1 e S2 ottenibili come inverso delle frequenze elencate nella tabella 5.9, si nota che il loro rapporto risulta maggiore proprio per quegli input che hanno fornito un momento più grande (tabella 5.15). Questo significa che si registra un fenomeno di “risonanza” dovuto a coincidenze tra le frequenze medie del segnale sismico in ingresso e le frequenze di vibrazione del sito.

**Tabella 5.15** – Rapporti fra periodi principali degli spettri di Fourier e periodi naturali dei depositi desunti dalle funzioni di amplificazione.

	$T_m/T_s$	
	<b>S1</b>	<b>S2</b>
<b>I1</b>	0,55	0,74
<b>I2</b>	0,80	1,1
<b>I3</b>	0,48	0,65
<b>I4</b>	0,6	0,8
<b>I5</b>	0,21	0,3

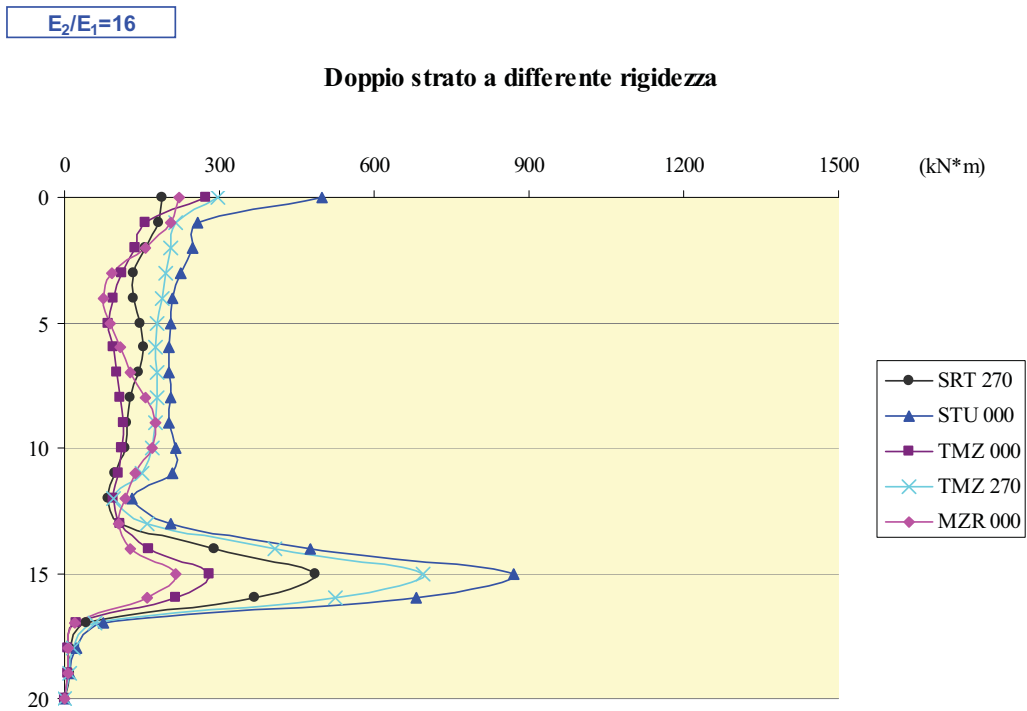
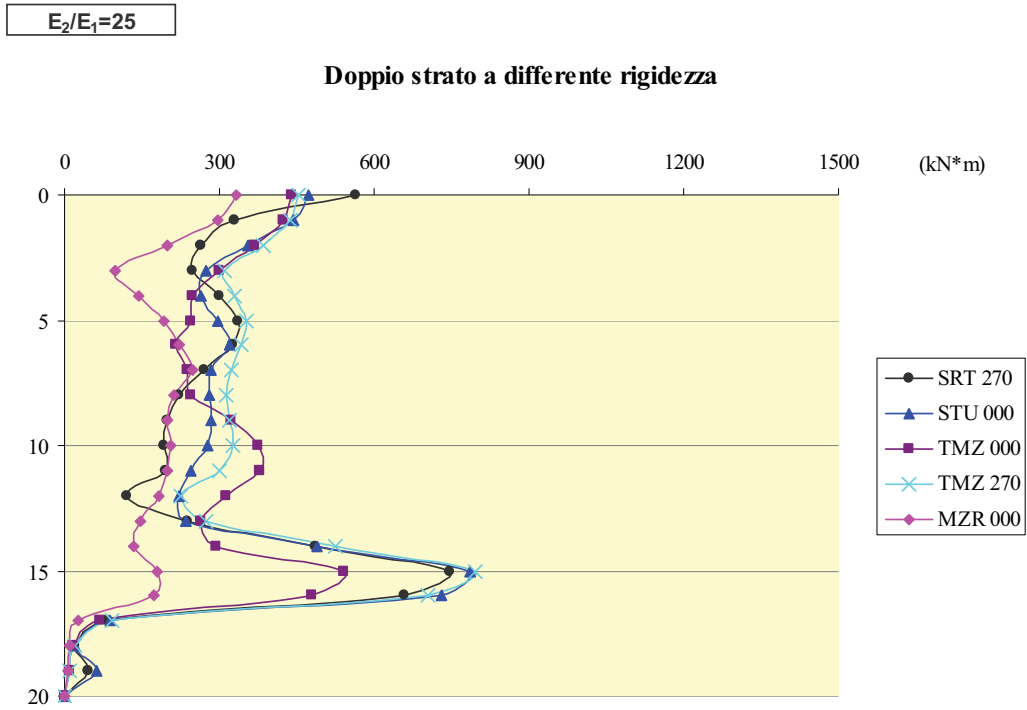


Figura 5.18 – Involuppo dei momenti flettenti per le stratigrafie S1 (a) e S2 (b) in campo visco-elastico.

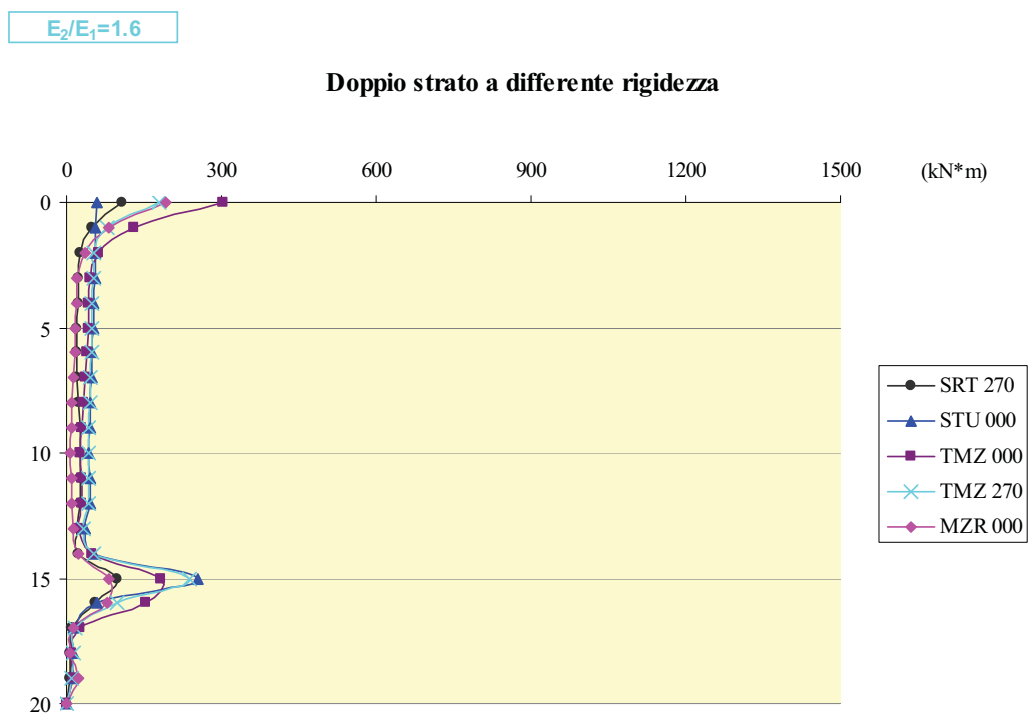
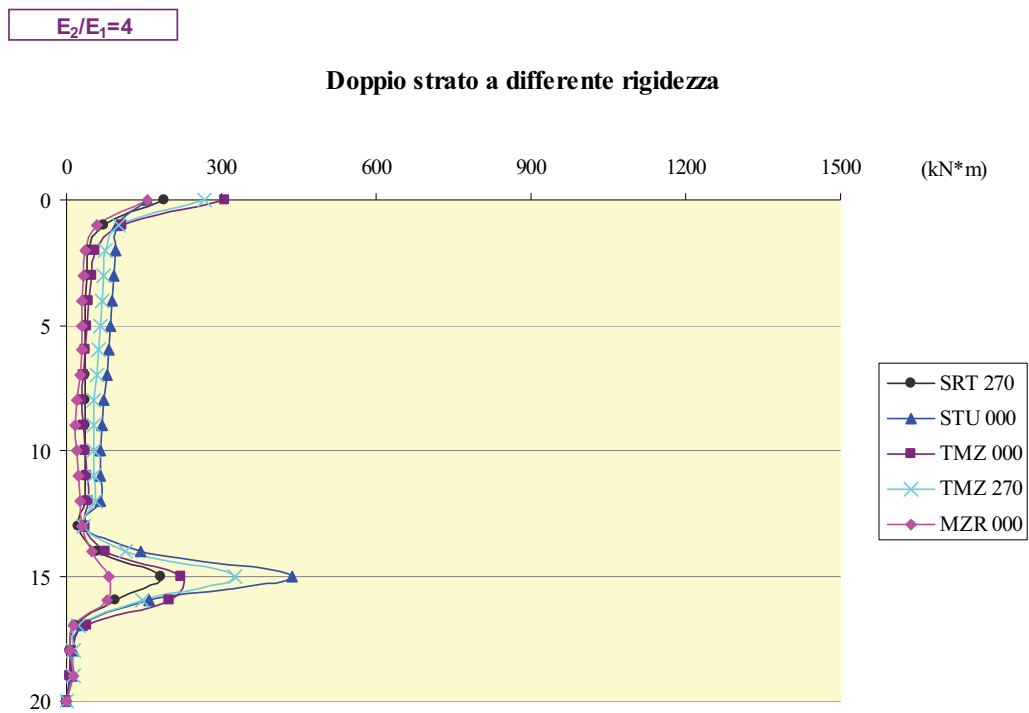
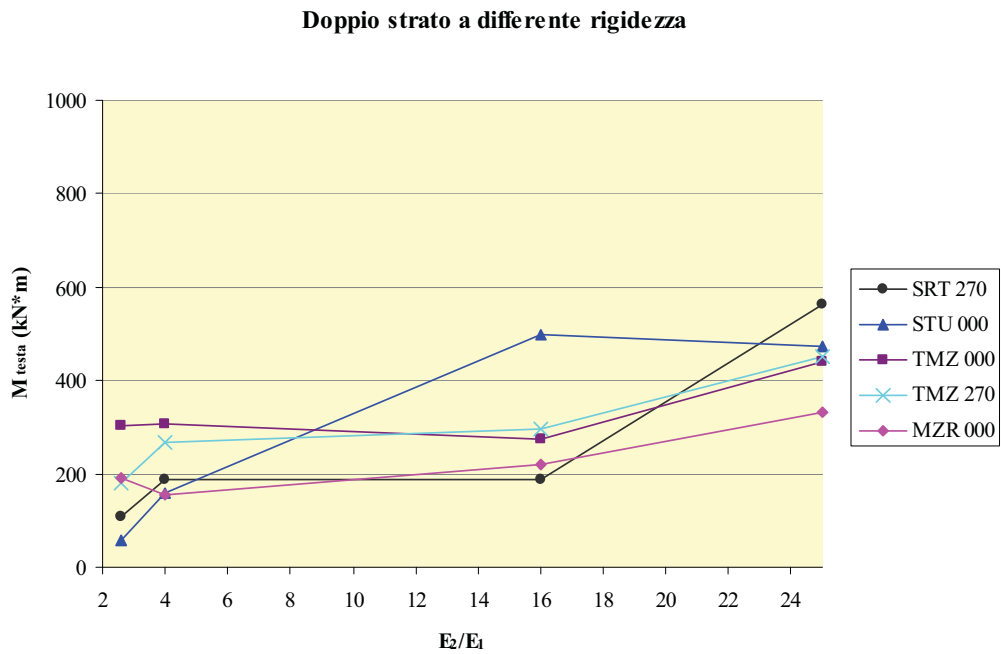
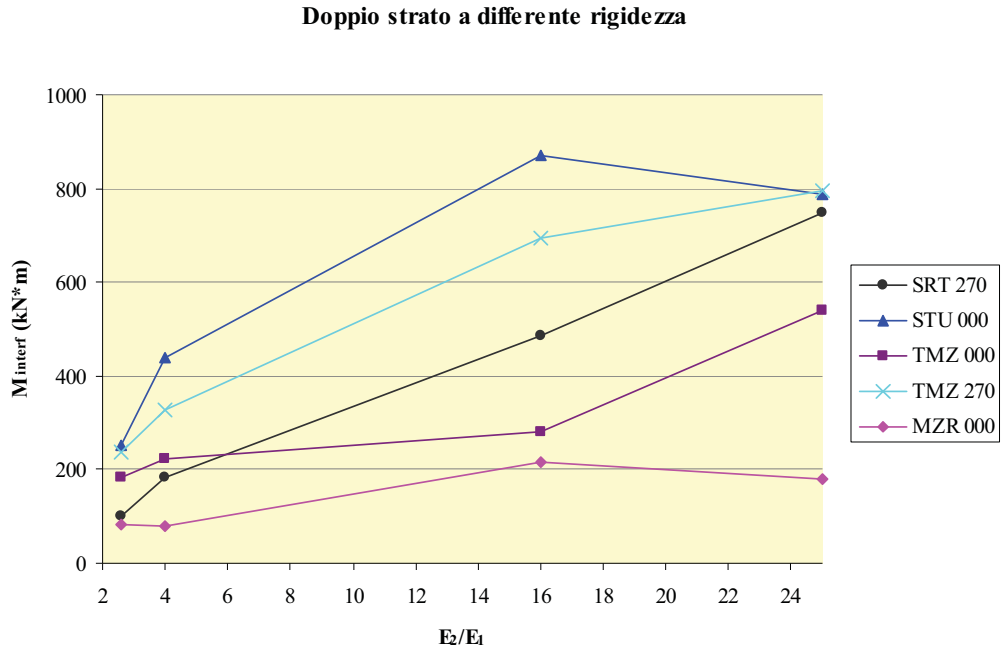


Figura 5.19 – Involuppo dei momenti flettenti per le stratigrafie S3 (a) e S4 (b) in campo visco-elastico.



**Figura 5.20** – Momenti cinematici all'interfaccia tra i due strati di terreno (a) e in testa al palo (b) al variare del rapporto  $E_2/E_1$  in campo visco-elastico.

Nelle figure 5.20a e 5.20b si riportano rispettivamente i valori dei momenti all'interfaccia e i valori dei momenti in testa al palo al variare del rapporto  $E_2/E_1$  per i diversi input: si osserva che essi tendenzialmente aumentano al crescere del rapporto  $E_2/E_1$ , sia all'interfaccia che in testa al palo, mentre per quel che riguarda l'input  $I2$ , al passaggio dal valore  $E_2/E_1 = 16$  al valore  $E_2/E_1 = 25$  si registra un leggero decremento.

La spiegazione è da ascrivere al fatto che il periodo principale di  $I2$  è addirittura maggiore del periodo fondamentale della stratigrafia  $S2$  ( $E_2/E_1 = 16$ ), riportando quindi un valore più elevato di momento rispetto a quello ottenuto per la stratigrafia  $S1$  ( $E_2/E_1 = 25$ ), per cui invece il rapporto  $T_m/T_s$  è inferiore all'unità.

Nelle figure 5.21 e 5.22 si diagrammano i risultati in termini di inviluppo degli spostamenti relativi del palo al variare del rapporto  $E_2/E_1$  per i diversi segnali sismici.

Dall'analisi degli andamenti si evince che quanto più basso è il rapporto tra le rigidità degli strati  $E_2/E_1$  (ovvero, tanto più è rigido lo strato superiore, essendo fisso quello inferiore) tanto più bassi risultano gli spostamenti del palo.



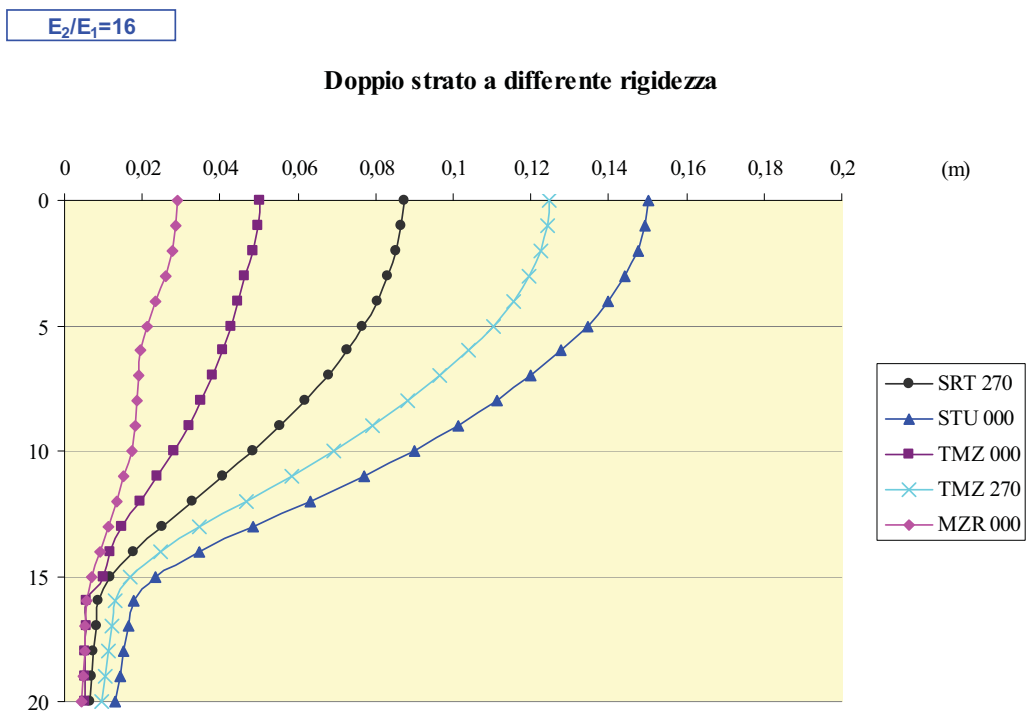
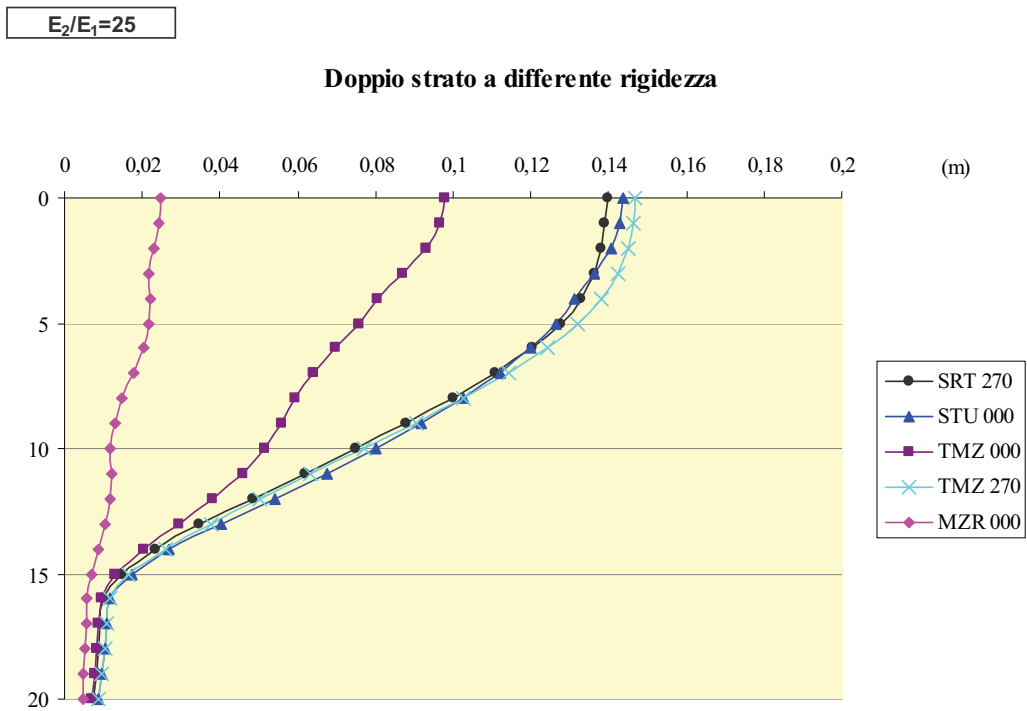
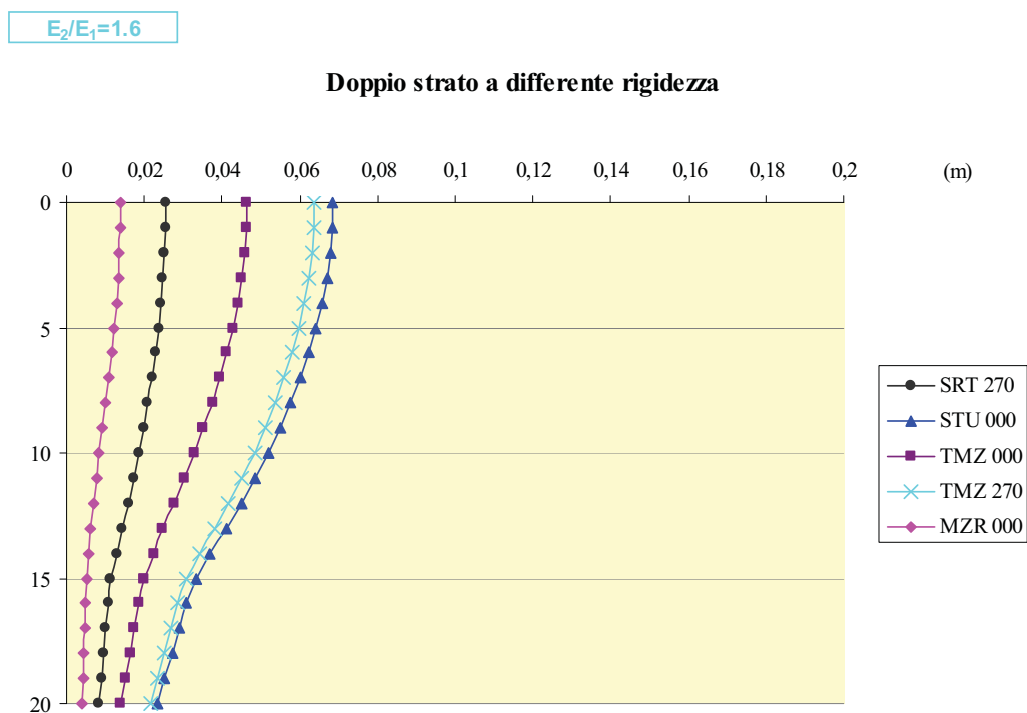
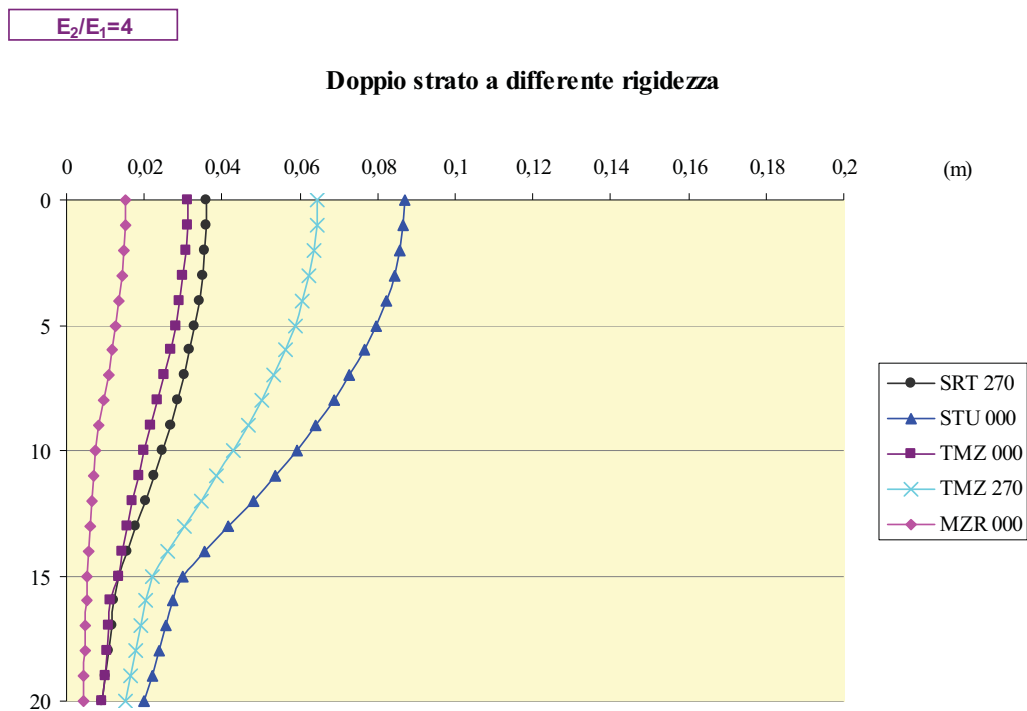


Figura 5.21 – Involuppo degli spostamenti relativi del palo per le stratigrafie S1 (a) e S2 (b) in campo visco-elastico.



**Figura 5.22** – Involuppo degli spostamenti relativi del palo per le stratigrafie S3 (a) e S4 (b) in campo visco-elastico.

5.1.2. *Analisi relativa alle stratigrafie aventi rigidezza linearmente crescente con la profondità*

Nelle figure 5.23a e 5.23b sono riportati i diagrammi rappresentativi dell'involuppo dei momenti cinematici massimi registrati lungo il palo, calcolati in campo visco-elastico al variare della sollecitazione sismica, per le stratigrafie *S5* e *S6* per le quali la rigidezza varia linearmente con la profondità.

Come nel caso di stratigrafia con discontinuità meccanica, anche qui i valori delle caratteristiche della sollecitazione differiscono al variare della frequenza dell'input sollecitante; operando un confronto tra i momenti in testa delle stratigrafie *S2* e *S5* e i momenti in testa delle stratigrafie *S3* e *S6* (per equivalenza tra le velocità delle onde di taglio  $V_{s,30}$ ) si nota che nel caso visco-elastico non è possibile stabilire un trend su quale sia la condizione di rigidezza per la quale si registrano i valori più alti.

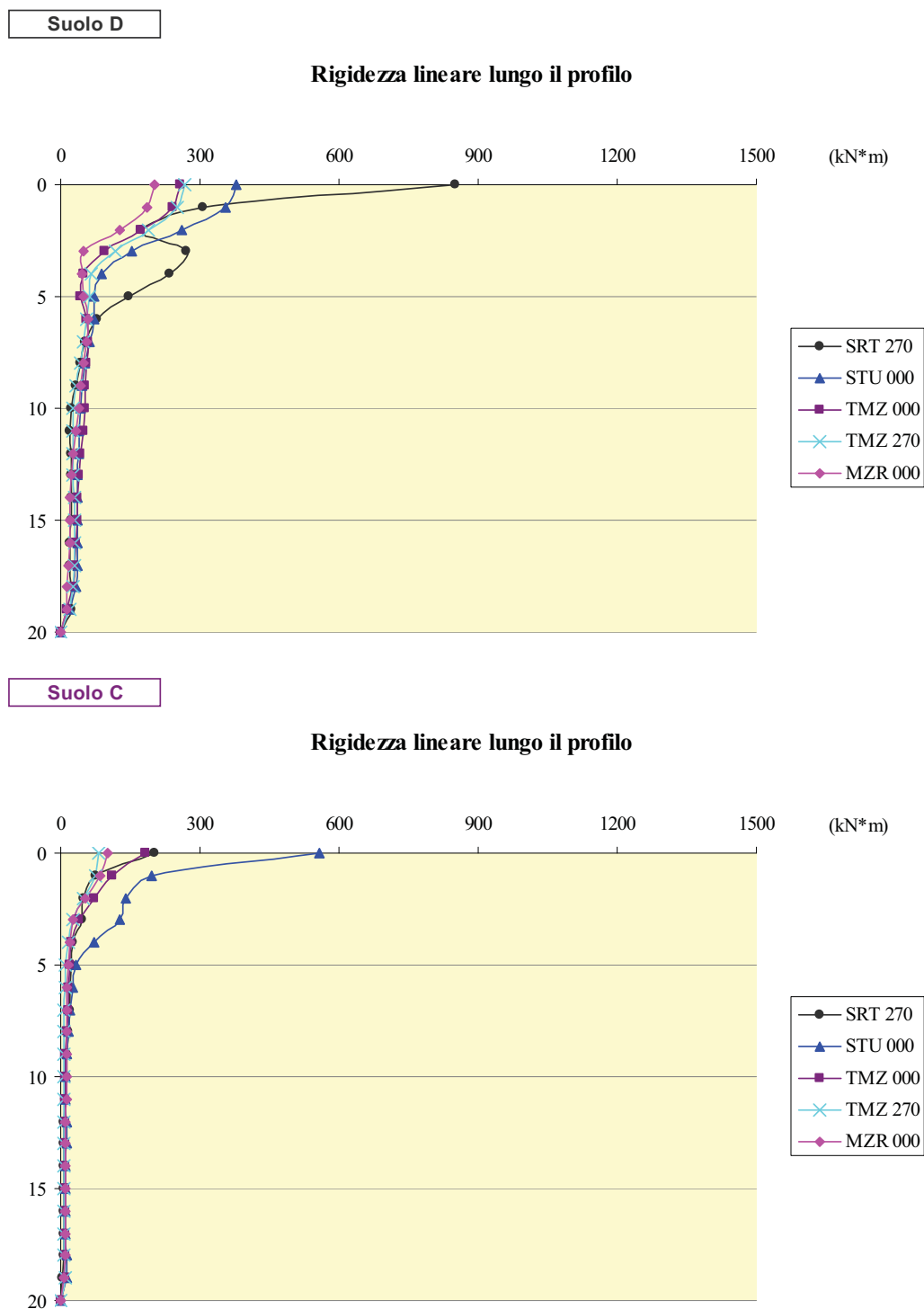
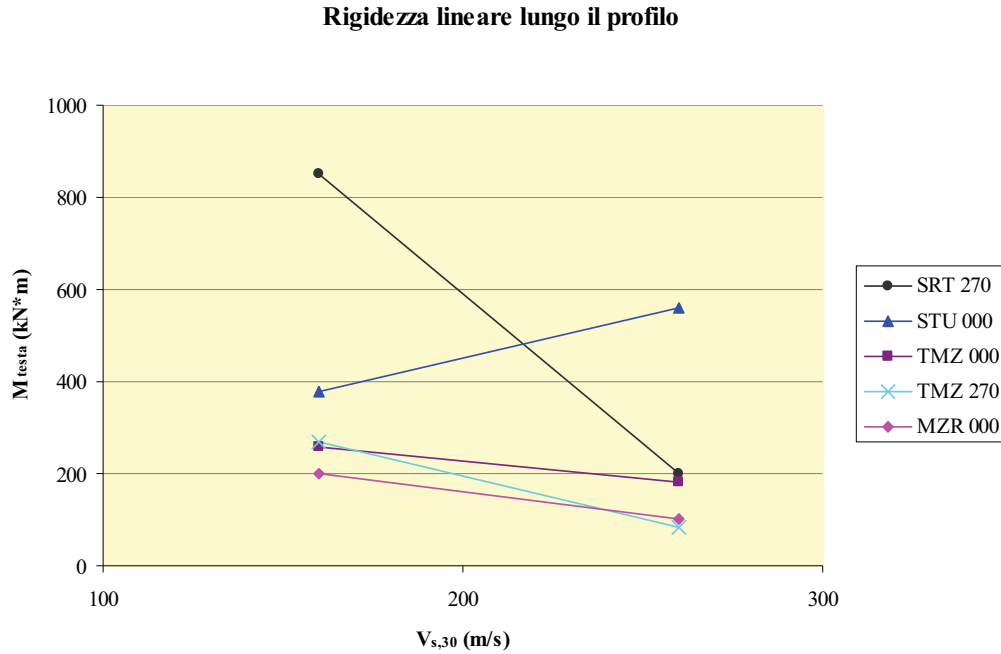
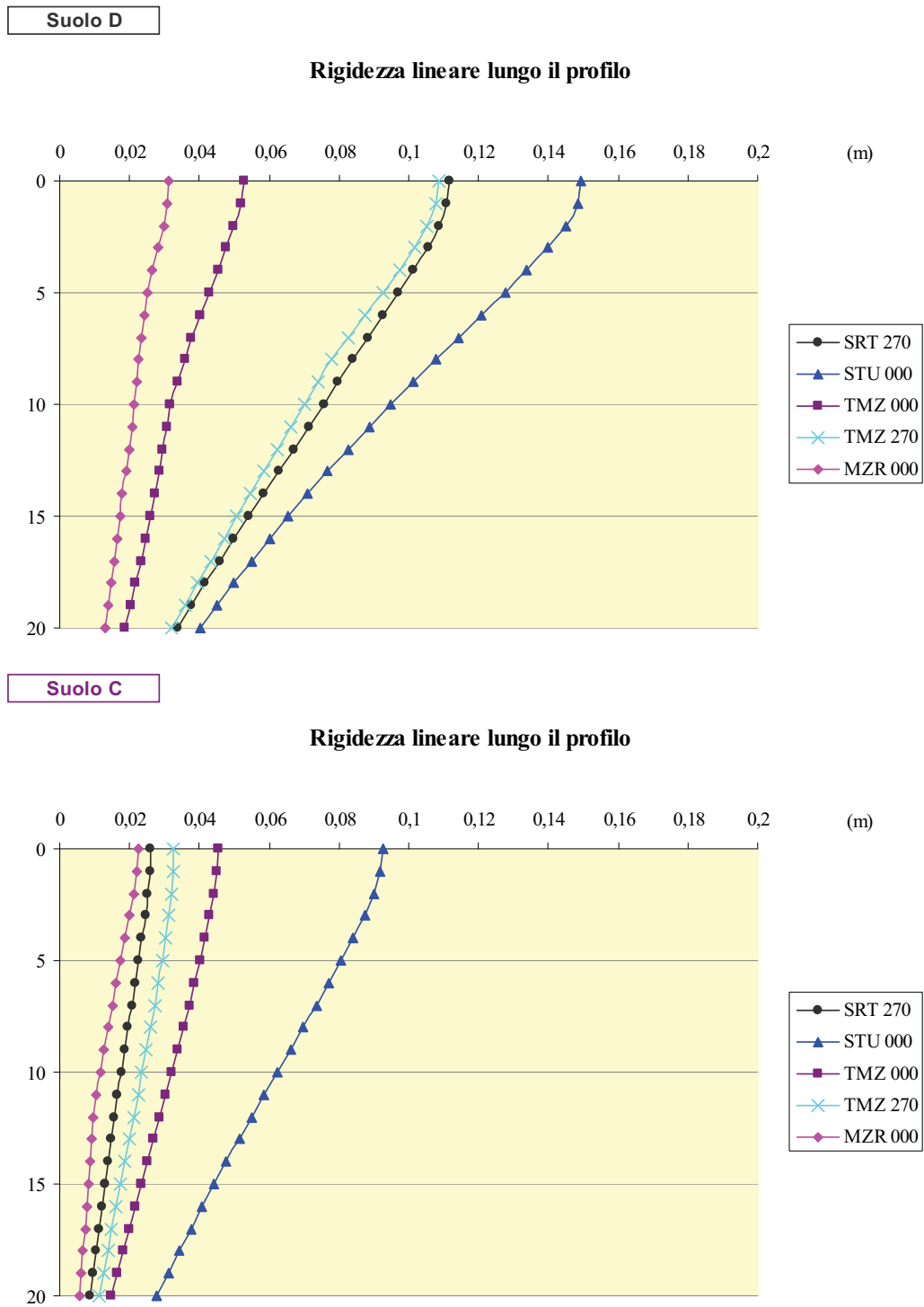


Figura 5.23 – Involuppo dei momenti flettenti per le stratigrafie S5 (a) e S6 (b) in campo visco-elastico.



**Figura 5.24** – Momenti cinematici in testa al palo per le stratigrafie S5 e S6 in campo visco-elastico.

La figura 5.24 riporta i valori dei momenti cinematici in testa al palo per i diversi valori di  $V_{s,30}$ : è possibile notare che essi si riducono al crescere della velocità equivalente delle onde di taglio per ciascun input, ad eccezione di *I2*, confermando l'anomalia di comportamento di questa registrazione anche nel caso di andamento della rigidezza linearmente crescente lungo il profilo.



**Figura 5.25** – Involuppo degli spostamenti relativi del palo per le stratigrafie S5 (a) e S6 (b) in campo visco-elastico.

Nelle figure 5.25a e 5.25b sono diagrammati gli andamenti degli spostamenti cinematici del palo, in campo visco-elastico, per le stratigrafie  $S5$  e  $S6$  con rigidezza crescente lungo il profilo del deposito, considerati i diversi accelerogrammi di input.

Lo stesso risultato occorso nelle stratigrafie con contrasto di rigidezza si riscontra anche quando il modulo di Young varia linearmente con la profondità: è infatti per suolo "C" che si registrano valori di spostamento più bassi, essendo la velocità delle onde di taglio equivalente, in questo caso, superiore a quella del suolo "D" (e quindi banco di terreno più rigido).

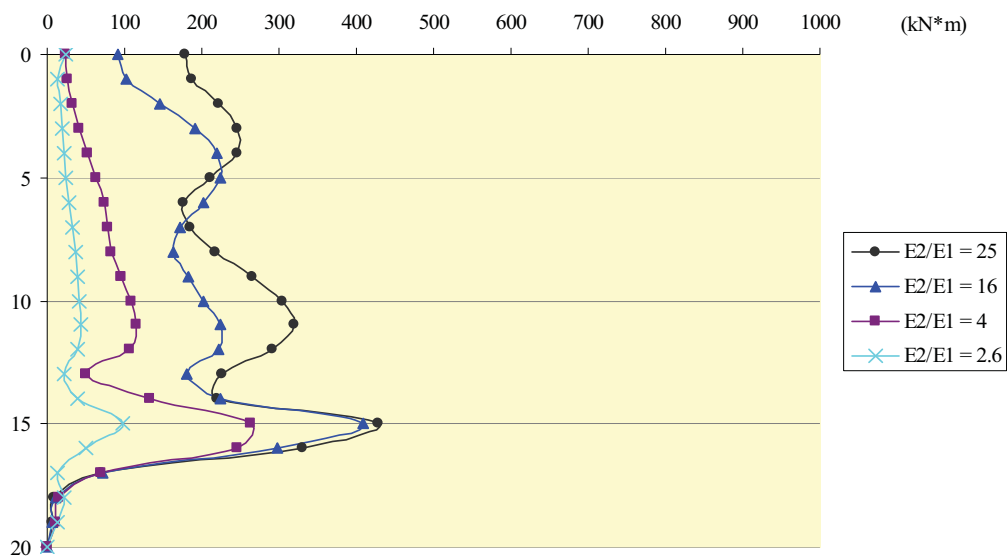
## 5.2. Risposta in campo non lineare

### 5.2.1. *Analisi relativa alle stratigrafie aventi un contrasto di rigidezza*

Nelle figure dalla 5.26 alla 5.37 sono riportati i diagrammi rappresentativi dell'involuppo dei momenti cinematici massimi registrati lungo il palo e dei corrispondenti spostamenti massimi al variare della sollecitazione sismica, per le stratigrafie  $S1$ ,  $S2$ ,  $S3$ ,  $S4$  per le quali è presente una discontinuità meccanica. Le analisi sono state condotte con il metodo lineare-equivalente per simulare la caduta di rigidità e l'aumento di smorzamento dei terreni reali, considerando diversi valori dell'indice di plasticità  $PI$  dello strato superiore. Osservando i risultati è possibile notare che i valori maggiori di momento all'interfaccia si hanno in generale per valori più alti del rapporto  $E_2/E_1$  anche nel caso di comportamento non lineare, qualunque sia l'input considerato e per ciascun valore di  $PI$ .

PI 15% - 0%

Doppio strato a differente rigidezza



PI 15% - 0%

Doppio strato a differente rigidezza

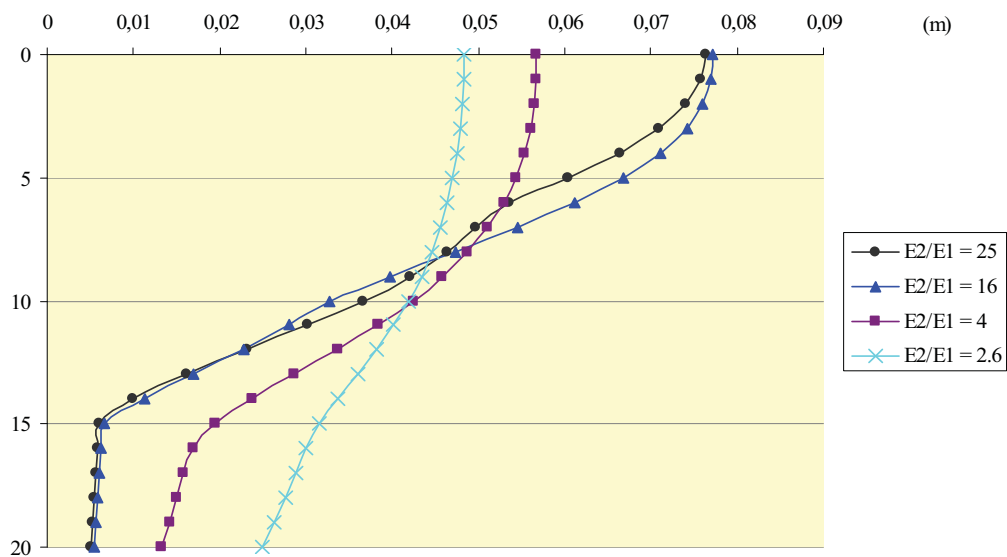
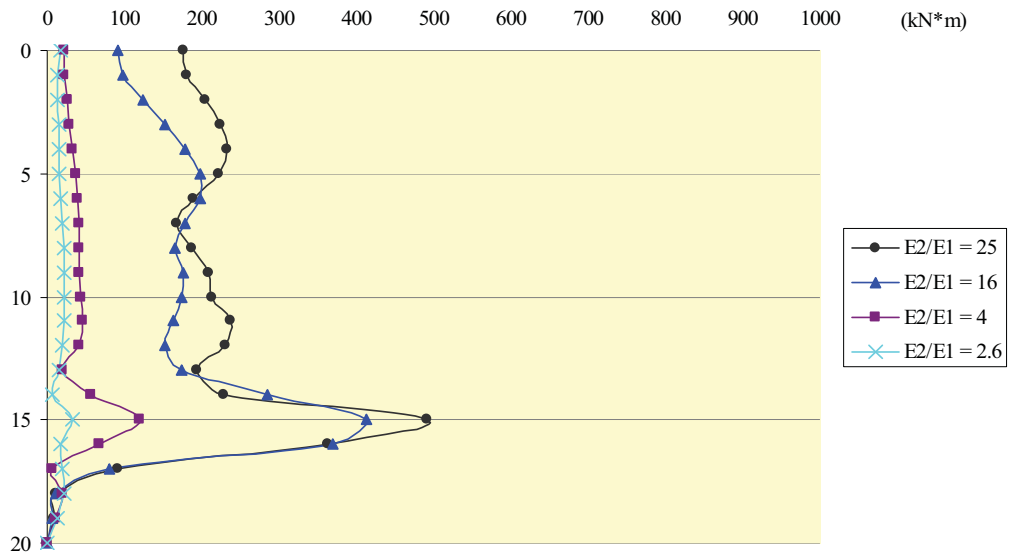


Figura 5.26 – Involuppo dei momenti (a) e degli spostamenti del palo (b) per le stratigrafie S1, S2, S3, S4 in campo non lineare, con indice di plasticità dello strato superiore  $PI_1=15\%$  e indice di plasticità dello strato inferiore  $PI_2=0\%$ , soggette all'input I1.



PI 30% - 0%

Doppio strato a differente rigidezza



PI 30% - 0%

Doppio strato a differente rigidezza

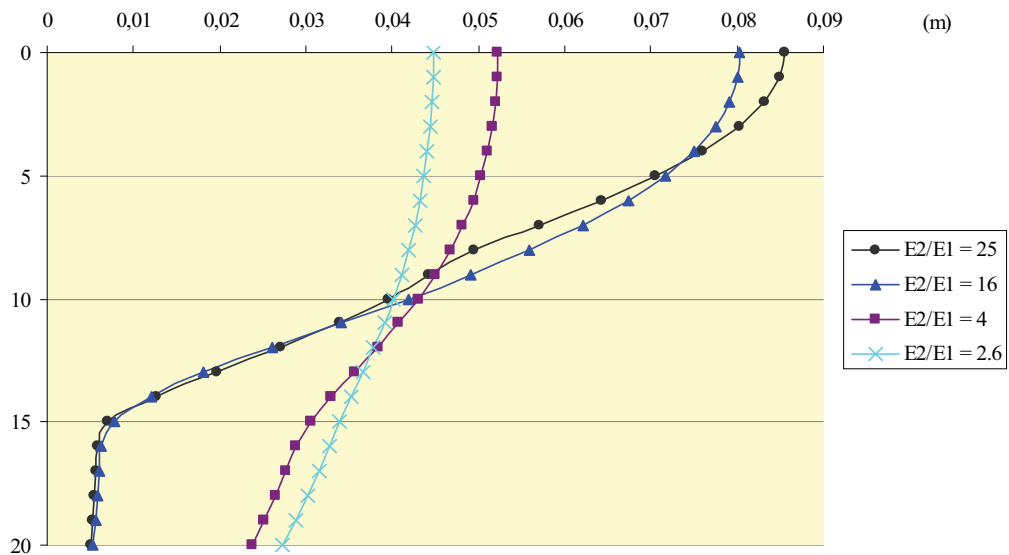
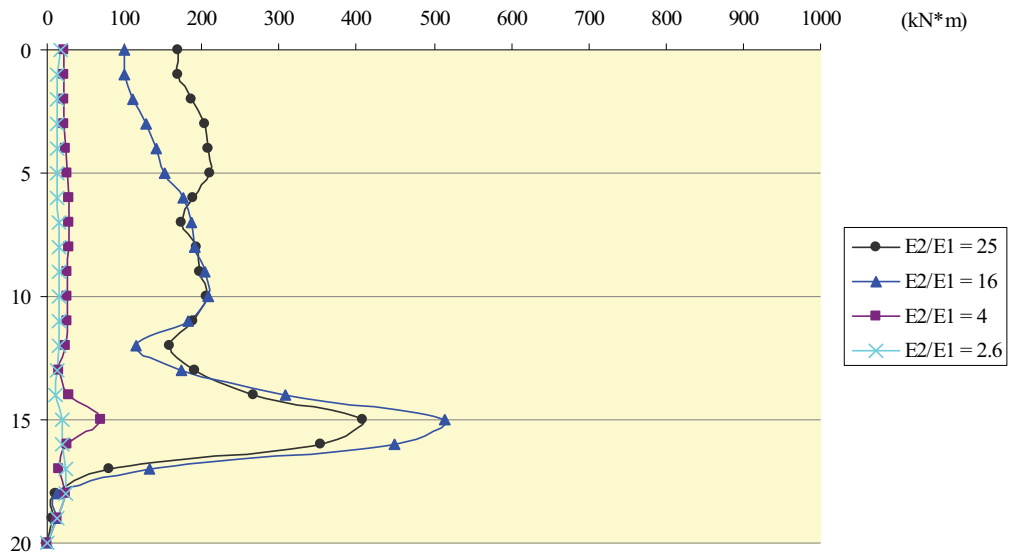


Figura 5.27 – Involuppo dei momenti (a) e degli spostamenti del palo (b) per le stratigrafie S1, S2, S3, S4 in campo non lineare, con indice di plasticità dello strato superiore  $PI_1=30\%$  e indice di plasticità dello strato inferiore  $PI_2=0\%$ , soggette all'input I1.

PI 50% - 0%

Doppio strato a differente rigidezza



PI 50% - 0%

Doppio strato a differente rigidezza

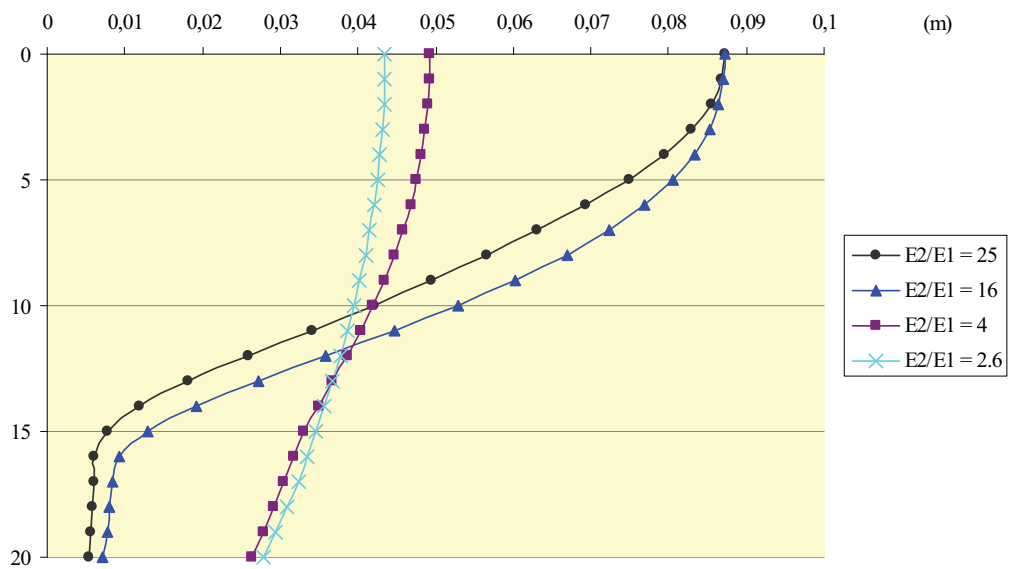
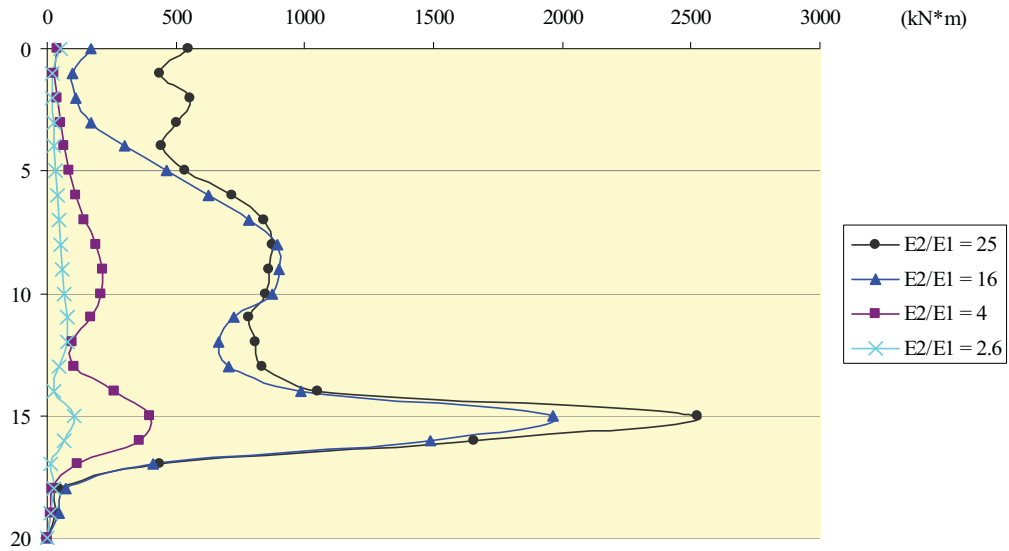


Figura 5.28 – Involuppo dei momenti (a) e degli spostamenti del palo (b) per le stratigrafie S1, S2, S3, S4 in campo non lineare, con indice di plasticità dello strato superiore  $PI_1=50\%$  e indice di plasticità dello strato inferiore  $PI_2=0\%$ , soggette all'input I1.

PI 15% - 0%

Doppio strato a differente rigidezza



PI 15% - 0%

Doppio strato a differente rigidezza

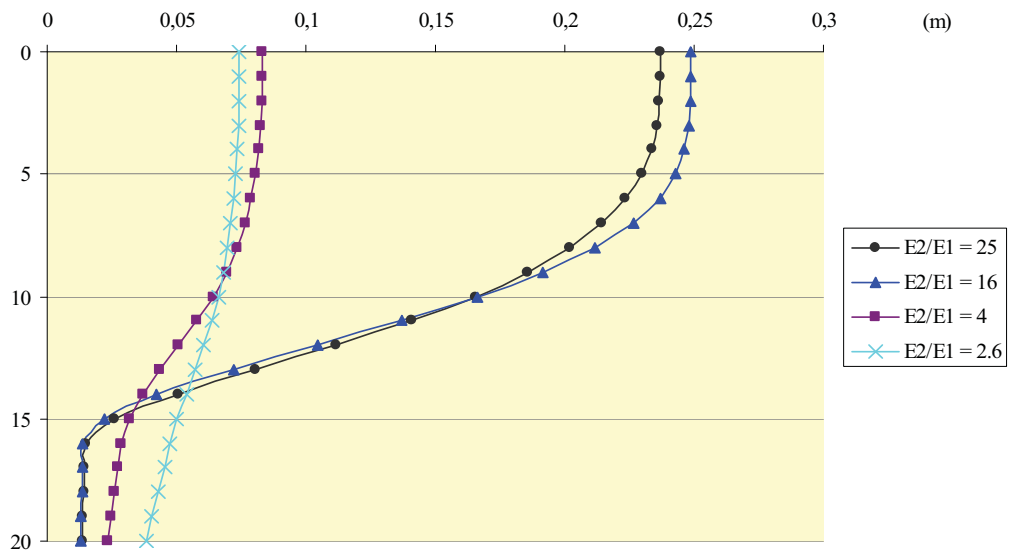
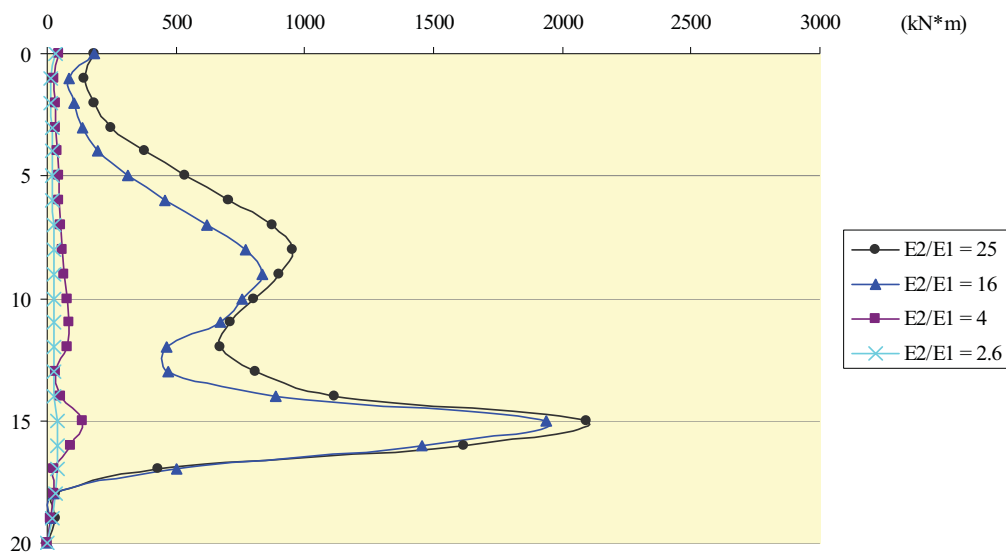


Figura 5.29 – Involuppo dei momenti (a) e degli spostamenti del palo (b) per le stratigrafie S1, S2, S3, S4 in campo non lineare, con indice di plasticità dello strato superiore  $PI_1=15\%$  e indice di plasticità dello strato inferiore  $PI_2=0\%$ , soggette all'input I2.

PI 30% - 0%

Doppio strato a differente rigidezza



PI 30% - 0%

Doppio strato a differente rigidezza

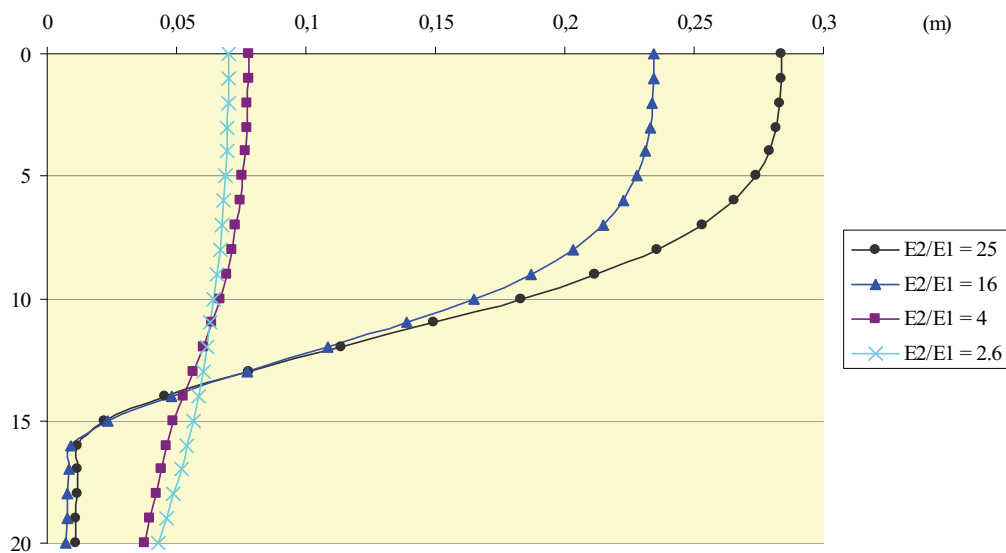
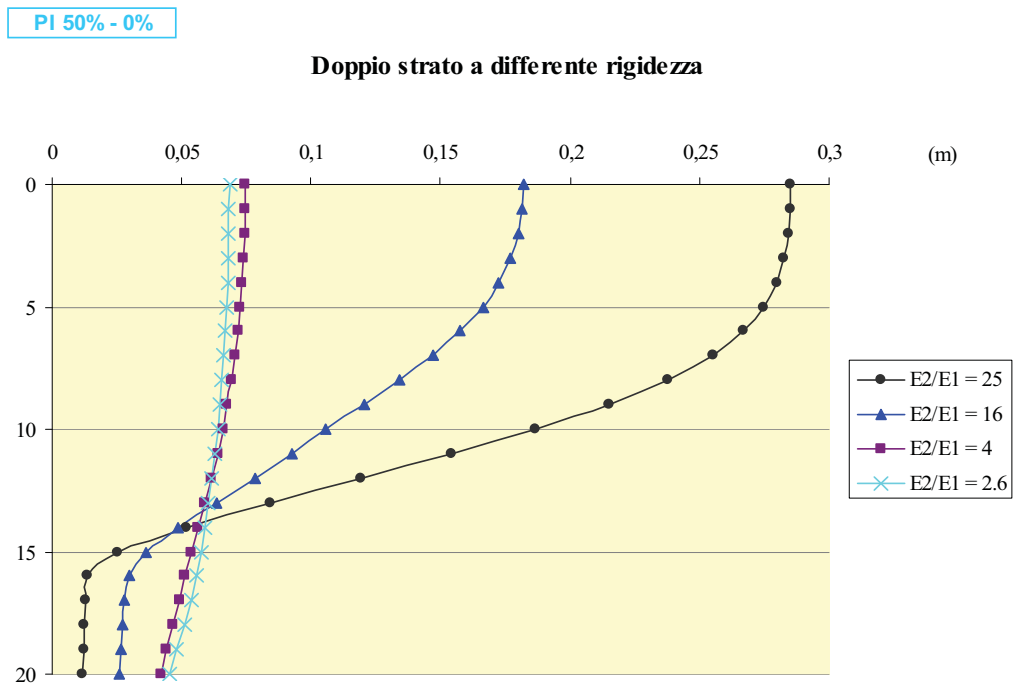
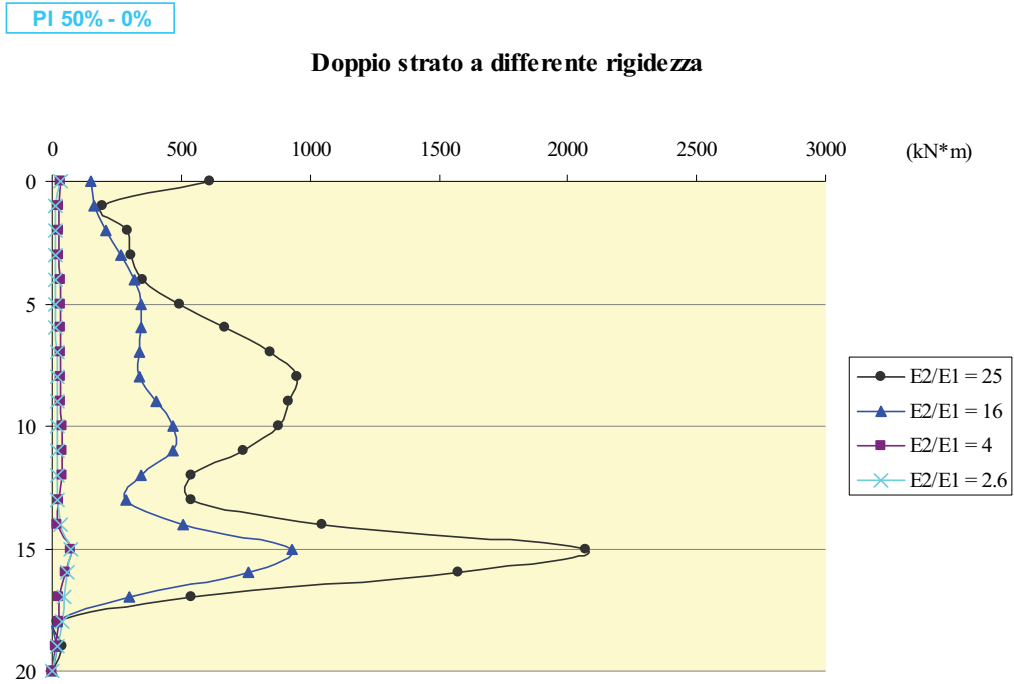
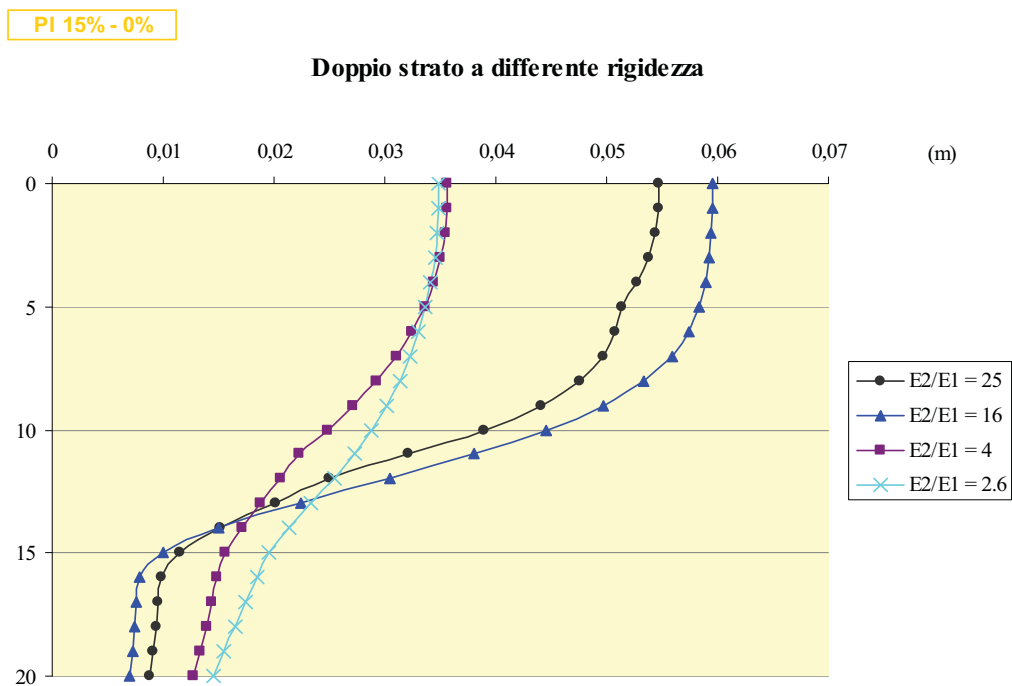
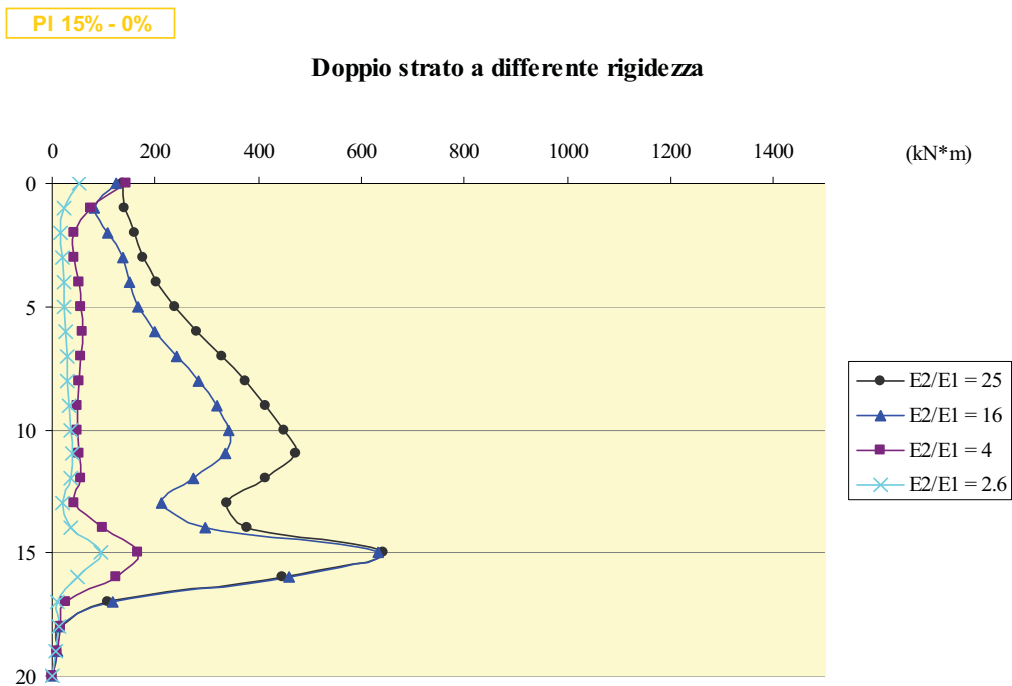


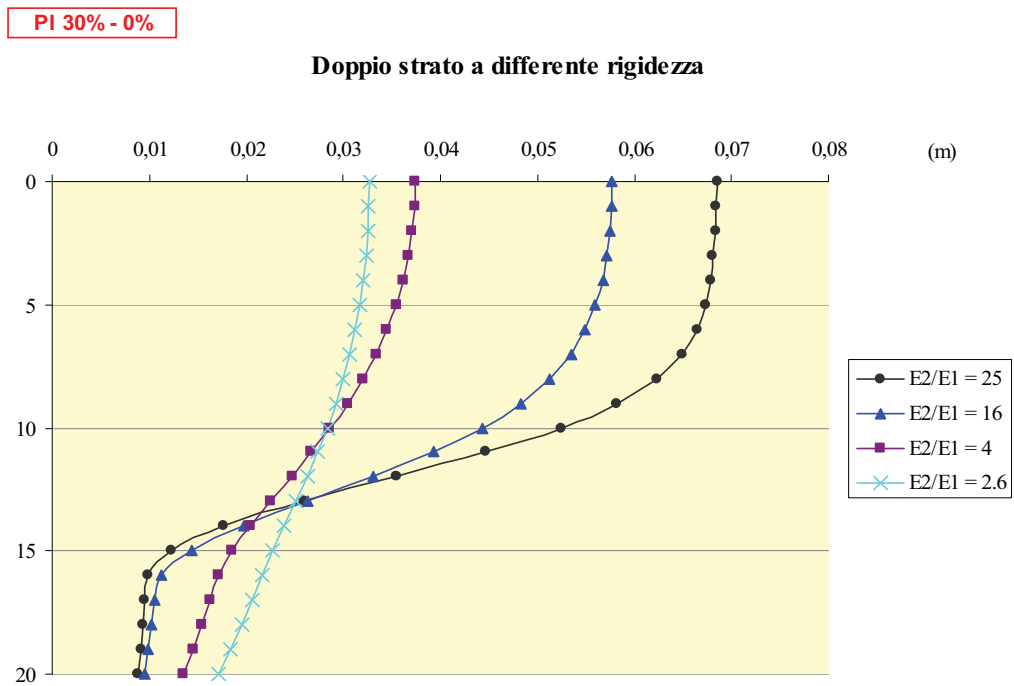
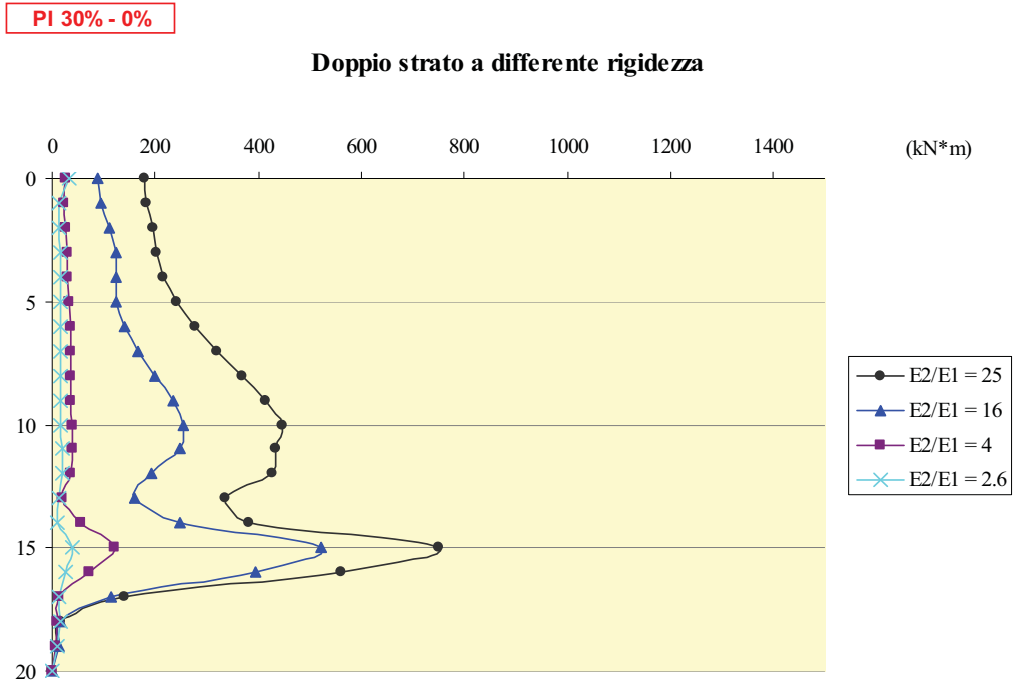
Figura 5.30 – Involuppo dei momenti (a) e degli spostamenti del palo (b) per le stratigrafie S1, S2, S3, S4 in campo non lineare, con indice di plasticità dello strato superiore  $PI_1=30\%$  e indice di plasticità dello strato inferiore  $PI_2=0\%$ , soggette all'input I2.



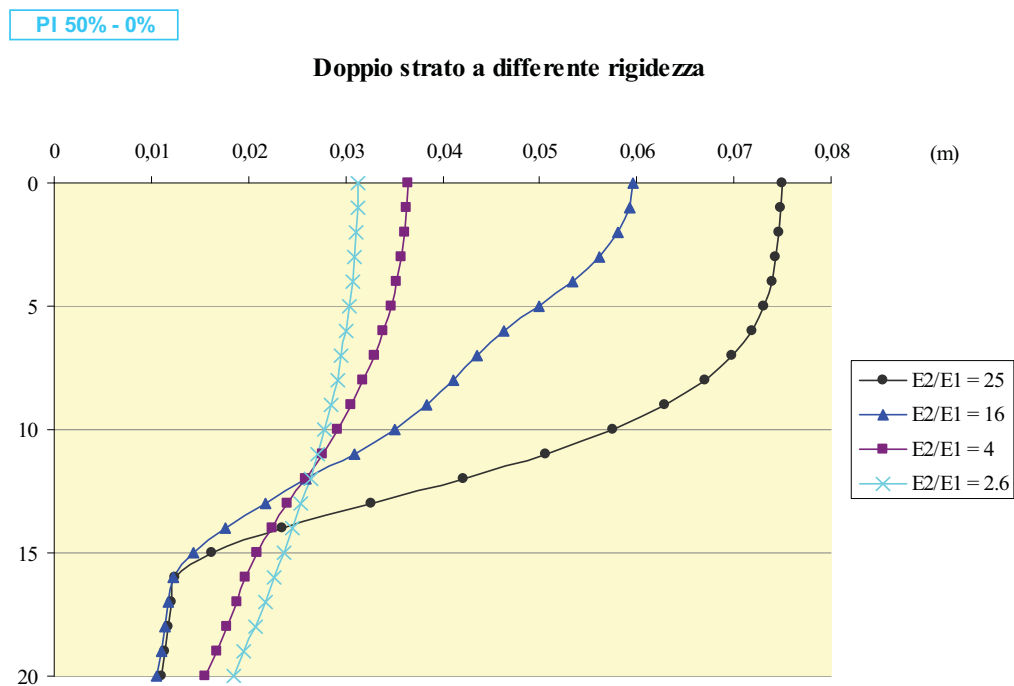
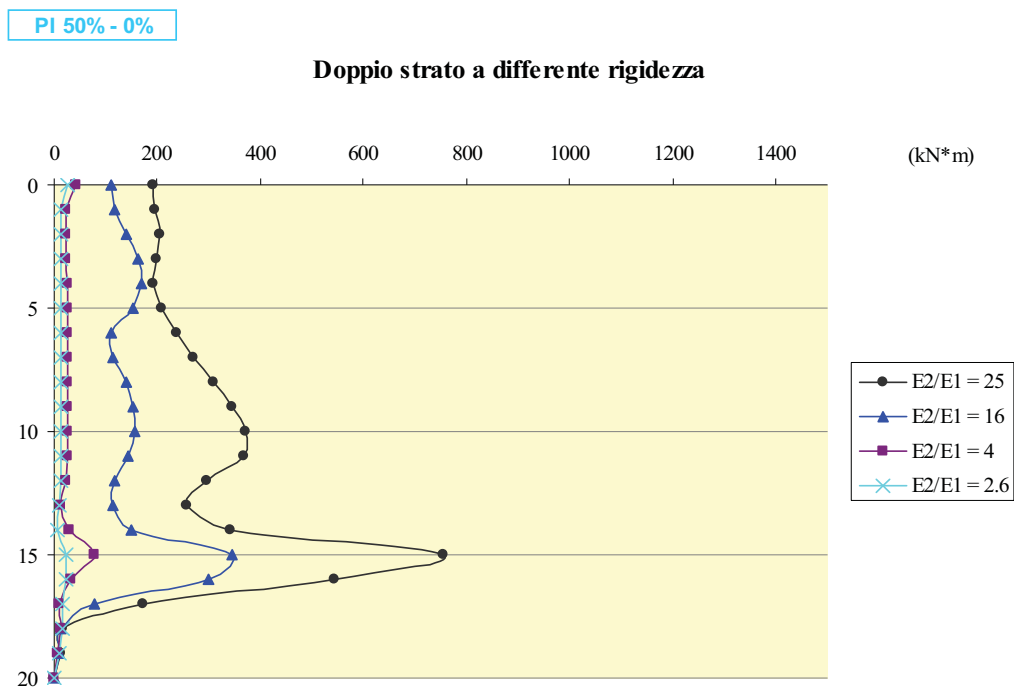
**Figura 5.31** – Involuppo dei momenti (a) e degli spostamenti del palo (b) per le stratigrafie S1, S2, S3, S4 in campo non lineare, con indice di plasticità dello strato superiore  $PI_1=50\%$  e indice di plasticità dello strato inferiore  $PI_2=0\%$ , soggette all'input I2.



**Figura 5.32** – Involuppo dei momenti (a) e degli spostamenti del palo (b) per le stratigrafie S1, S2, S3, S4 in campo non lineare, con indice di plasticità dello strato superiore  $PI_1=15\%$  e indice di plasticità dello strato inferiore  $PI_2=0\%$ , soggette all'input I3.



**Figura 5.33** – Involuppo dei momenti (a) e degli spostamenti del palo (b) per le stratigrafie S1, S2, S3, S4 in campo non lineare, con indice di plasticità dello strato superiore  $PI_1=30\%$  e indice di plasticità dello strato inferiore  $PI_2=0\%$ , soggette all'input I3.

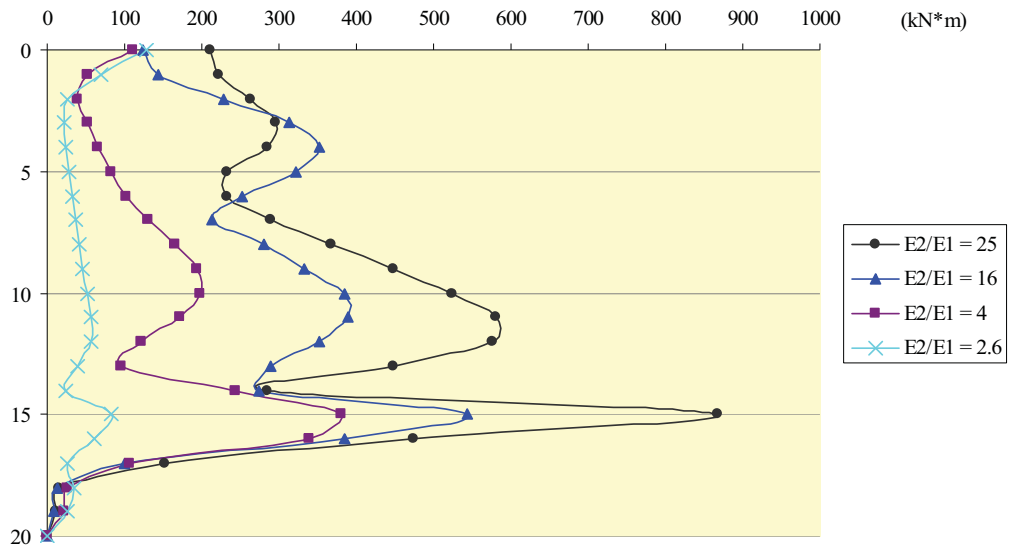


**Figura 5.34** – Involuppo dei momenti (a) e degli spostamenti del palo (b) per le stratigrafie S1, S2, S3, S4 in campo non lineare, con indice di plasticità dello strato superiore  $PI_1=50\%$  e indice di plasticità dello strato inferiore  $PI_2=0\%$ , soggette all'input I3.



PI 15% - 0%

Doppio strato a differente rigidezza



PI 15% - 0%

Doppio strato a differente rigidezza

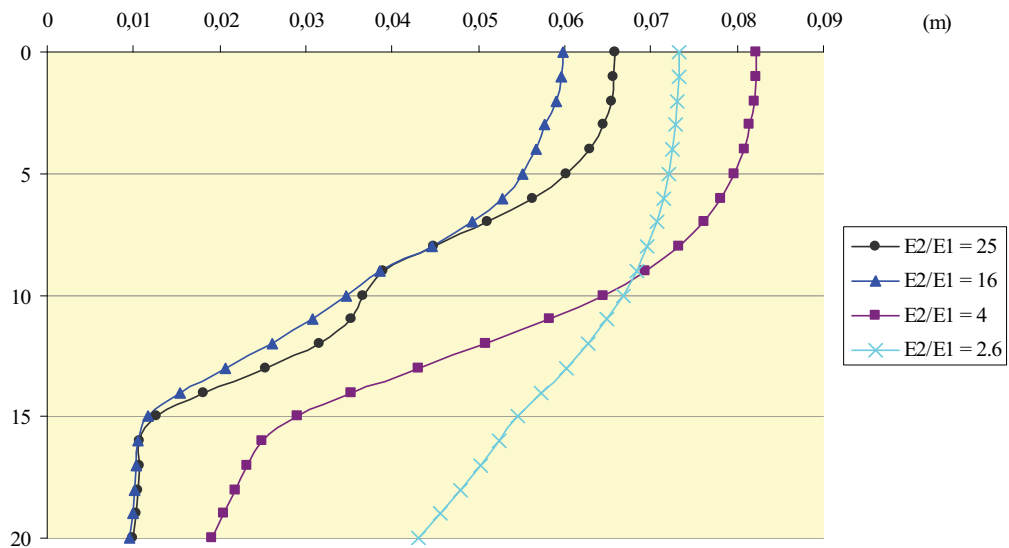
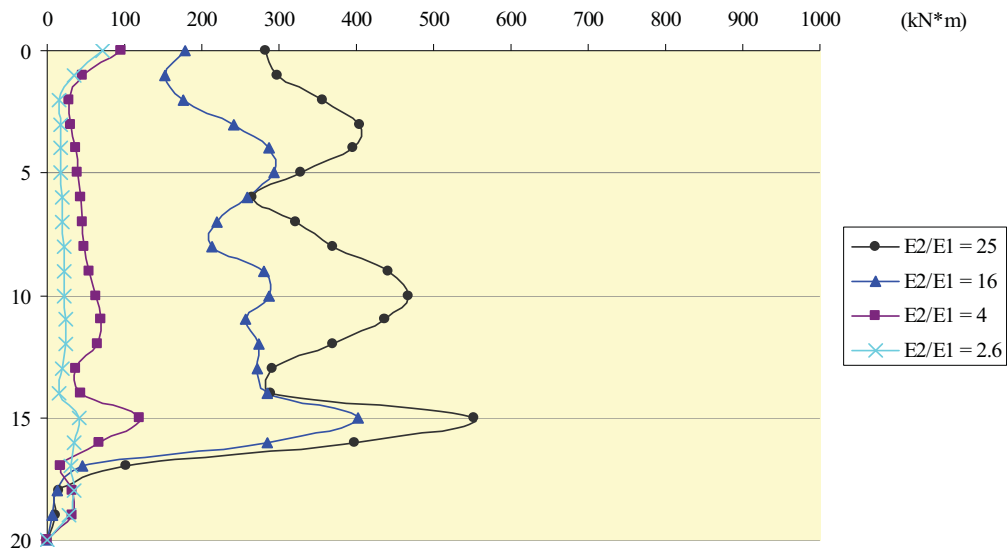


Figura 5.35 – Involuppo dei momenti (a) e degli spostamenti del palo (b) per le stratigrafie S1, S2, S3, S4 in campo non lineare, con indice di plasticità dello strato superiore  $PI_1=15\%$  e indice di plasticità dello strato inferiore  $PI_2=0\%$ , soggette all'input I4.

PI 30% - 0%

Doppio strato a differente rigidezza



PI 30% - 0%

Doppio strato a differente rigidezza

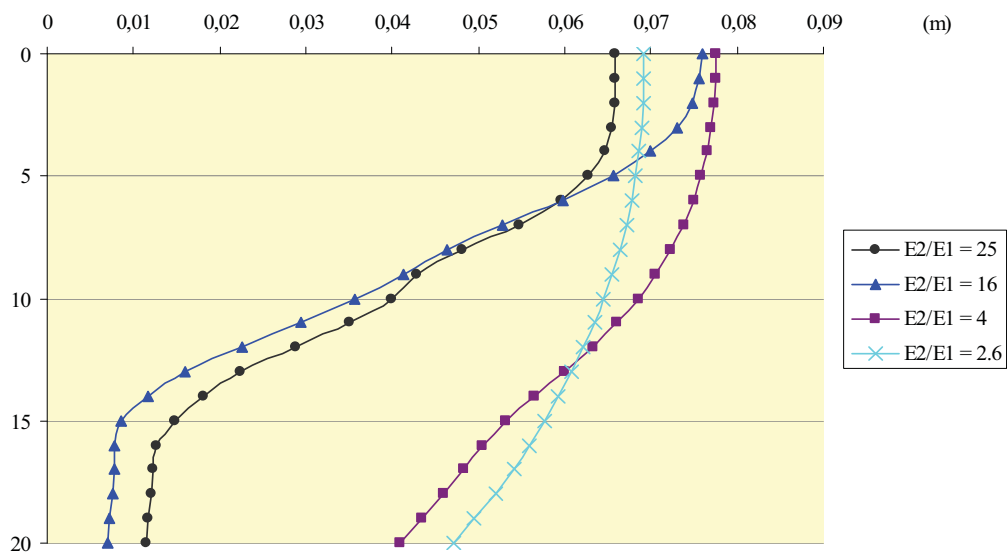
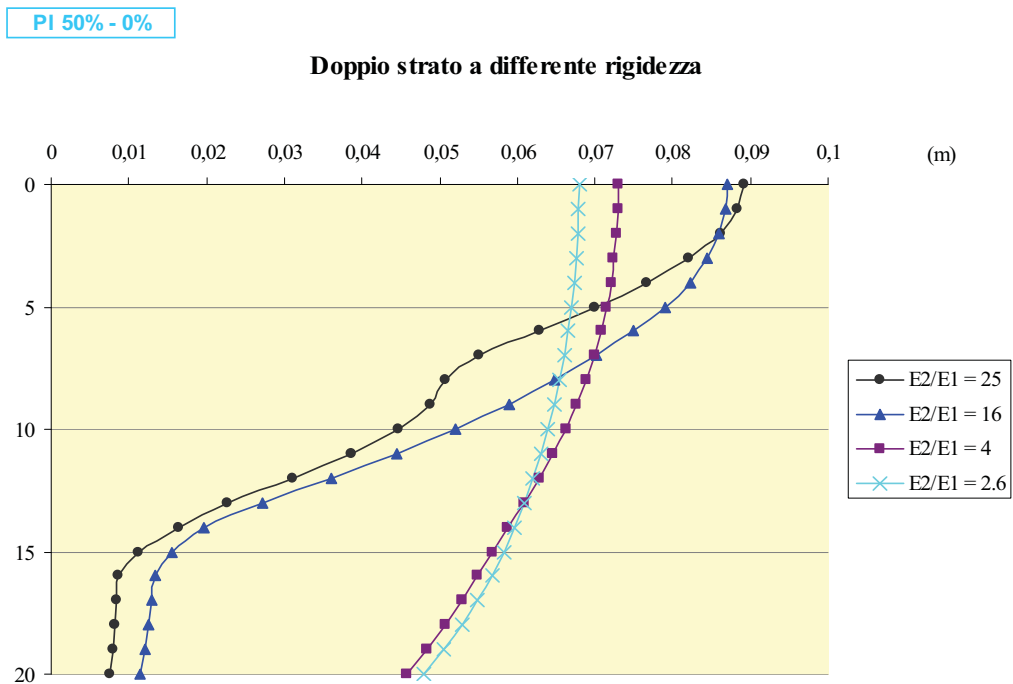
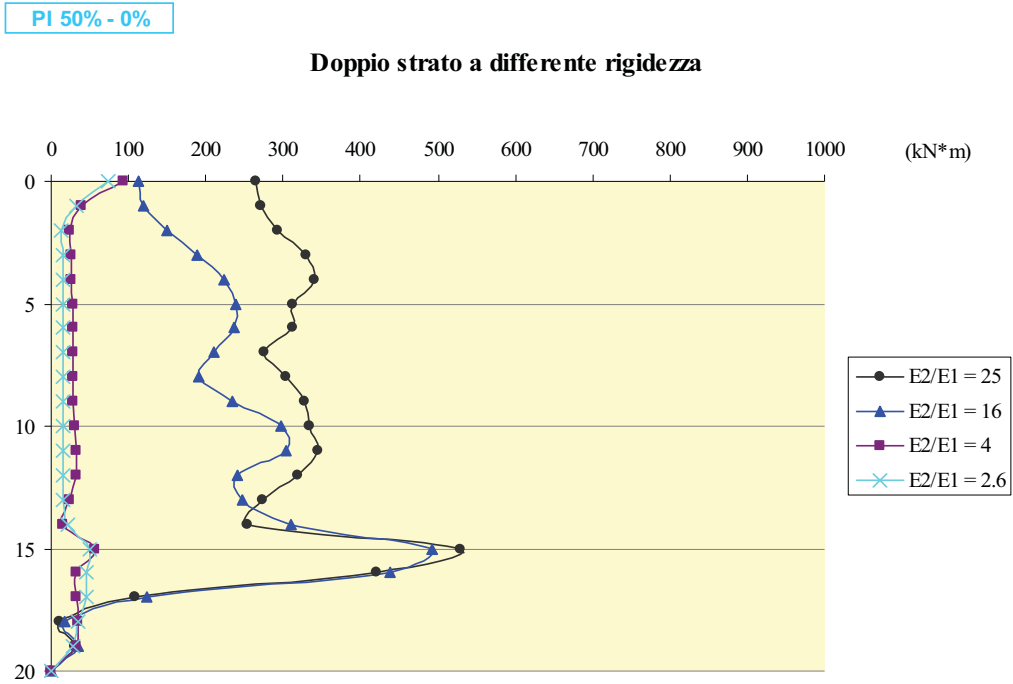


Figura 5.36 – Involuppo dei momenti (a) e degli spostamenti del palo (b) per le stratigrafie S1, S2, S3, S4 in campo non lineare, con indice di plasticità dello strato superiore  $PI_1=30\%$  e indice di plasticità dello strato inferiore  $PI_2=0\%$ , soggette all'input I4.



**Figura 5.37** – Involuppo dei momenti (a) e degli spostamenti del palo (b) per le stratigrafie S1, S2, S3, S4 in campo non lineare, con indice di plasticità dello strato superiore  $PI_1=50\%$  e indice di plasticità dello strato inferiore  $PI_2=0\%$ , soggette all'input I4.

I diagrammi degli spostamenti relativi del palo confermano poi i risultati ottenuti in termini di momento flettente, essendo maggiore la curvatura (al passaggio tra i due strati a differente rigidezza) degli andamenti delle stratigrafie con rapporto  $E_2/E_1$  più elevato.

Si può altresì notare che in corrispondenza delle stratigrafie  $S1$  e  $S2$ , ovvero quando il rapporto di rigidezze  $E_2/E_1$  è alto, i momenti all'interfaccia sono maggiori di quelli in testa al palo, qualunque sia l'evento sismico e per qualsiasi valore dell'indice di plasticità dello strato superiore di terreno. Al diminuire del suddetto rapporto, tuttavia, i valori dei momenti diventano comparabili.

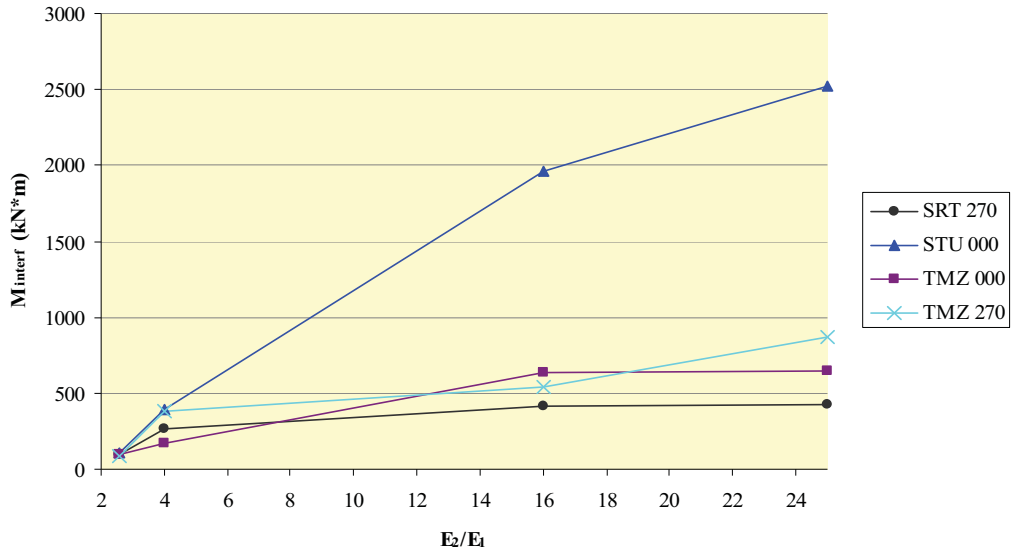
Un risultato simile era stato ottenuto per l'analisi cinematica condotta in campo visco-elastico.

Le figure 5.38, 5.39 e 5.40 diagrammano i valori dei momenti all'interfaccia e in testa al palo per i diversi valori dell'indice di plasticità  $PI$ , al variare della sollecitazione sismica. Esse confermano quanto asserito precedentemente e cioè che, qualunque sia l'input, il momento all'interfaccia aumenta all'aumentare del rapporto di rigidezza  $E_2/E_1$ ; le stesse considerazioni valgono per il momento in testa al palo.

E' possibile osservare anche che all'interfaccia i valori più alti si registrano sempre per l'input  $I2$ , qualunque sia l'indice di plasticità considerato.

PI 15% - 0%

Doppio strato a differente rigidezza



PI 15% - 0%

Doppio strato a differente rigidezza

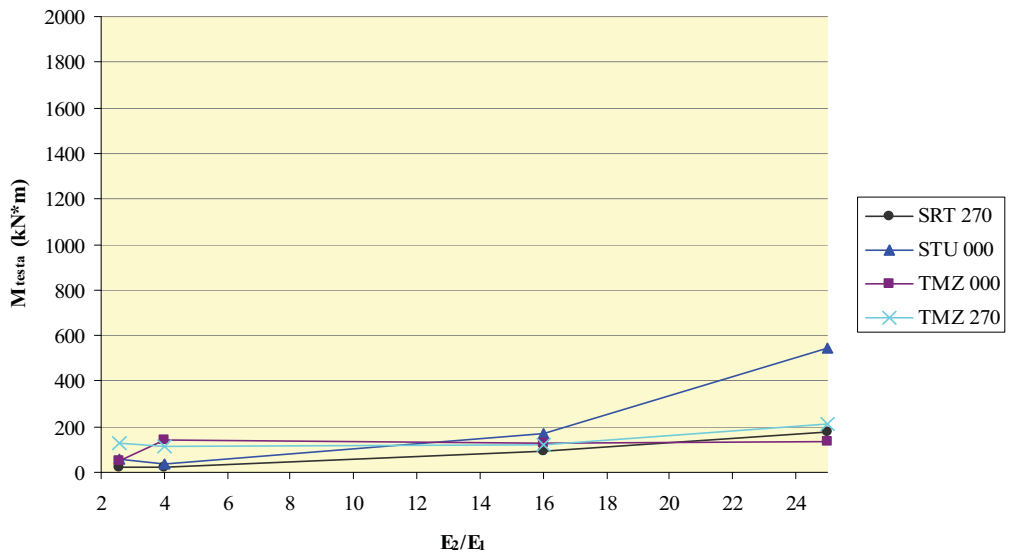
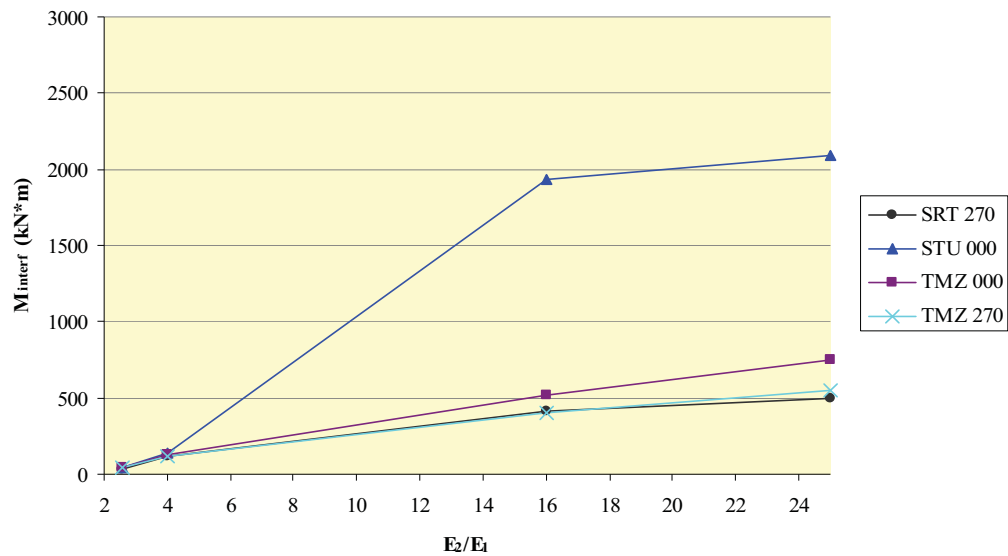


Figura 5.38 – Momenti cinematici all’interfaccia tra i due strati di terreno (a) e in testa al palo (b) al variare del rapporto  $E_2/E_1$  in campo non lineare, con indice di plasticità dello strato superiore  $PI_1=15\%$  e indice di plasticità dello strato inferiore  $PI_2=0\%$ .

PI 30% - 0%

Doppio strato a differente rigidzza



PI 30% - 0%

Doppio strato a differente rigidzza

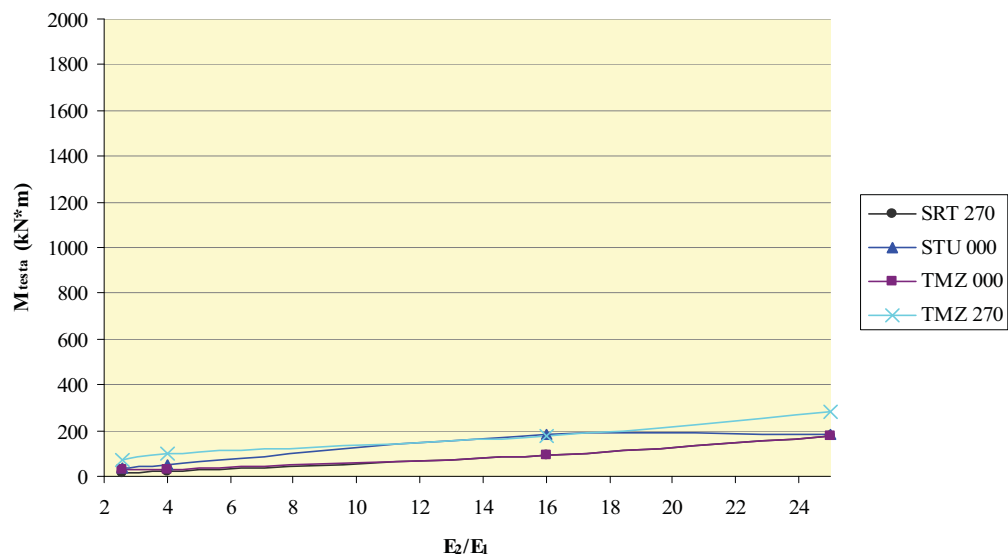
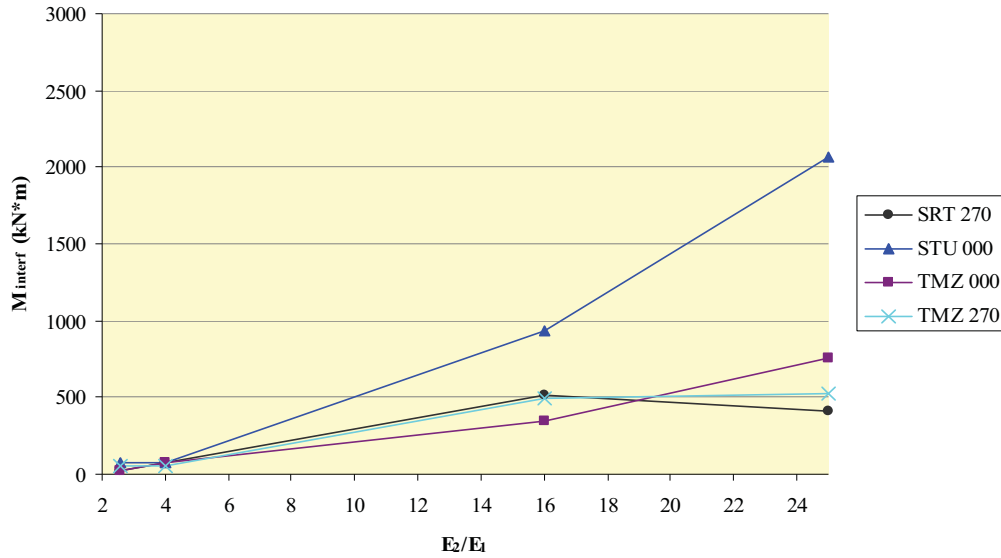


Figura 5.39 – Momenti cinematici all’interfaccia tra i due strati di terreno (a) e in testa al palo (b) al variare del rapporto  $E_2/E_1$  in campo non lineare, con indice di plasticità dello strato superiore  $PI_1=30\%$  e indice di plasticità dello strato inferiore  $PI_2=0\%$ .

PI 50% - 0%

Doppio strato a differente rigidzza



PI 50% - 0%

Doppio strato a differente rigidzza

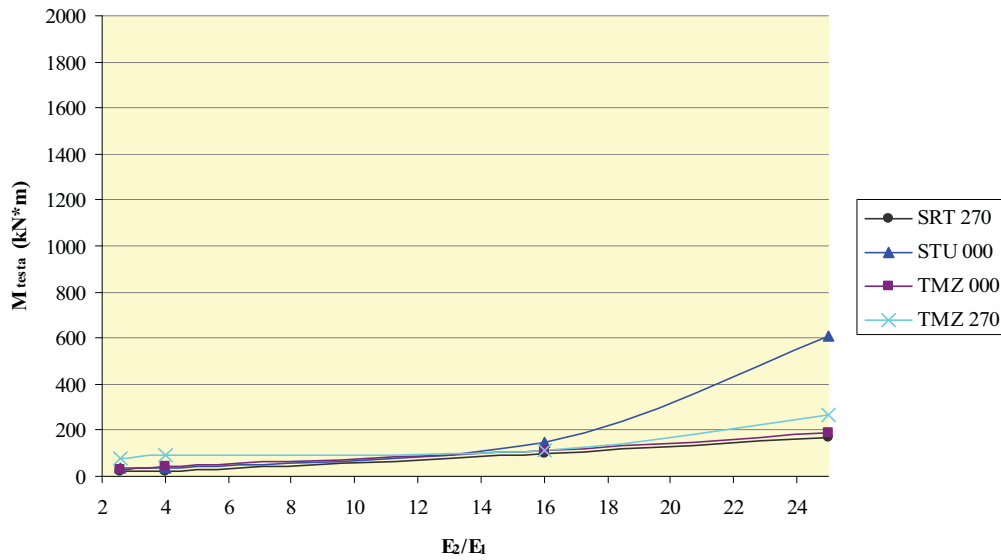


Figura 5.40 – Momenti cinematici all’interfaccia tra i due strati di terreno (a) e in testa al palo (b) al variare del rapporto  $E_2/E_1$  in campo non lineare, con indice di plasticità dello strato superiore  $PI_1=50\%$  e indice di plasticità dello strato inferiore  $PI_2=0\%$ .

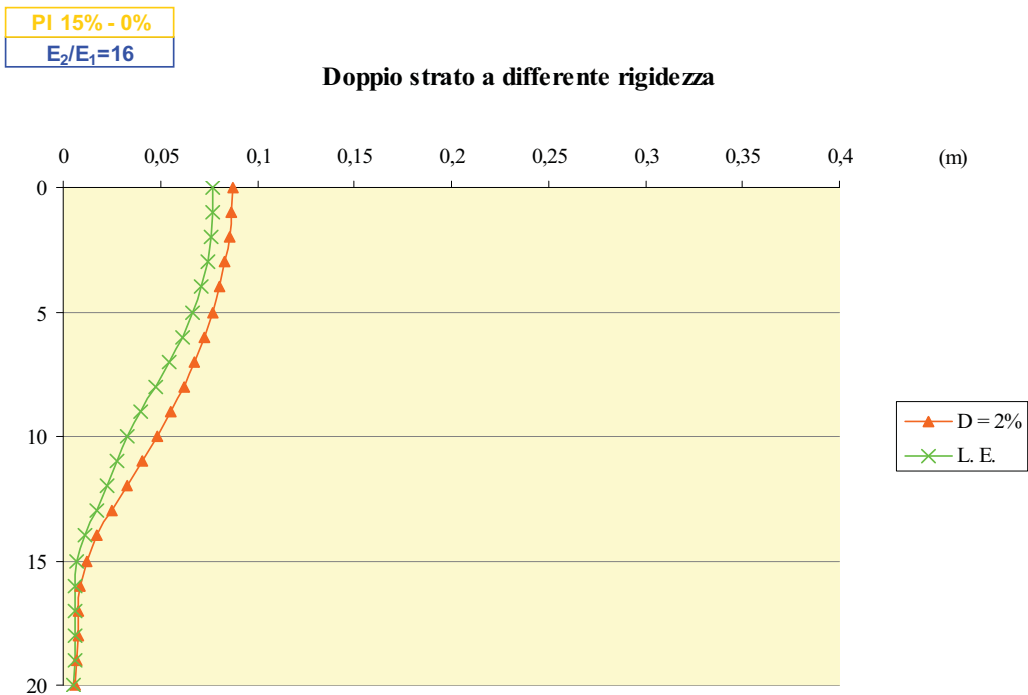
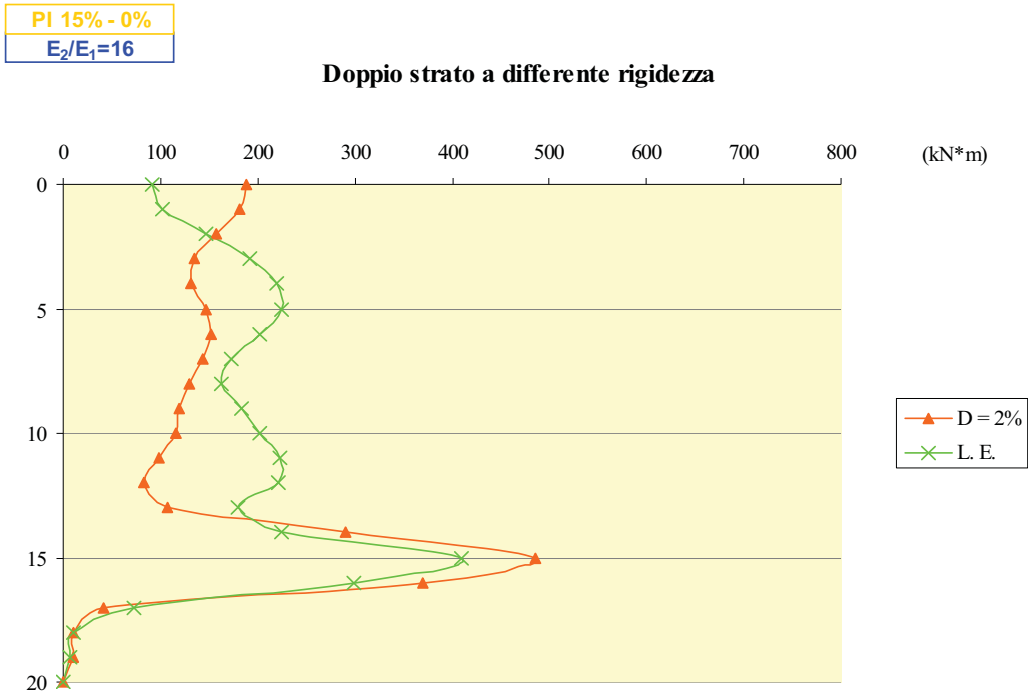
E' stato deciso di operare un confronto tra i risultati delle analisi parametriche condotte in campo visco-elastico e quelle condotte in campo non lineare allo scopo di vedere quanto il diverso comportamento del terreno incida sulla risposta cinematica dei pali di fondazione.

I risultati sono stati diagrammati nelle figure dalla 5.41 alla 5.64 in termini di momento flettente e di spostamento del palo, per ciascun input e per i diversi valori dell'indice di plasticità  $PI$  nello strato superiore del deposito.

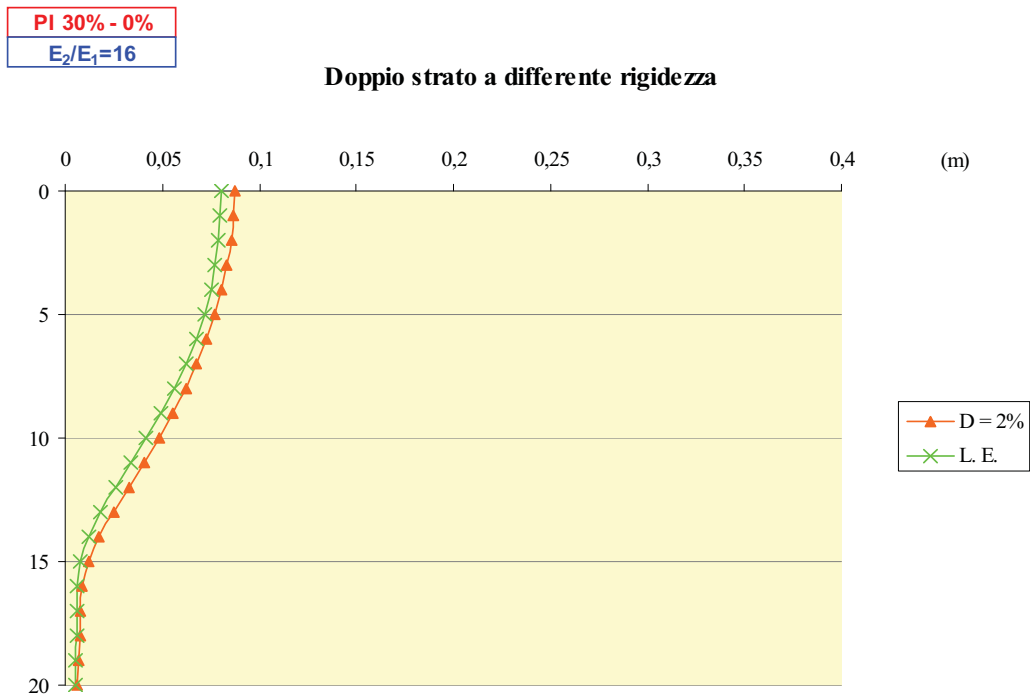
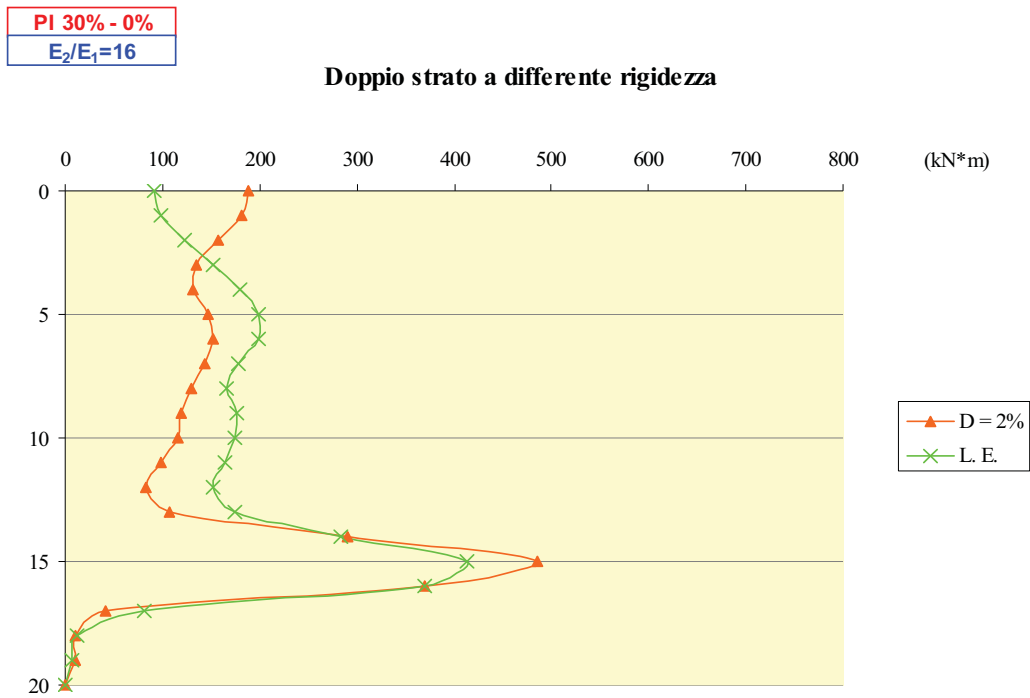
Il confronto si è realizzato per le stratigrafie  $S2$  e  $S3$  in quanto rappresentative rispettivamente di un sottosuolo di tipo "D" e di un sottosuolo di tipo "C", con velocità medie delle onde di taglio  $V_{s,30}$  equivalenti a quelle della stratigrafie  $S5$  e  $S6$ . La scelta è stata operata per effettuare successivamente anche un confronto tra i momenti in testa al palo calcolati per terreni con contrasto di rigidità e quelli calcolati per terreni con rigidità variabile linearmente con la profondità.

Osservando le figure si nota che, nel caso della stratigrafia  $S2$  (ovvero in presenza di rapporto di rigidità  $E_2/E_1 = 16$ ), per gli input  $I2$  e  $I3$  i momenti all'interfaccia che risultano più elevati sono quelli ottenuti avendo considerato per il terreno un comportamento non lineare, qualunque sia l'indice di plasticità  $PI$  considerato; nel caso della stratigrafia  $S3$  si verifica l'esatto contrario. Per quanto riguarda gli altri accelerogrammi, generalmente i momenti maggiori all'interfaccia sono quelli calcolati in campo visco-elastico, con qualche eccezione: stratigrafie  $S2$  con  $PI_1 = 50\%$  e  $S3$  con  $PI_1 = 15\%$  per l'input  $I1$  e stratigrafia  $S3$  con  $PI_1 = 15\%$  per l'input  $I4$ .

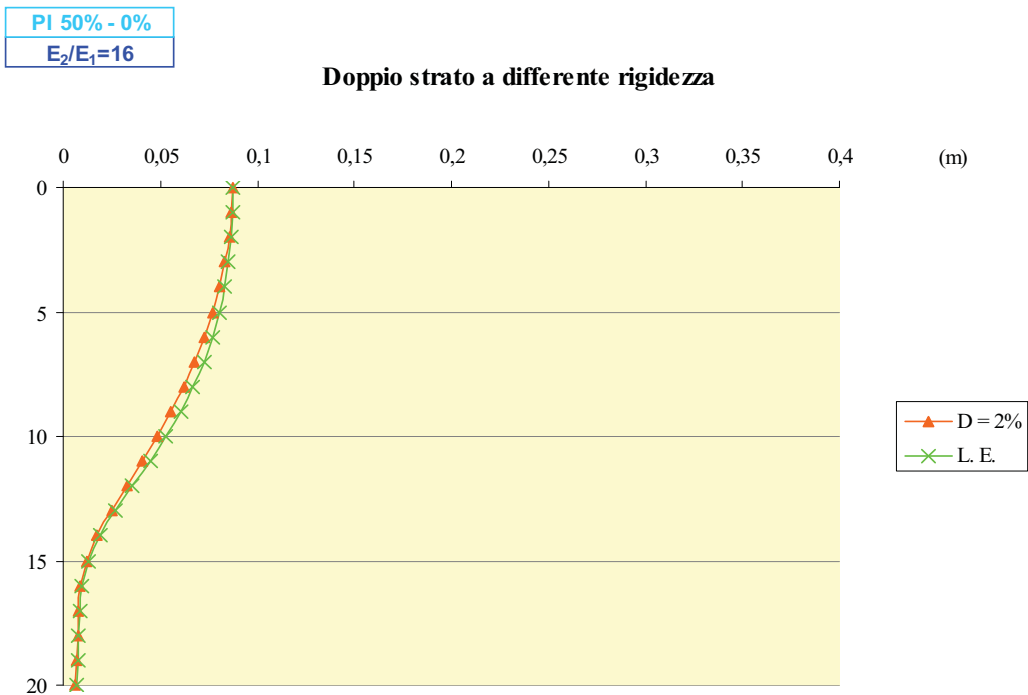
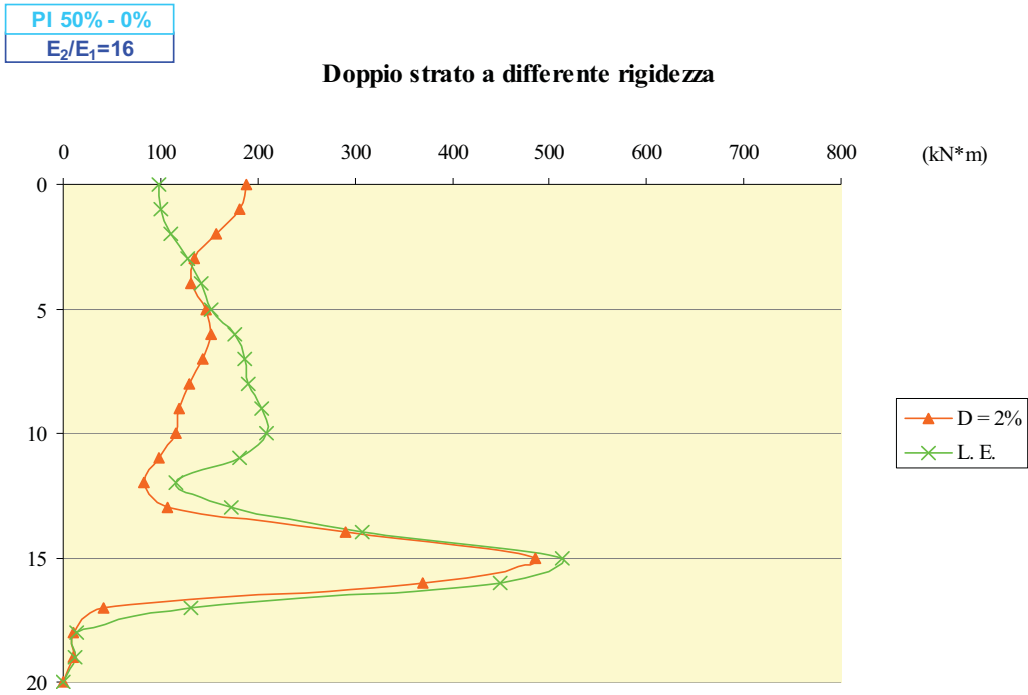




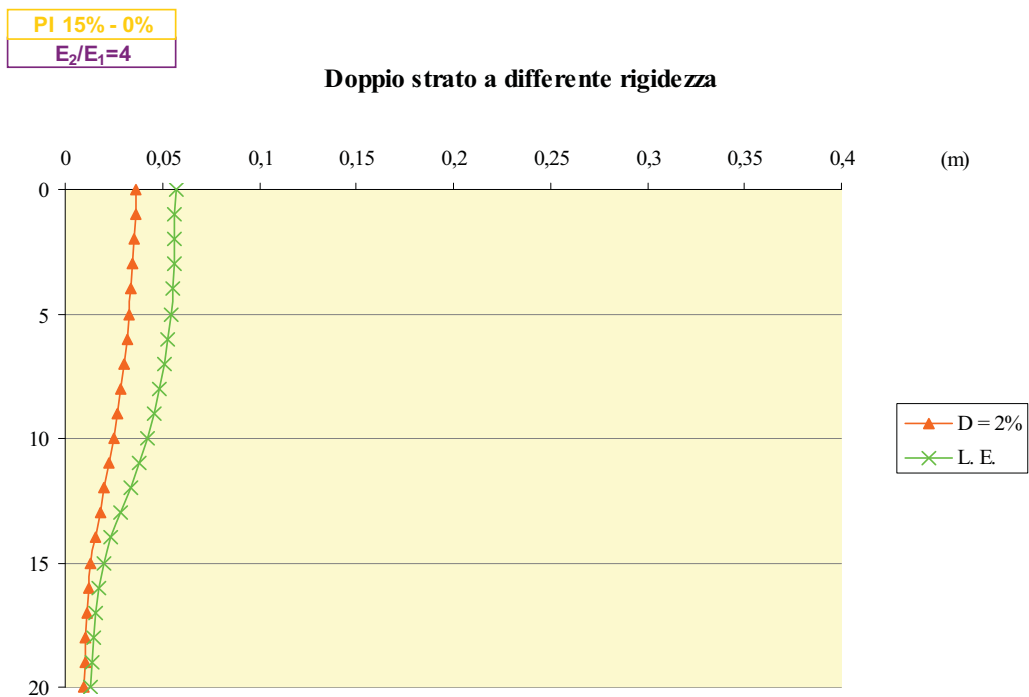
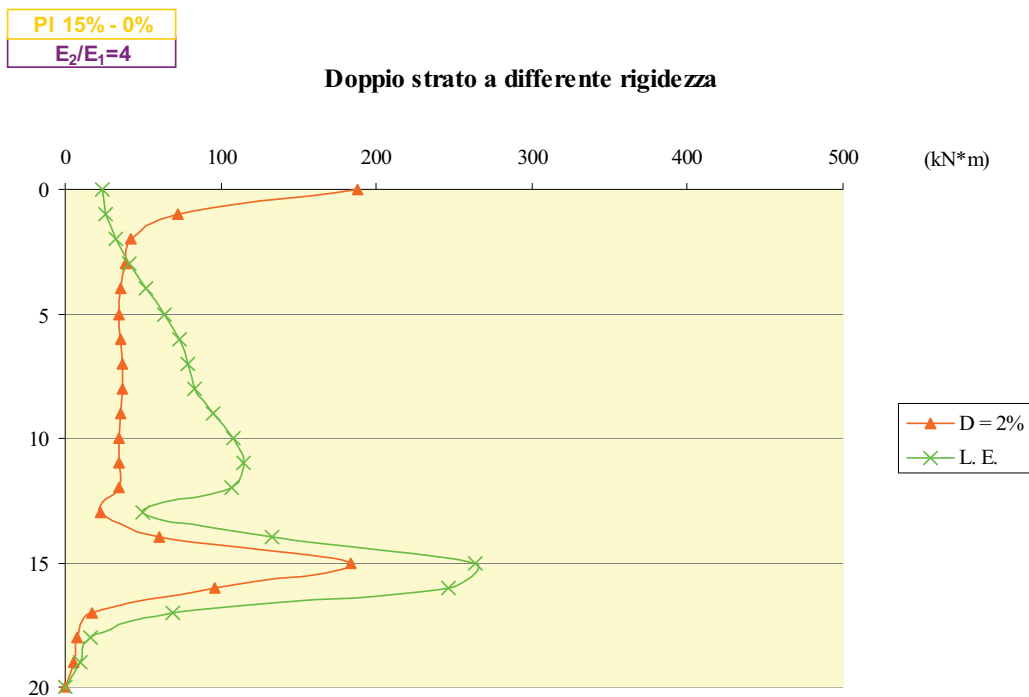
**Figura 5.41** – Confronto tra i momenti (a) e gli spostamenti del palo (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare (con indice di plasticità dello strato superiore PI<sub>1</sub>=15% e indice di plasticità dello strato inferiore PI<sub>2</sub>=0%), per la stratigrafia S2 soggetta all'input I1.



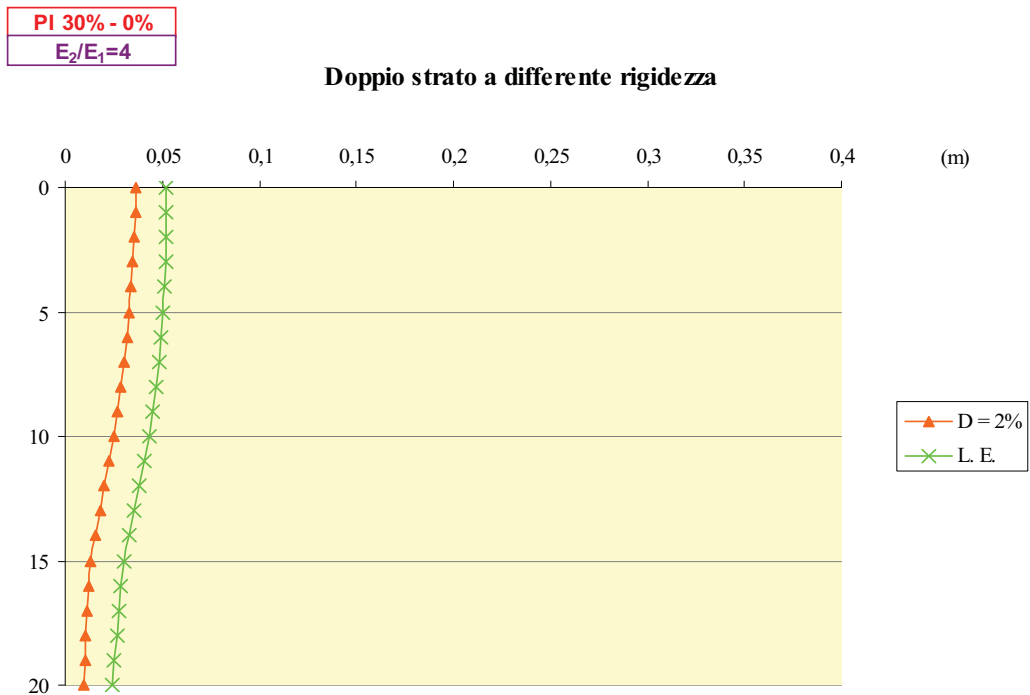
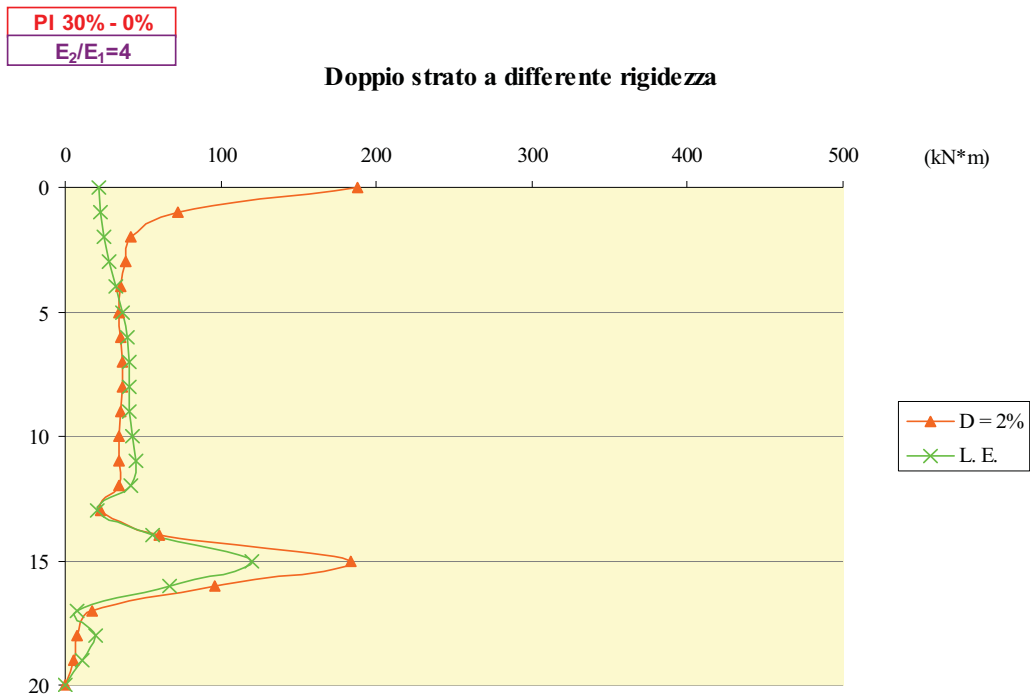
**Figura 5.42** – Confronto tra i momenti (a) e gli spostamenti del palo (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare (con indice di plasticità dello strato superiore PI<sub>1</sub>=30% e indice di plasticità dello strato inferiore PI<sub>2</sub>=0%), per la stratigrafia S2 soggetta all'input I1.



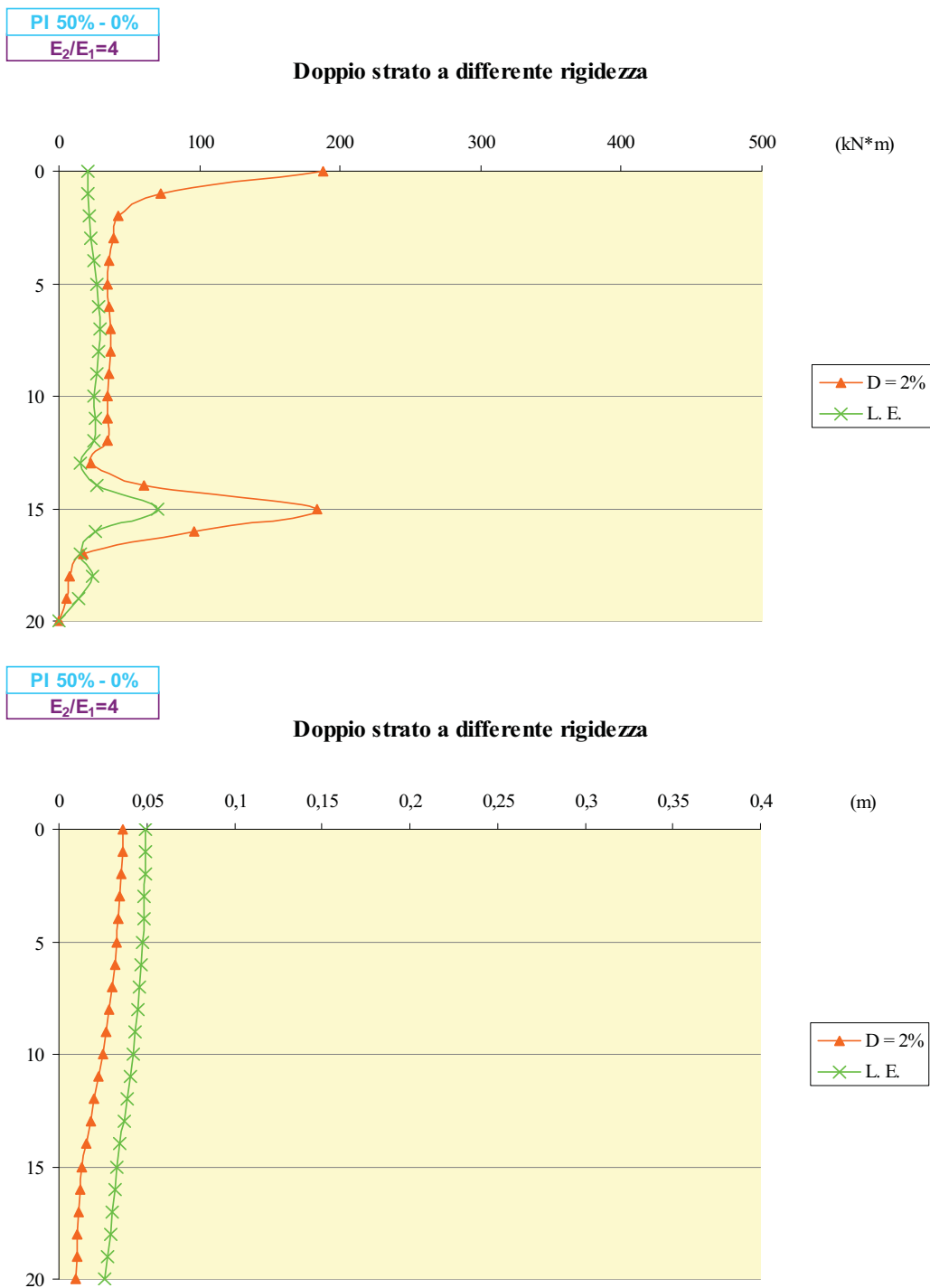
**Figura 5.43** – Confronto tra i momenti (a) e gli spostamenti del palo (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare (con indice di plasticità dello strato superiore PI<sub>1</sub>=50% e indice di plasticità dello strato inferiore PI<sub>2</sub>=0%), per la stratigrafia S2 soggetta all'input I1.



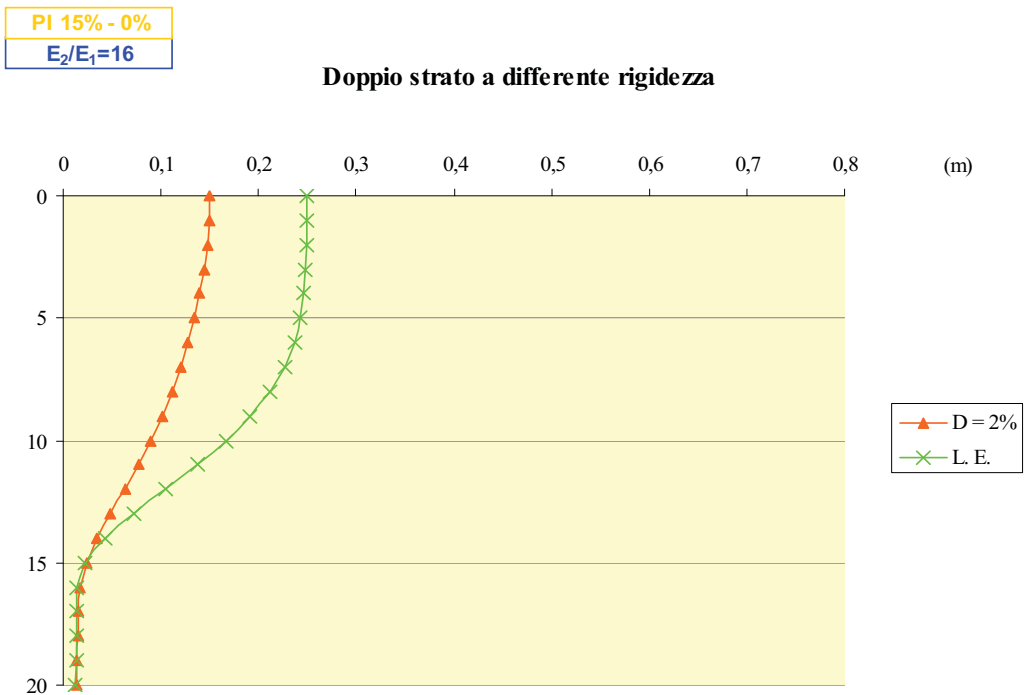
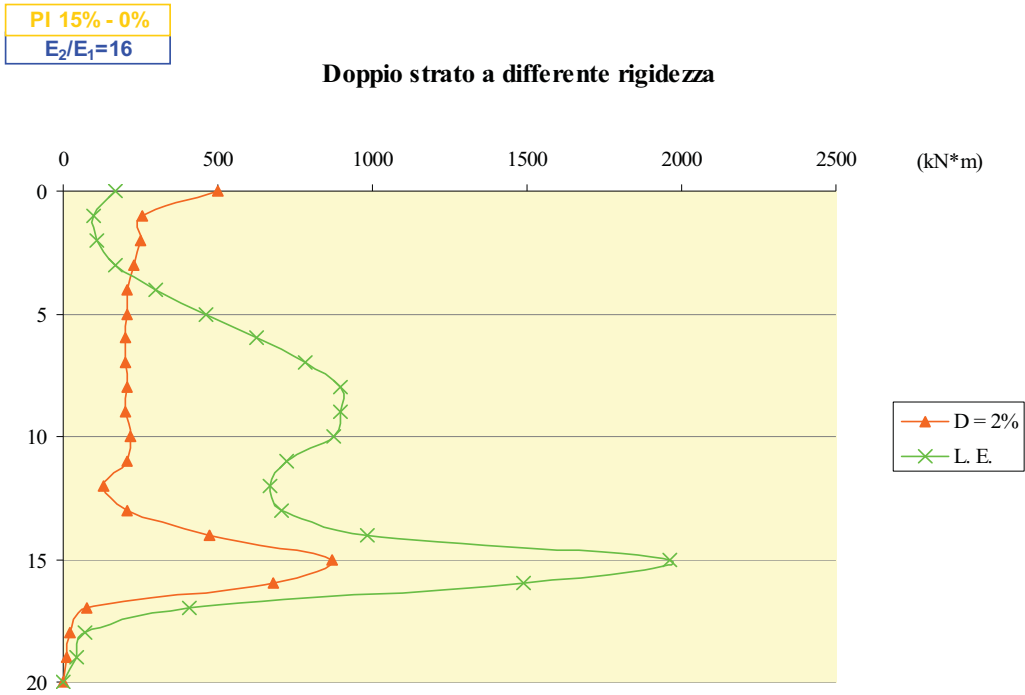
**Figura 5.44** – Confronto tra i momenti (a) e gli spostamenti del palo (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare (con indice di plasticità dello strato superiore PI<sub>1</sub>=15% e indice di plasticità dello strato inferiore PI<sub>2</sub>=0%), per la stratigrafia S3 soggetta all'input I1.



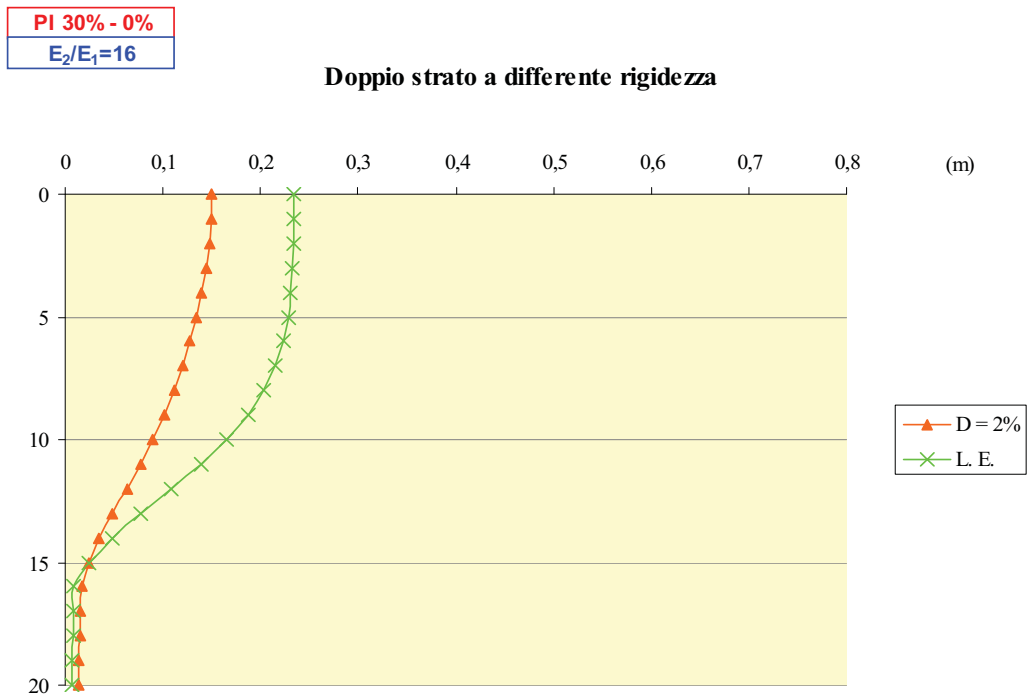
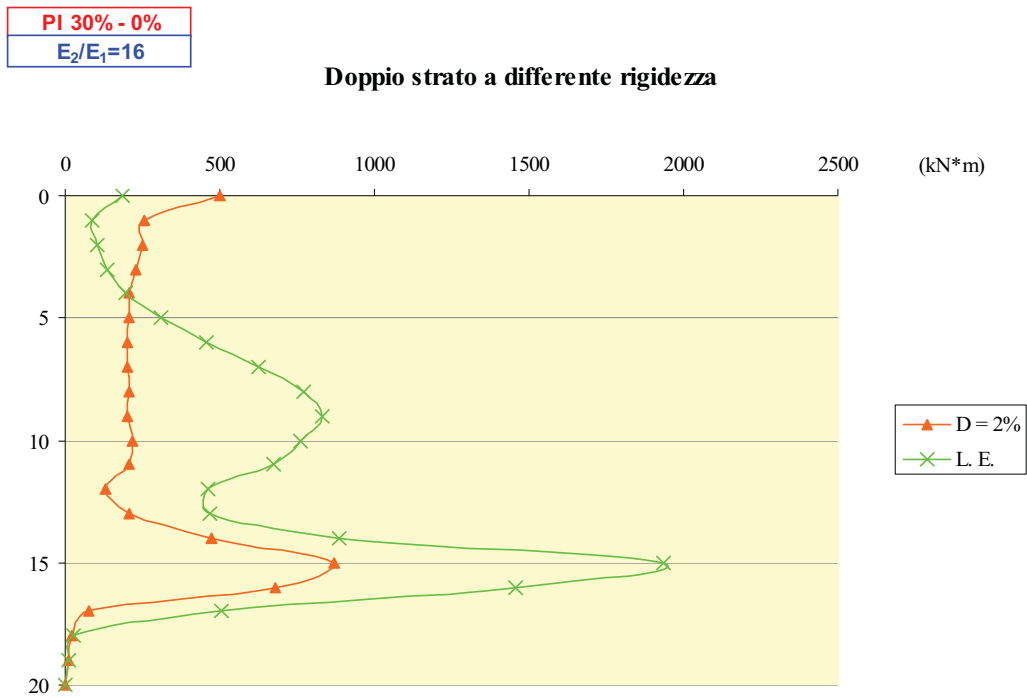
**Figura 5.45** – Confronto tra i momenti (a) e gli spostamenti del palo (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare (con indice di plasticità dello strato superiore PI<sub>1</sub>=30% e indice di plasticità dello strato inferiore PI<sub>2</sub>=0%), per la stratigrafia S3 soggetta all'input I1.



**Figura 5.46** – Confronto tra i momenti (a) e gli spostamenti del palo (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare (con indice di plasticità dello strato superiore  $PI_1=50\%$  e indice di plasticità dello strato inferiore  $PI_2=0\%$ ), per la stratigrafia S3 soggetta all'input I1.

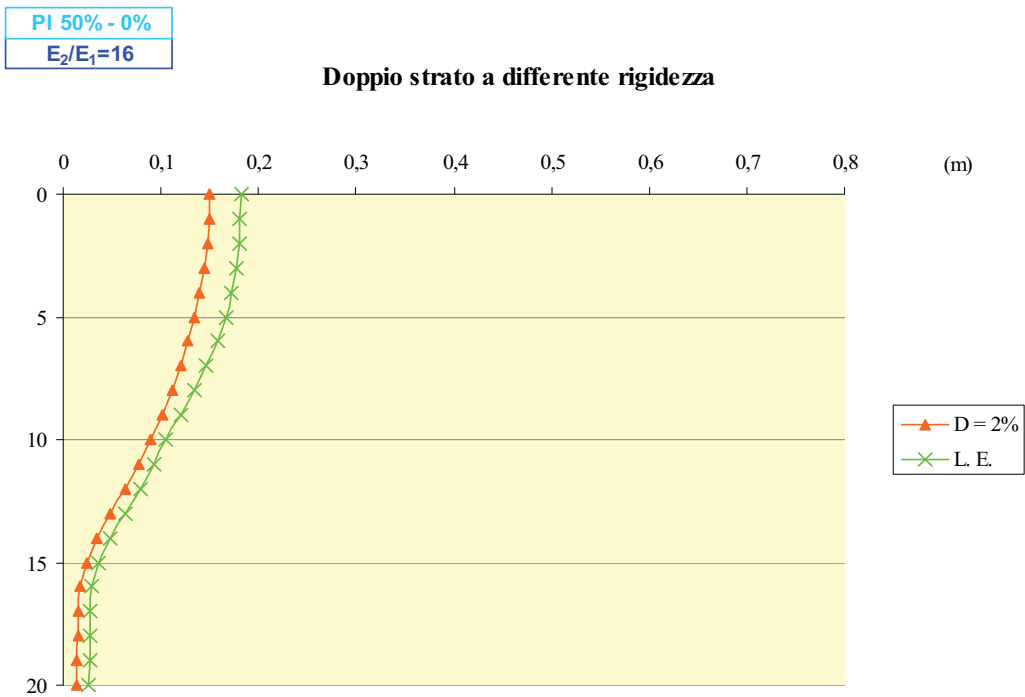
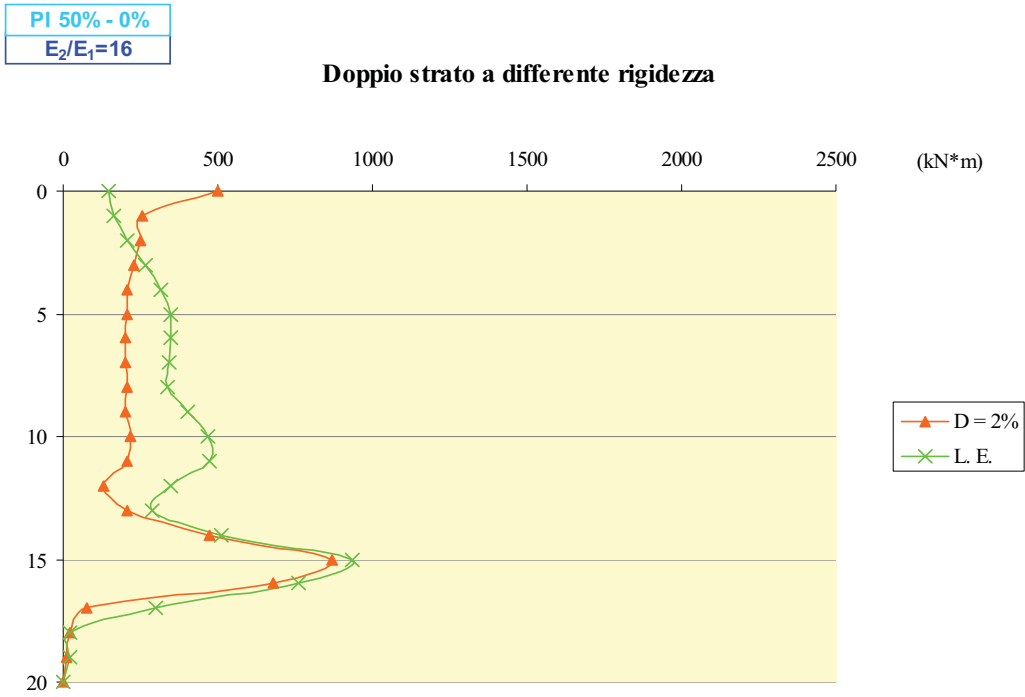


**Figura 5.47** – Confronto tra i momenti (a) e gli spostamenti del palo (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare (con indice di plasticità dello strato superiore  $PI_1=15\%$  e indice di plasticità dello strato inferiore  $PI_2=0\%$ ), per la stratigrafia S2 soggetta all'input I2.

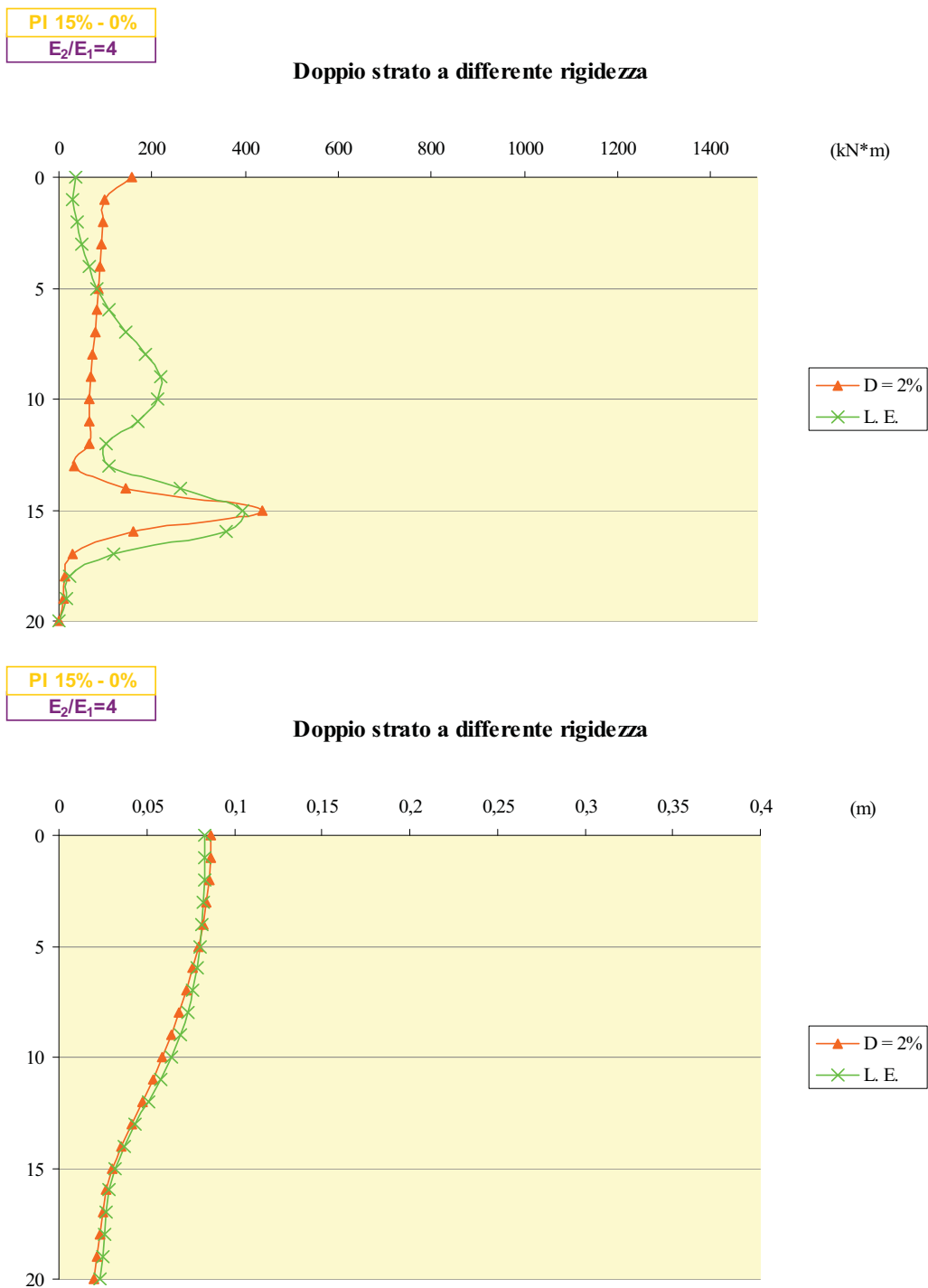


**Figura 5.48** – Confronto tra i momenti (a) e gli spostamenti del palo (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare (con indice di plasticità dello strato superiore  $PI_1=30\%$  e indice di plasticità dello strato inferiore  $PI_2=0\%$ ), per la stratigrafia S2 soggetta all'input I2.

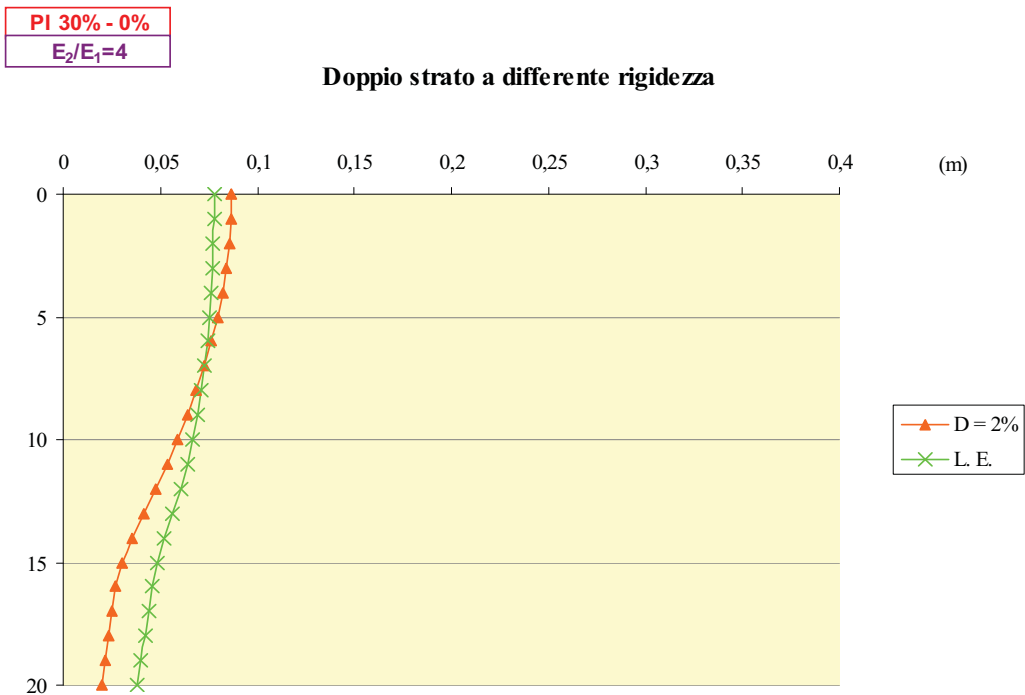
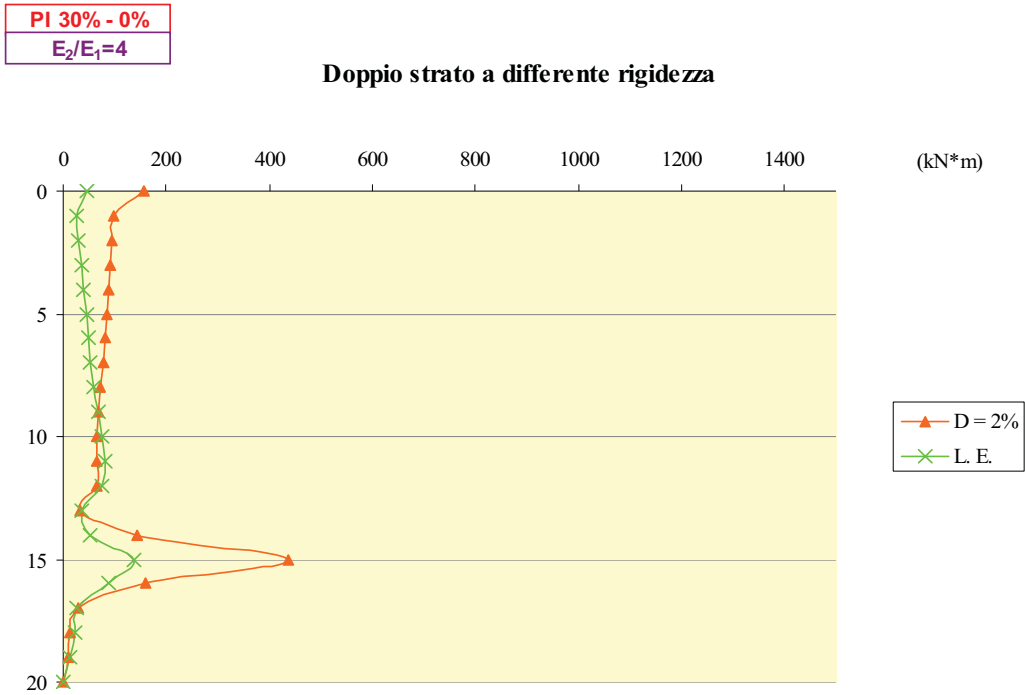




**Figura 5.49** – Confronto tra i momenti (a) e gli spostamenti del palo (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare (con indice di plasticità dello strato superiore  $PI_1=50\%$  e indice di plasticità dello strato inferiore  $PI_2=0\%$ ), per la stratigrafia S2 soggetta all'input I2.



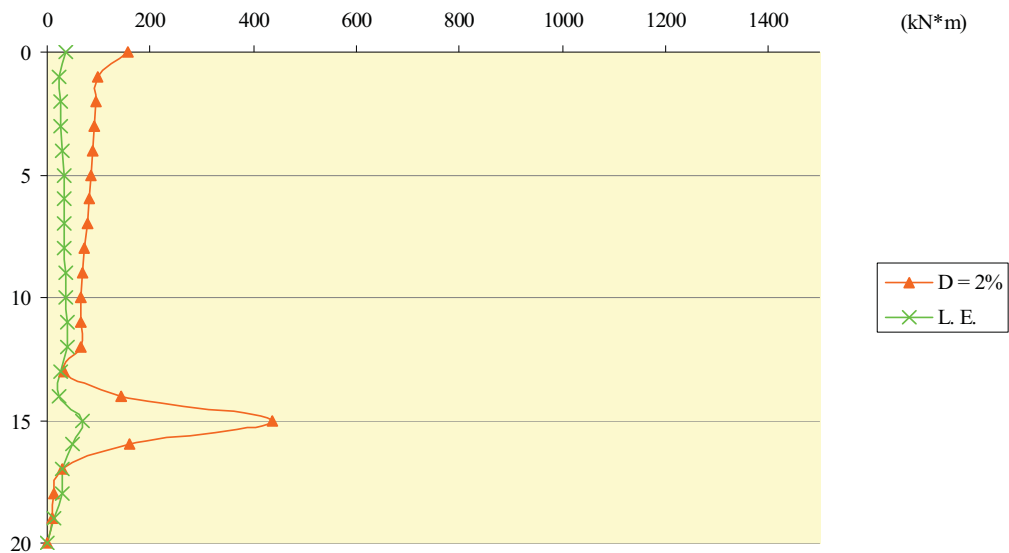
**Figura 5.50** – Confronto tra i momenti (a) e gli spostamenti del palo (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare (con indice di plasticità dello strato superiore PI<sub>1</sub>=15% e indice di plasticità dello strato inferiore PI<sub>2</sub>=0%), per la stratigrafia S3 soggetta all'input I2.



**Figura 5.51** – Confronto tra i momenti (a) e gli spostamenti del palo (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare (con indice di plasticità dello strato superiore PI<sub>1</sub>=30% e indice di plasticità dello strato inferiore PI<sub>2</sub>=0%), per la stratigrafia S3 soggetta all'input I2.

PI 50% - 0%  
 $E_2/E_1=4$

Doppio strato a differente rigidezza



PI 50% - 0%  
 $E_2/E_1=4$

Doppio strato a differente rigidezza

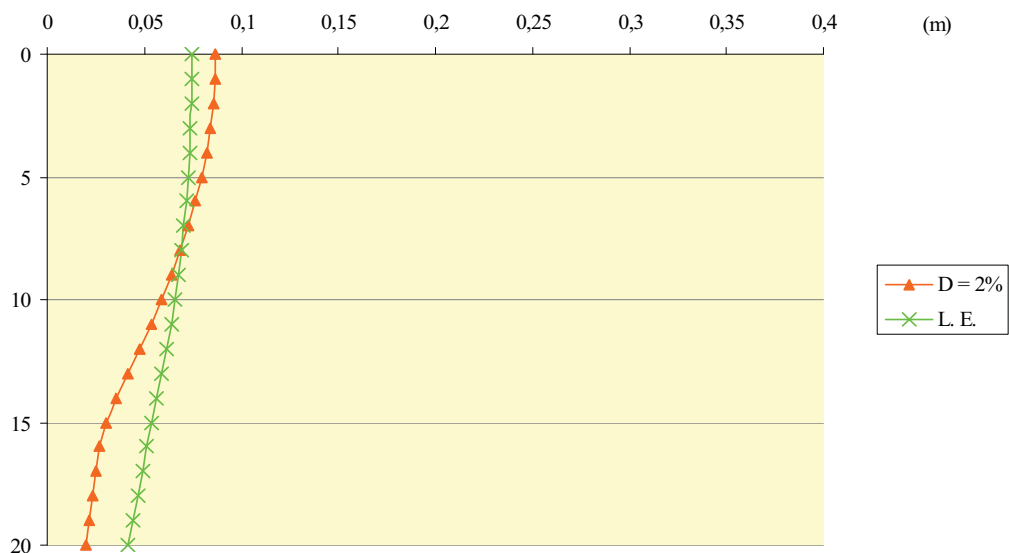
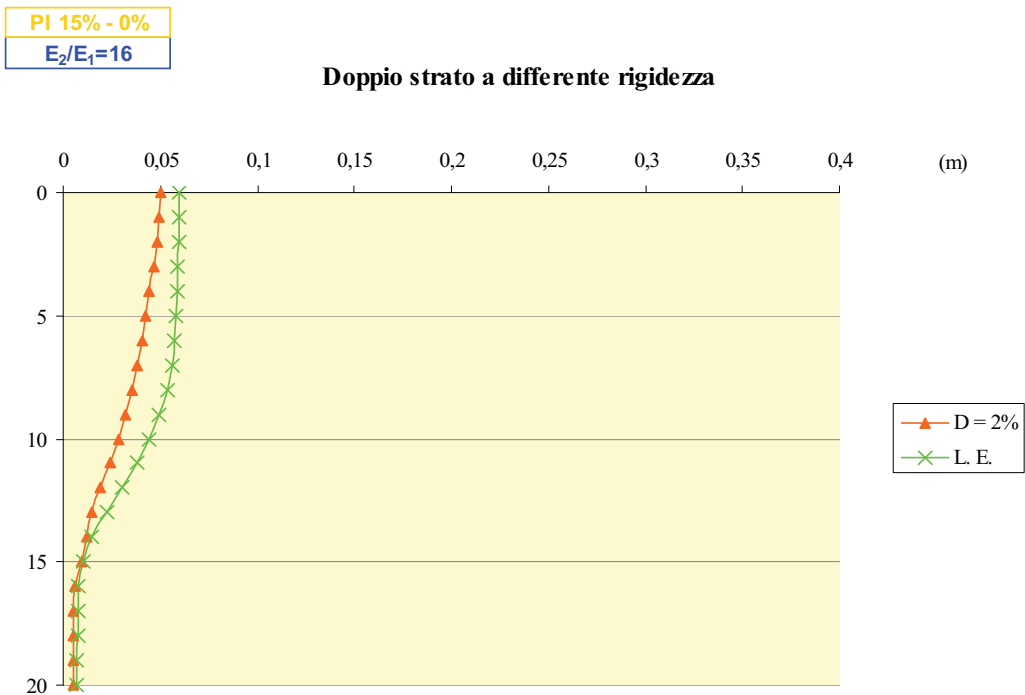
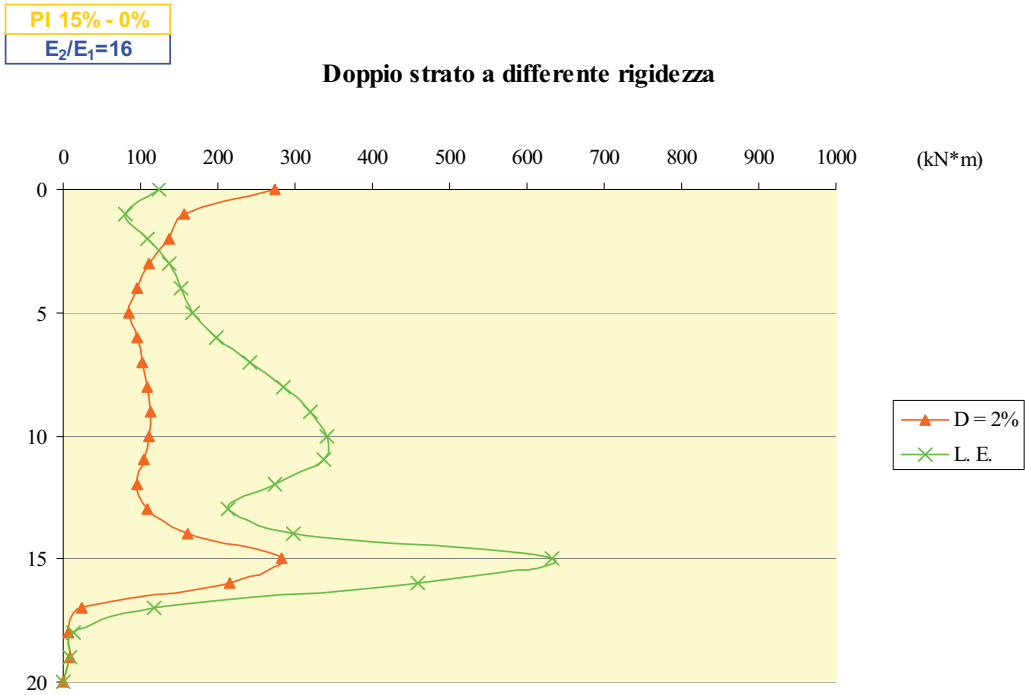


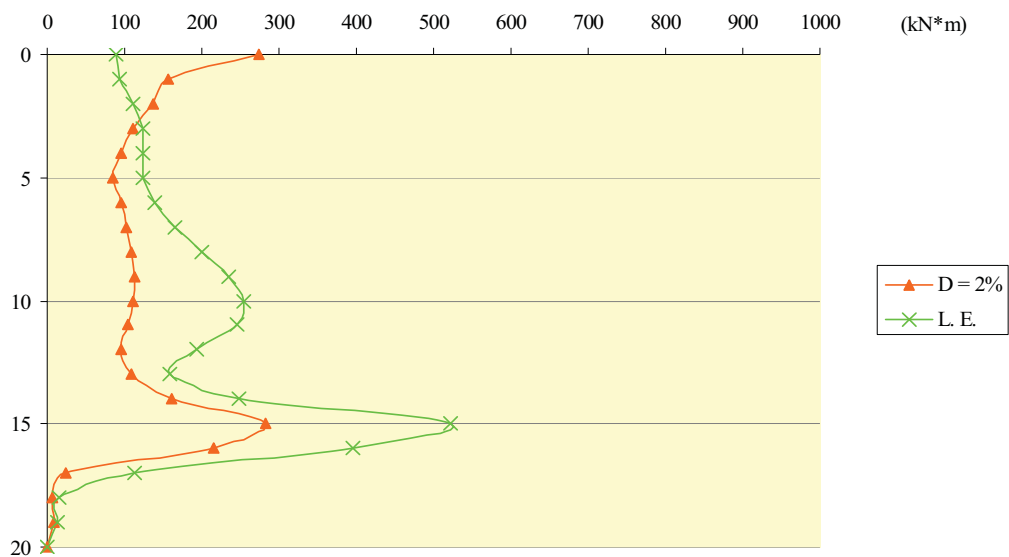
Figura 5.52 – Confronto tra i momenti (a) e gli spostamenti del palo (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare (con indice di plasticità dello strato superiore  $PI_1=50\%$  e indice di plasticità dello strato inferiore  $PI_2=0\%$ ), per la stratigrafia S3 soggetta all'input I2.



**Figura 5.53** – Confronto tra i momenti (a) e gli spostamenti del palo (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare (con indice di plasticità dello strato superiore  $PI_1=15\%$  e indice di plasticità dello strato inferiore  $PI_2=0\%$ ), per la stratigrafia S2 soggetta all'input I3.

PI 30% - 0%  
E<sub>2</sub>/E<sub>1</sub>=16

Doppio strato a differente rigidezza



PI 30% - 0%  
E<sub>2</sub>/E<sub>1</sub>=16

Doppio strato a differente rigidezza

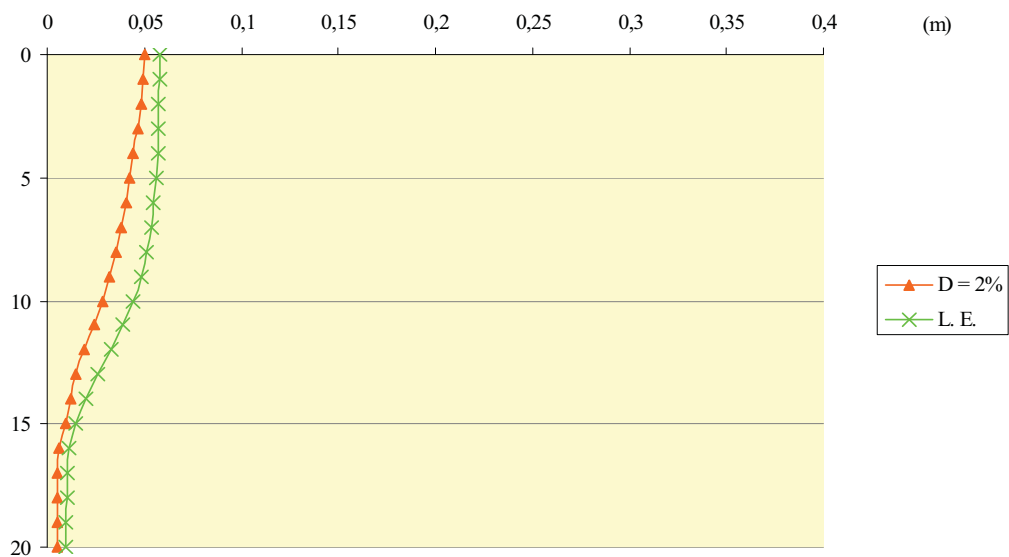
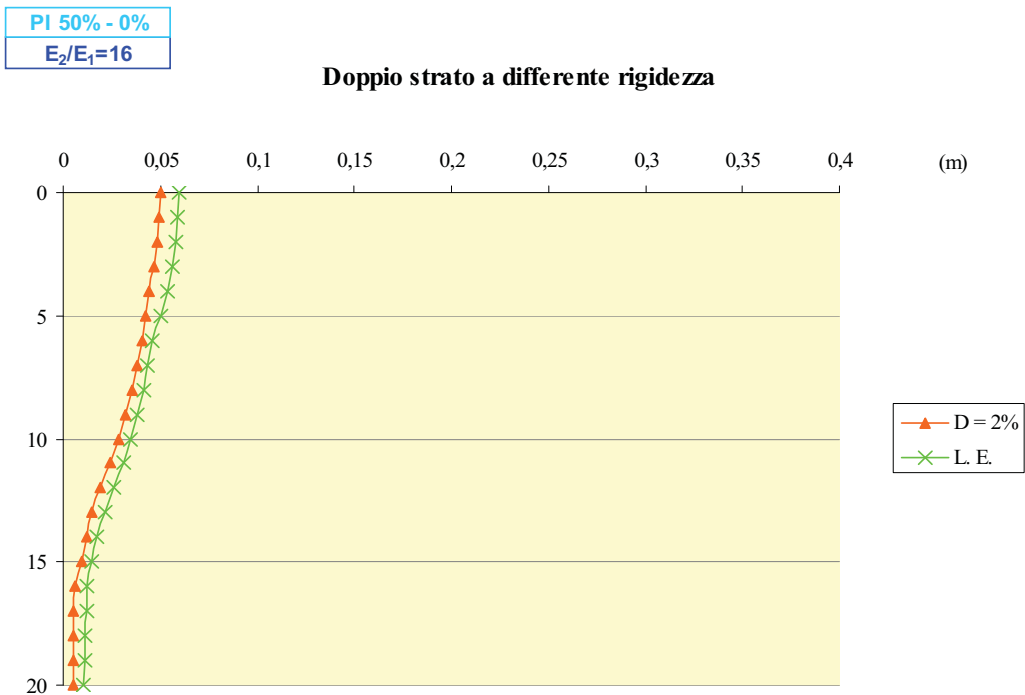
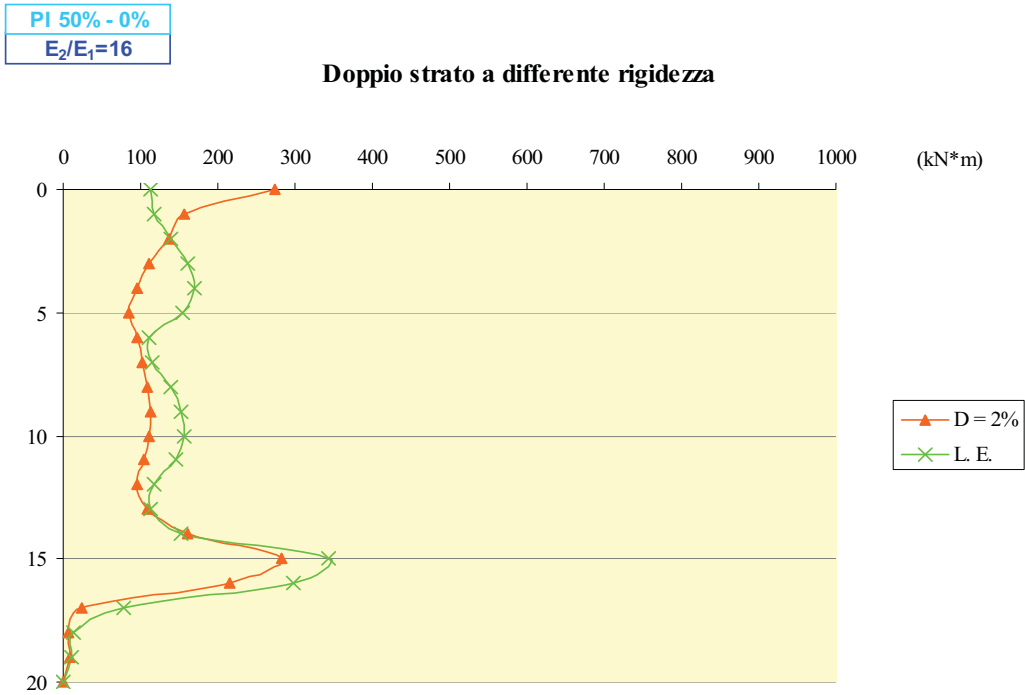
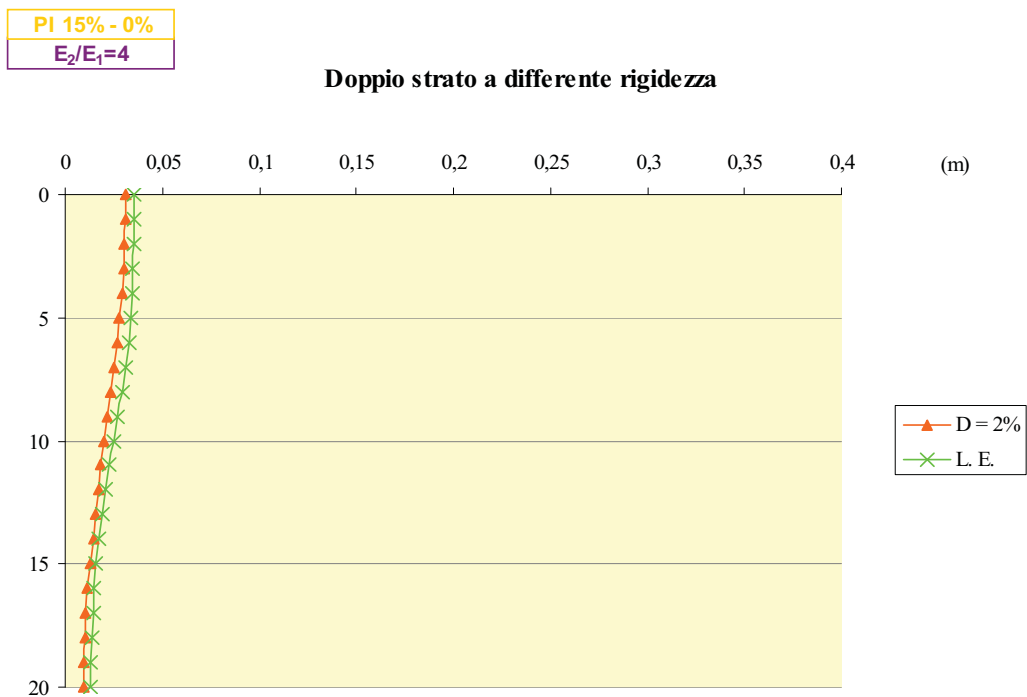
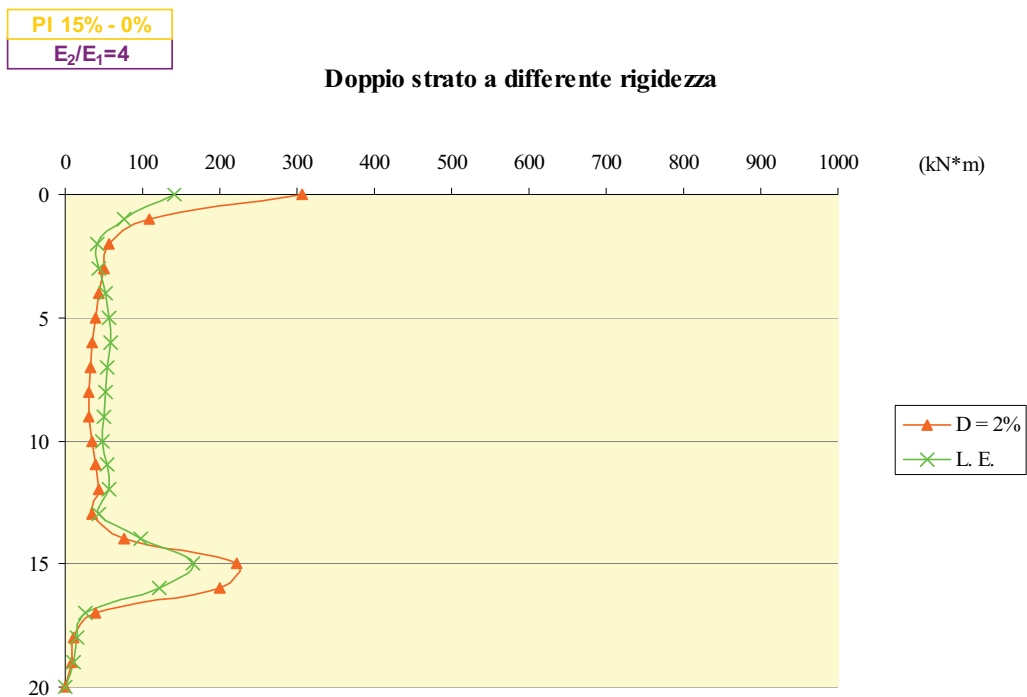


Figura 5.54 – Confronto tra i momenti (a) e gli spostamenti del palo (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare (con indice di plasticità dello strato superiore PI<sub>1</sub>=30% e indice di plasticità dello strato inferiore PI<sub>2</sub>=0%), per la stratigrafia S2 soggetta all'input I3.

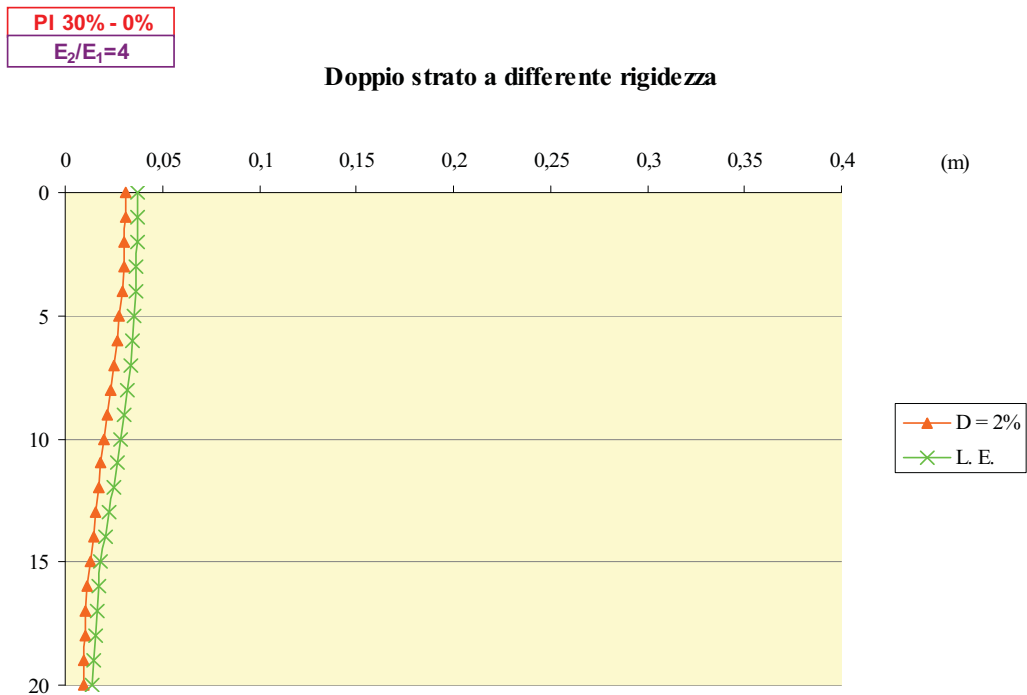
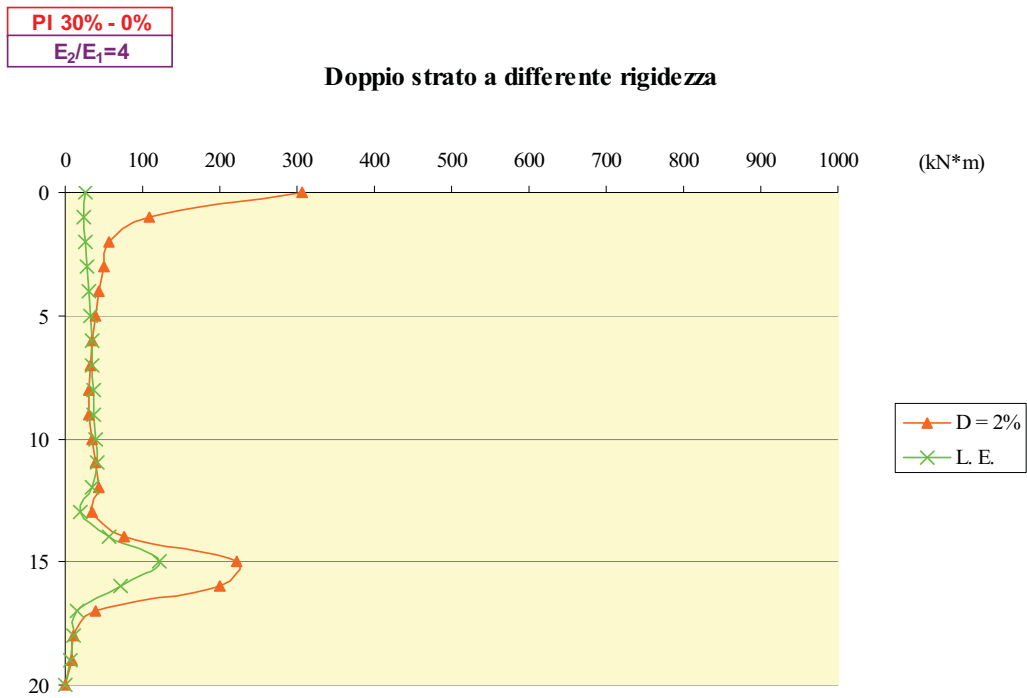


**Figura 5.55** – Confronto tra i momenti (a) e gli spostamenti del palo (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare (con indice di plasticità dello strato superiore  $PI_1=50\%$  e indice di plasticità dello strato inferiore  $PI_2=0\%$ ), per la stratigrafia S2 soggetta all'input I3.



**Figura 5.56** – Confronto tra i momenti (a) e gli spostamenti del palo (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare (con indice di plasticità dello strato superiore PI<sub>1</sub>=15% e indice di plasticità dello strato inferiore PI<sub>2</sub>=0%), per la stratigrafia S3 soggetta all'input I3.

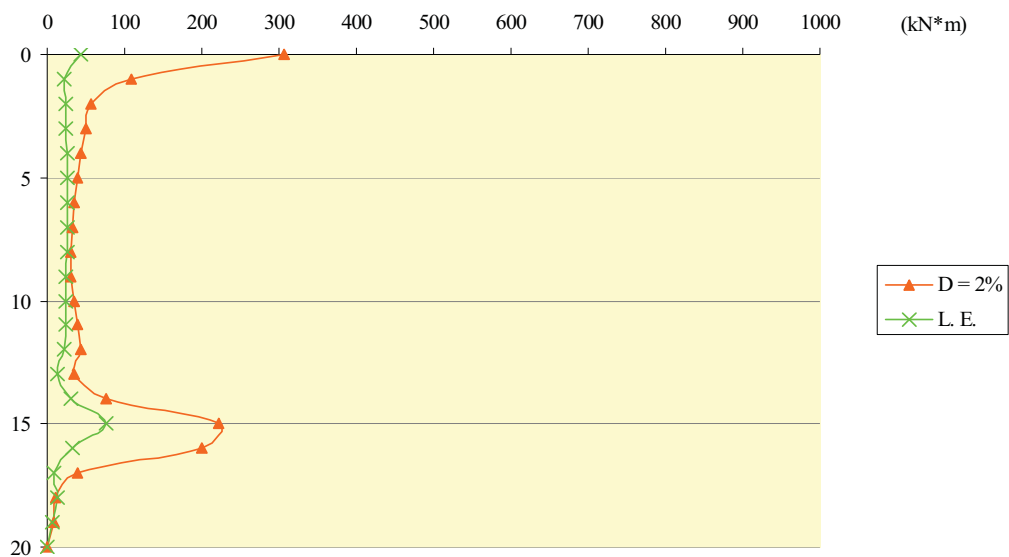




**Figura 5.57** – Confronto tra i momenti (a) e gli spostamenti del palo (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare (con indice di plasticità dello strato superiore  $PI_1=30\%$  e indice di plasticità dello strato inferiore  $PI_2=0\%$ ), per la stratigrafia S3 soggetta all'input I3.

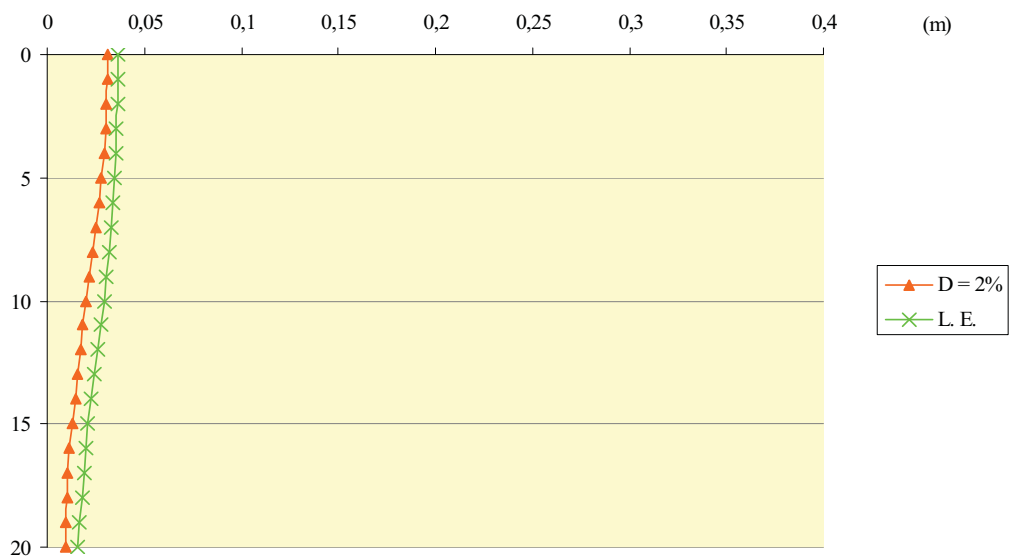
PI 50% - 0%  
 $E_2/E_1=4$

Doppio strato a differente rigidezza

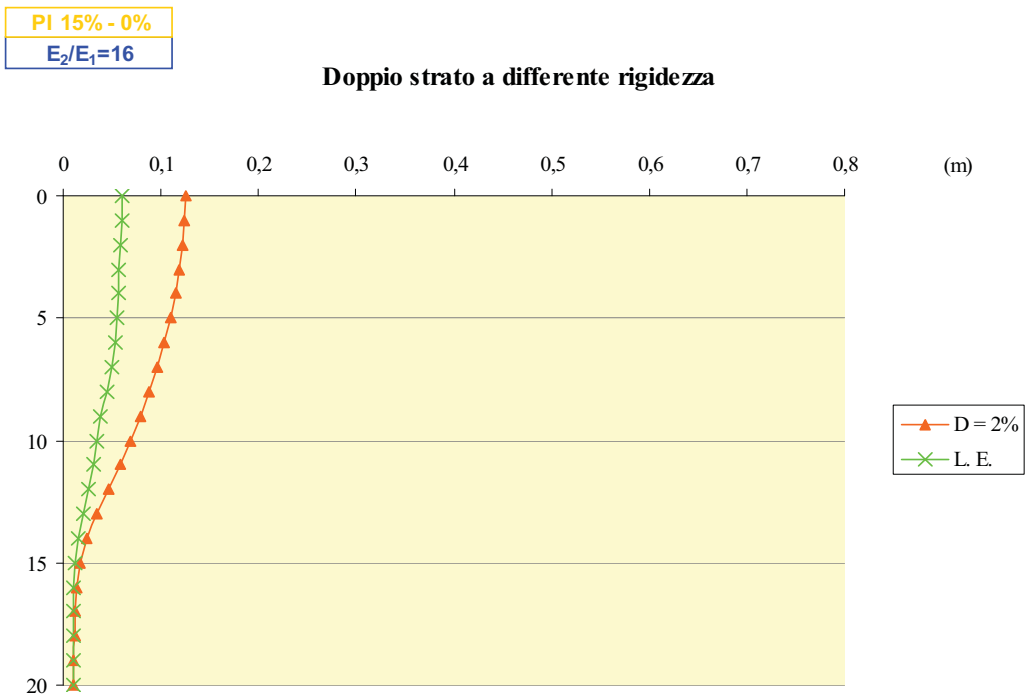
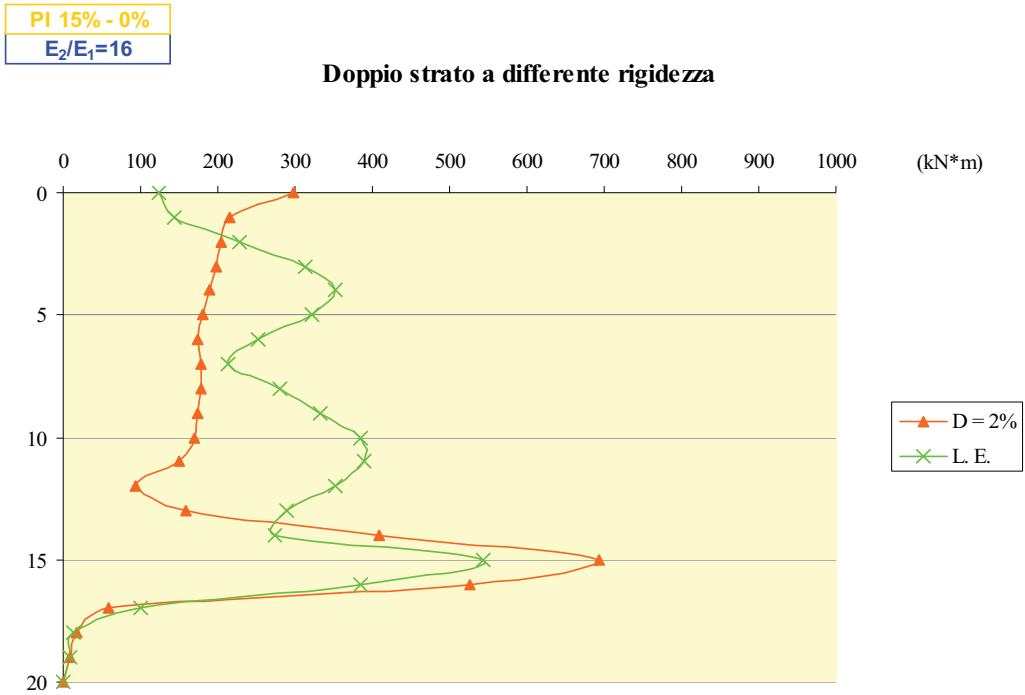


PI 50% - 0%  
 $E_2/E_1=4$

Doppio strato a differente rigidezza



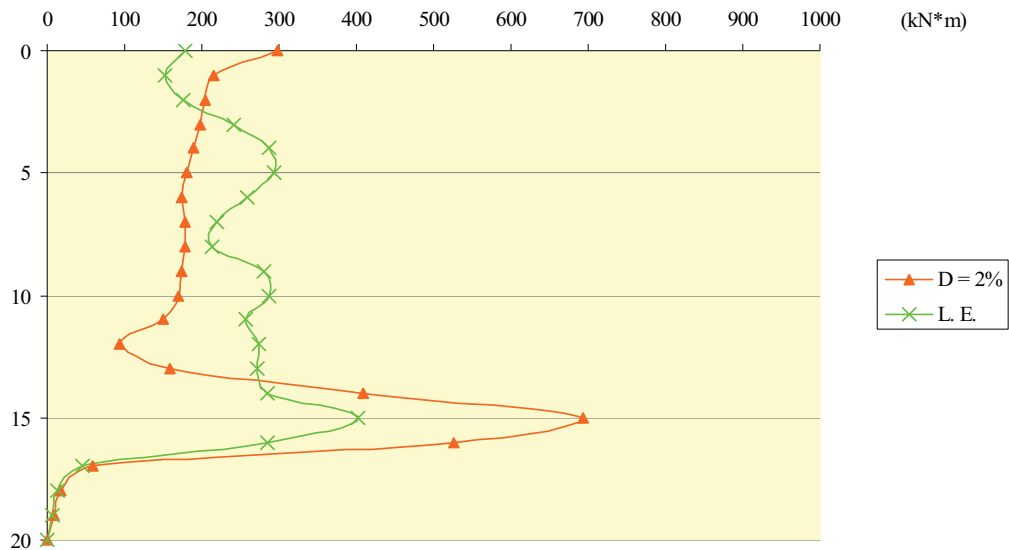
**Figura 5.58** – Confronto tra i momenti (a) e gli spostamenti del palo (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare (con indice di plasticità dello strato superiore  $PI_1=50\%$  e indice di plasticità dello strato inferiore  $PI_2=0\%$ ), per la stratigrafia S3 soggetta all'input I3.



**Figura 5.59** – Confronto tra i momenti (a) e gli spostamenti del palo (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare (con indice di plasticità dello strato superiore  $PI_1=15\%$  e indice di plasticità dello strato inferiore  $PI_2=0\%$ ), per la stratigrafia S2 soggetta all'input I4.

PI 30% - 0%  
E<sub>2</sub>/E<sub>1</sub>=16

Doppio strato a differente rigidezza



PI 30% - 0%  
E<sub>2</sub>/E<sub>1</sub>=16

Doppio strato a differente rigidezza

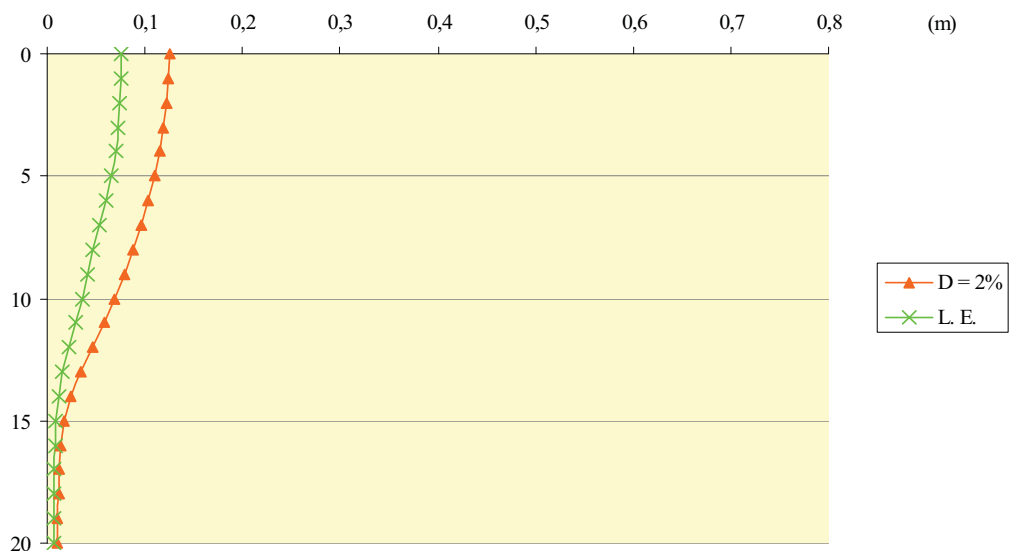
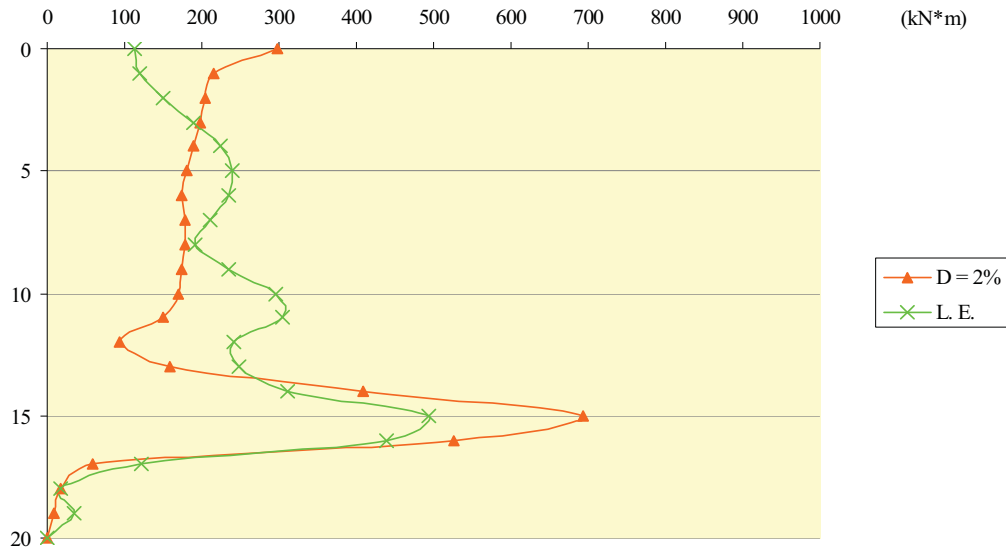


Figura 5.60 – Confronto tra i momenti (a) e gli spostamenti del palo (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare (con indice di plasticità dello strato superiore PI<sub>1</sub>=30% e indice di plasticità dello strato inferiore PI<sub>2</sub>=0%), per la stratigrafia S2 soggetta all'input I4.

PI 50% - 0%  
E<sub>2</sub>/E<sub>1</sub>=16

Doppio strato a differente rigidezza



PI 50% - 0%  
E<sub>2</sub>/E<sub>1</sub>=16

Doppio strato a differente rigidezza

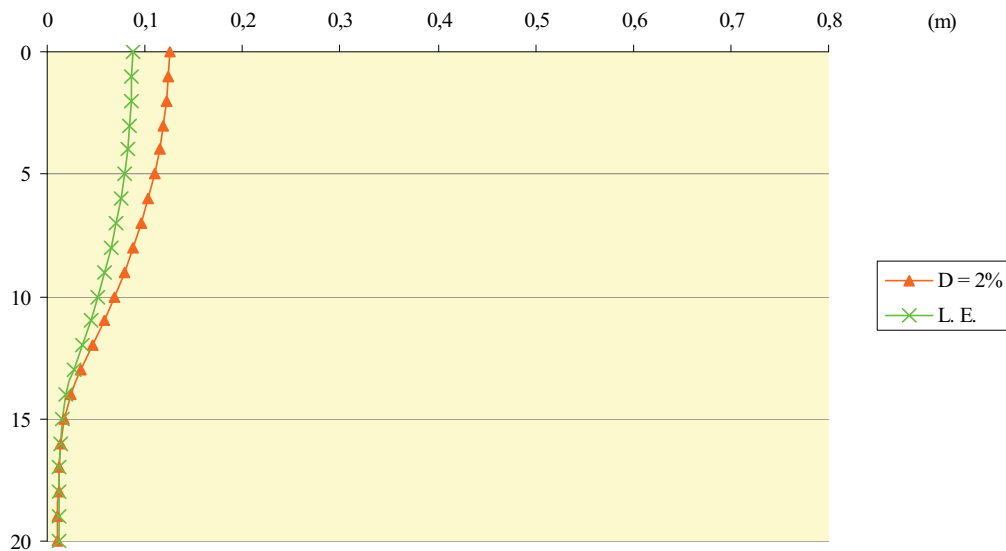
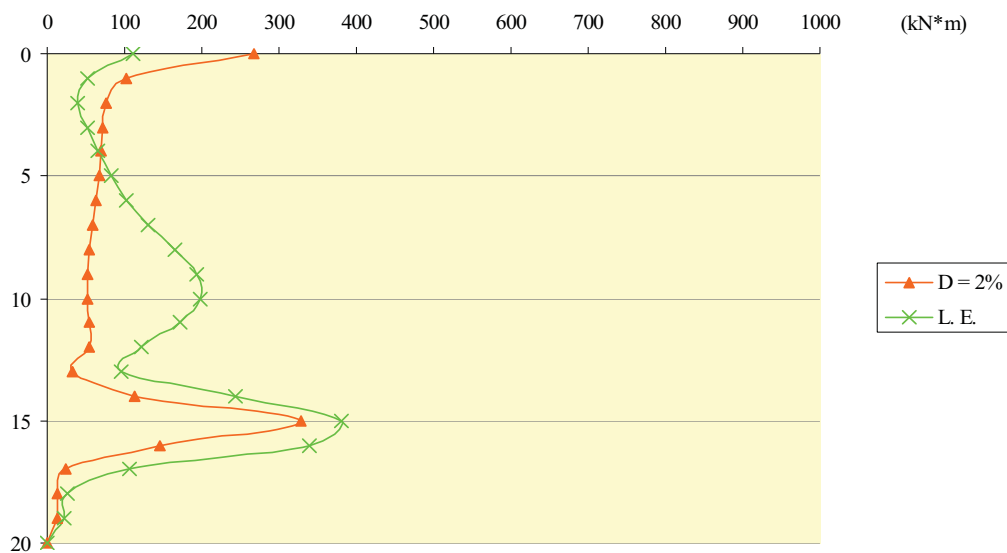


Figura 5.61 – Confronto tra i momenti (a) e gli spostamenti del palo (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare (con indice di plasticità dello strato superiore PI<sub>1</sub>=50% e indice di plasticità dello strato inferiore PI<sub>2</sub>=0%), per la stratigrafia S2 soggetta all'input I4.

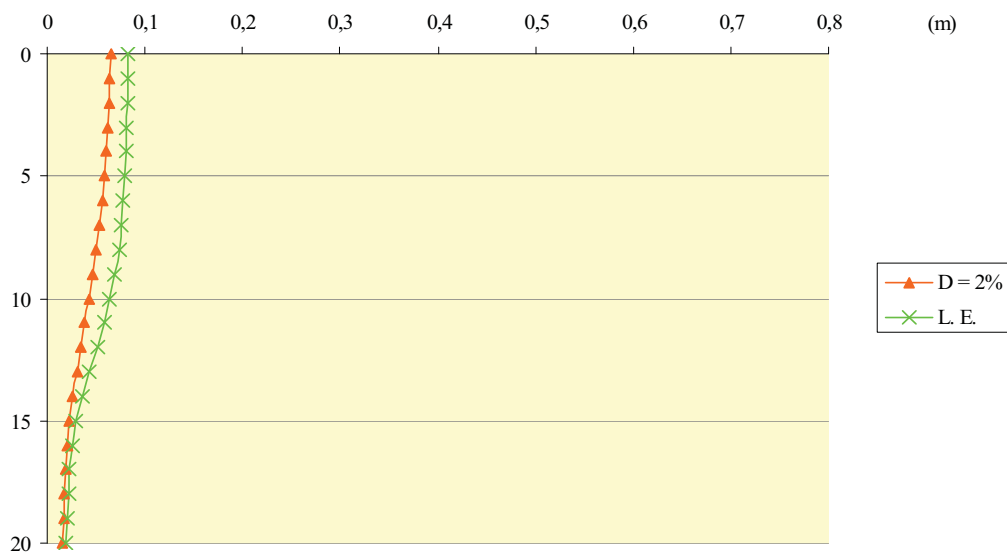
PI 15% - 0%  
 $E_2/E_1=4$

**Doppio strato a differente rigidezza**

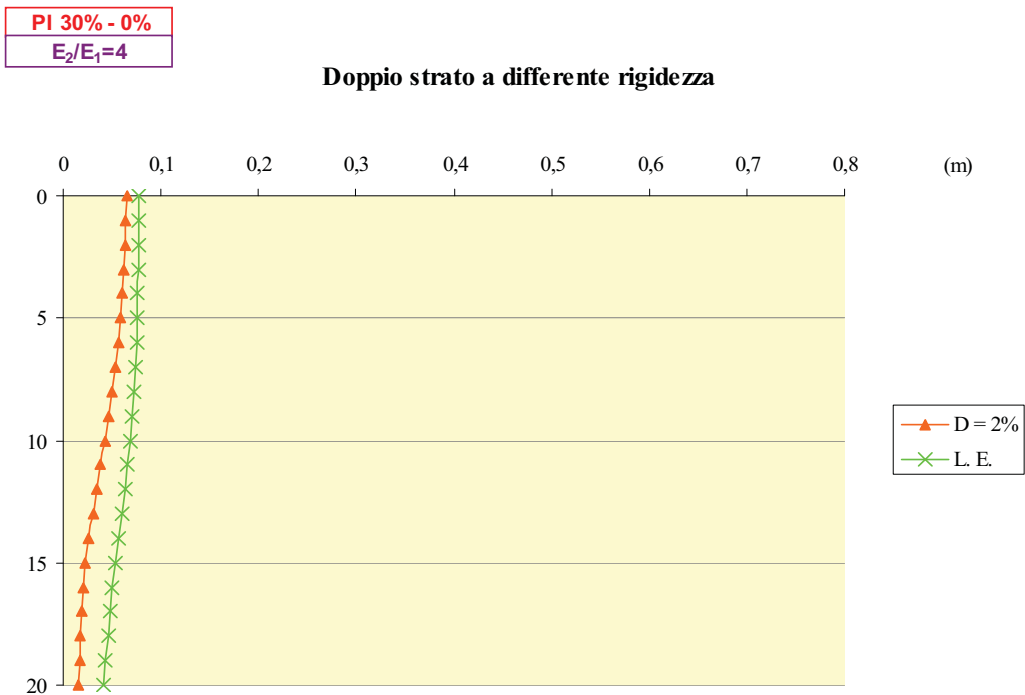
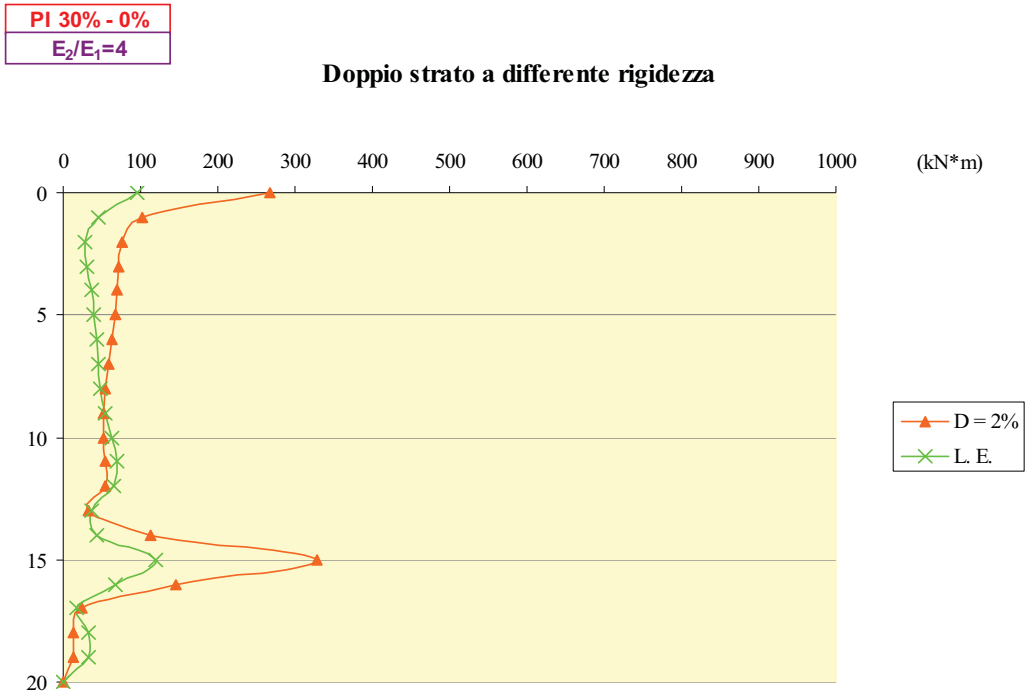


PI 15% - 0%  
 $E_2/E_1=4$

**Doppio strato a differente rigidezza**



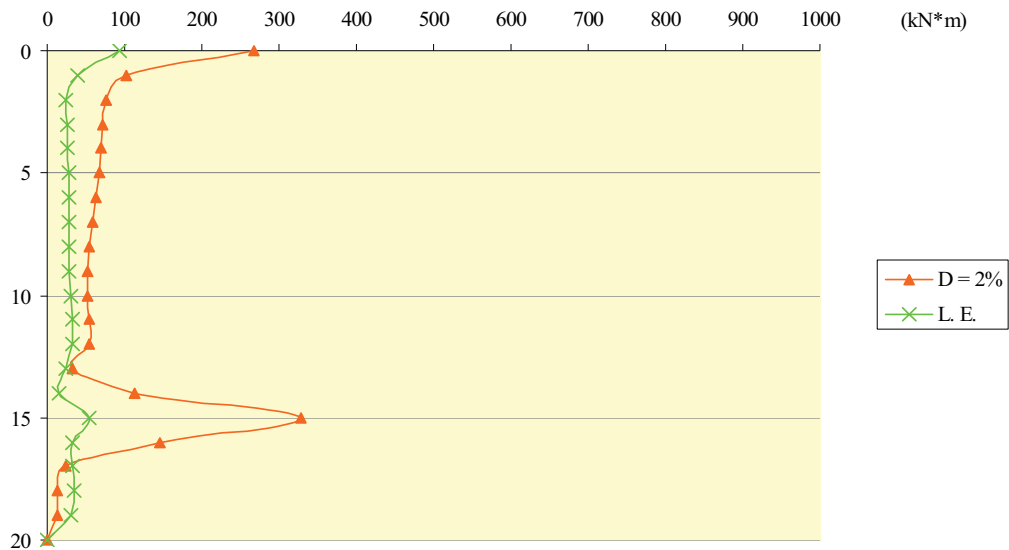
**Figura 5.62** – Confronto tra i momenti (a) e gli spostamenti del palo (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare (con indice di plasticità dello strato superiore  $PI_1=15\%$  e indice di plasticità dello strato inferiore  $PI_2=0\%$ ), per la stratigrafia S3 soggetta all'input I4.



**Figura 5.63** – Confronto tra i momenti (a) e gli spostamenti del palo (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare (con indice di plasticità dello strato superiore PI<sub>1</sub>=30% e indice di plasticità dello strato inferiore PI<sub>2</sub>=0%), per la stratigrafia S3 soggetta all'input I4.

PI 50% - 0%  
 $E_2/E_1=4$

Doppio strato a differente rigidezza



PI 50% - 0%  
 $E_2/E_1=4$

Doppio strato a differente rigidezza

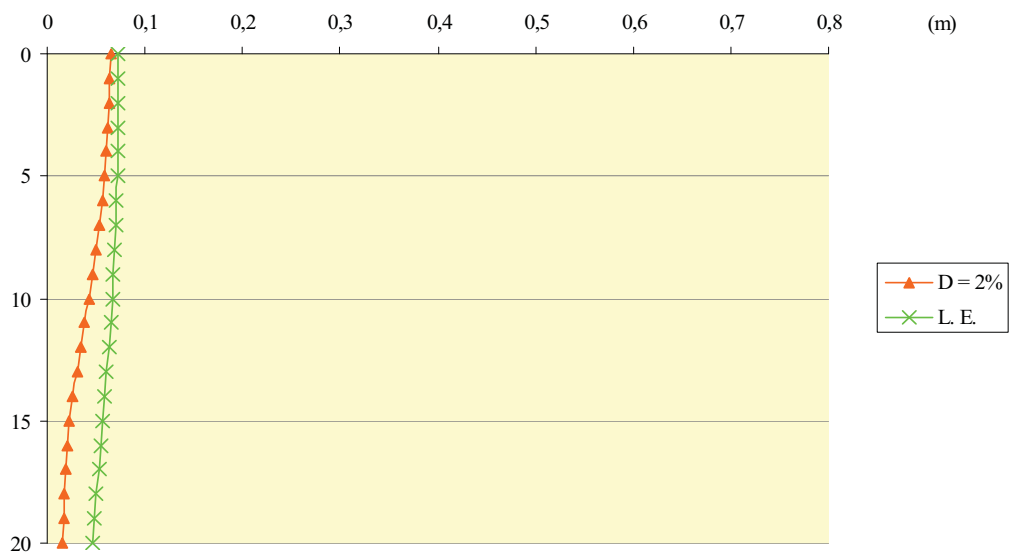


Figura 5.64 – Confronto tra i momenti (a) e gli spostamenti del palo (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare (con indice di plasticità dello strato superiore  $PI_1=50\%$  e indice di plasticità dello strato inferiore  $PI_2=0\%$ ), per la stratigrafia S3 soggetta all'input I4.



Per spiegare questo diverso comportamento è necessario confrontare gli spettri di Fourier delle registrazioni accelerometriche con le diverse funzioni di amplificazione calcolate sia in campo visco-elastico che in campo non lineare (figure dalla 5.65 alla 5.72).

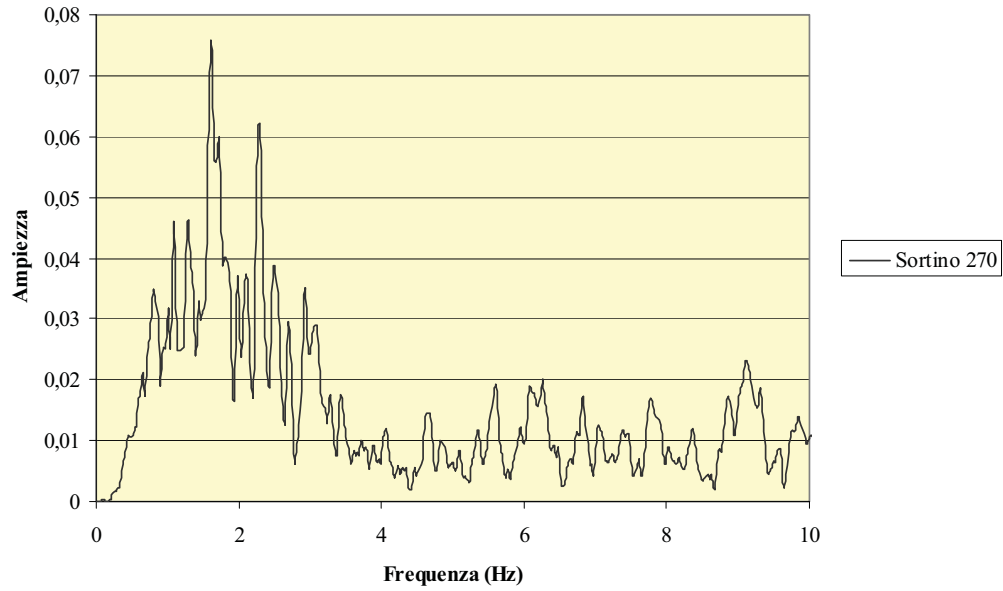
Osservando queste ultime è possibile notare che l'influenza della non linearità del comportamento dei banchi di terreno provoca un'attenuazione del picco di amplificazione (inversamente proporzionale allo smorzamento), il quale a sua volta si sposta verso frequenze minori a causa della diminuzione della rigidità.

Pertanto, nel caso ad esempio della stratigrafia *S2* soggetta all'input *I2*, si verifica che il moto di riferimento abbia picchi di elevata intensità già in corrispondenza di un range di frequenze più basso che si sovrappone a quello delle frequenze naturali del deposito in campo non lineare, mentre la funzione di trasferimento in campo visco-elastico condiziona la risposta per contenuti in frequenza concentrati intorno a frequenze maggiori.

Alla luce di quanto appurato, è necessario asserire che la non linearità del terreno può essere sia vantaggiosa che nociva per i momenti cinematici che nascono sul palo a causa delle deformazioni del terreno.

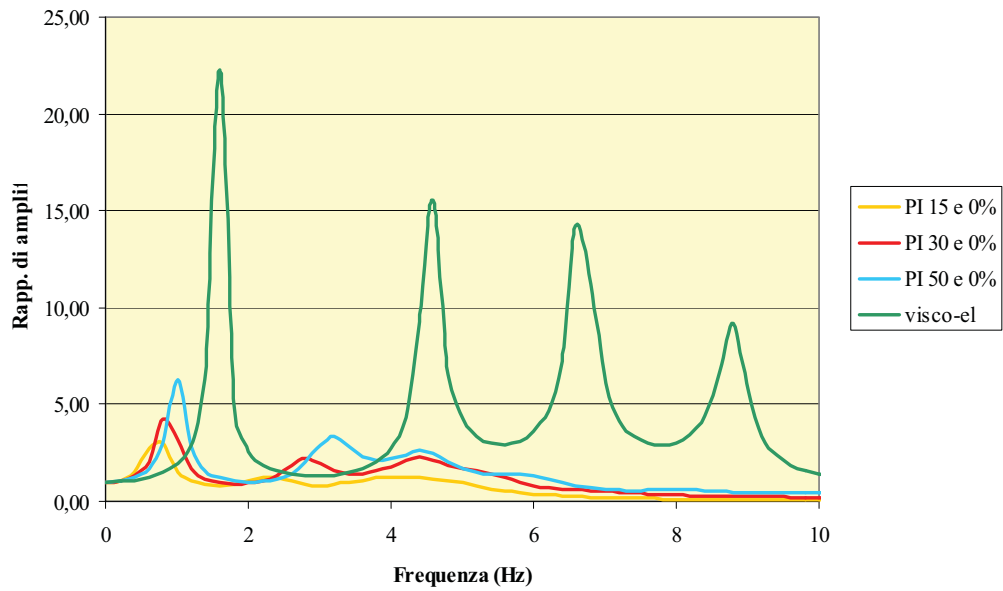
I risultati ottenuti dal confronto tra i momenti calcolati in campo visco-elastico e quelli calcolati in campo non lineare si possono prevedere anche osservando i diagrammi degli spostamenti: gli andamenti che hanno una curvatura più accentuata al passaggio tra primo e secondo strato presenteranno momenti flettenti maggiori all'interfaccia; nei casi in cui le curvature sono simili, i valori dei momenti si equiparano.

**Fourier**



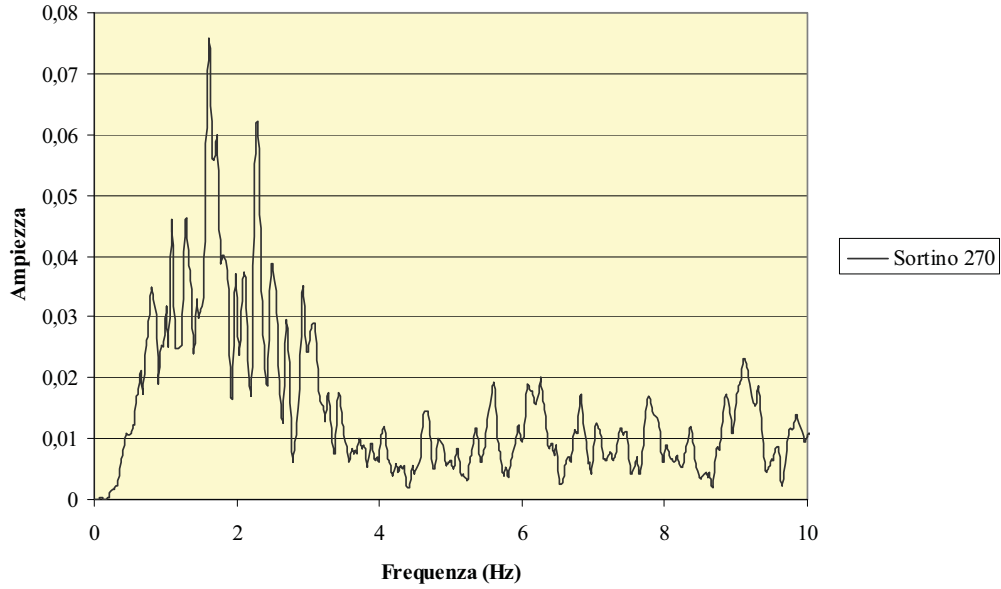
$E_2/E_1=16$

**Funzioni di trasferimento**



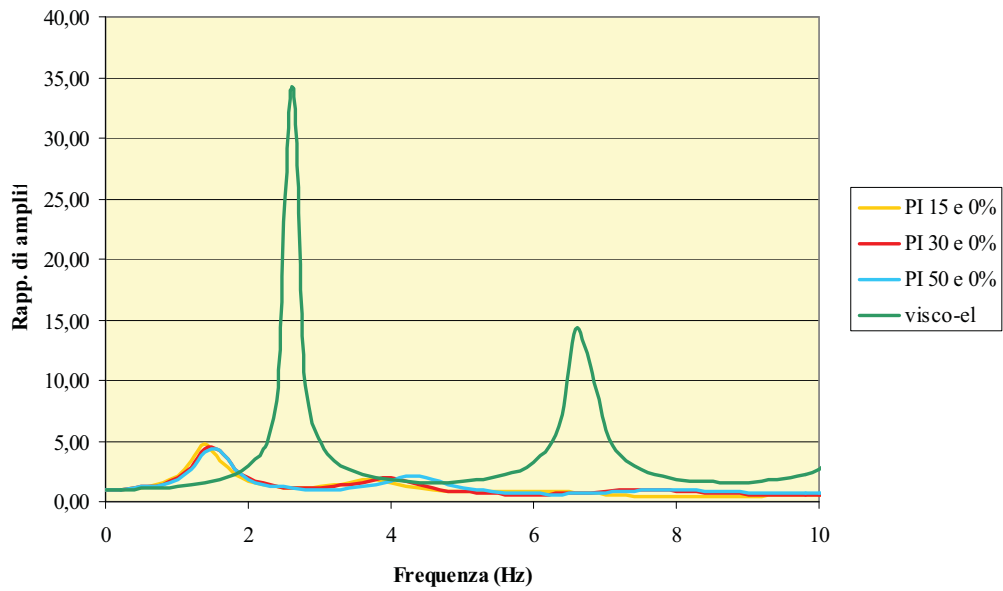
**Figura 5.65** – Confronto tra i range di frequenze dello spettro di Fourier dell'input I1 (a) e delle funzioni di amplificazione (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare della stratigrafia S2.

**Fourier**

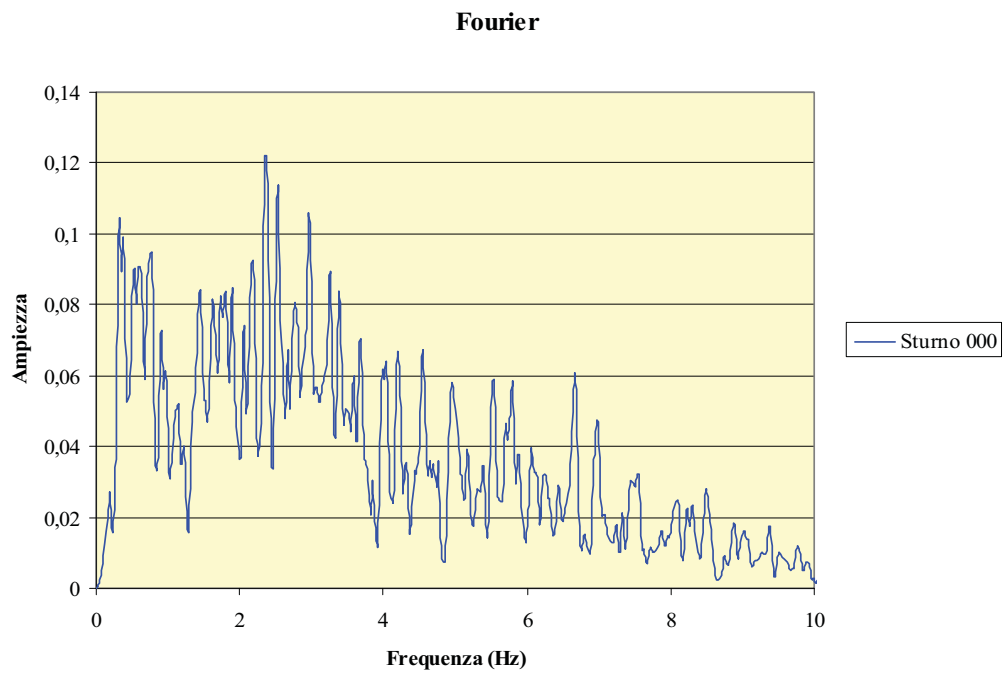


$E_2/E_1=4$

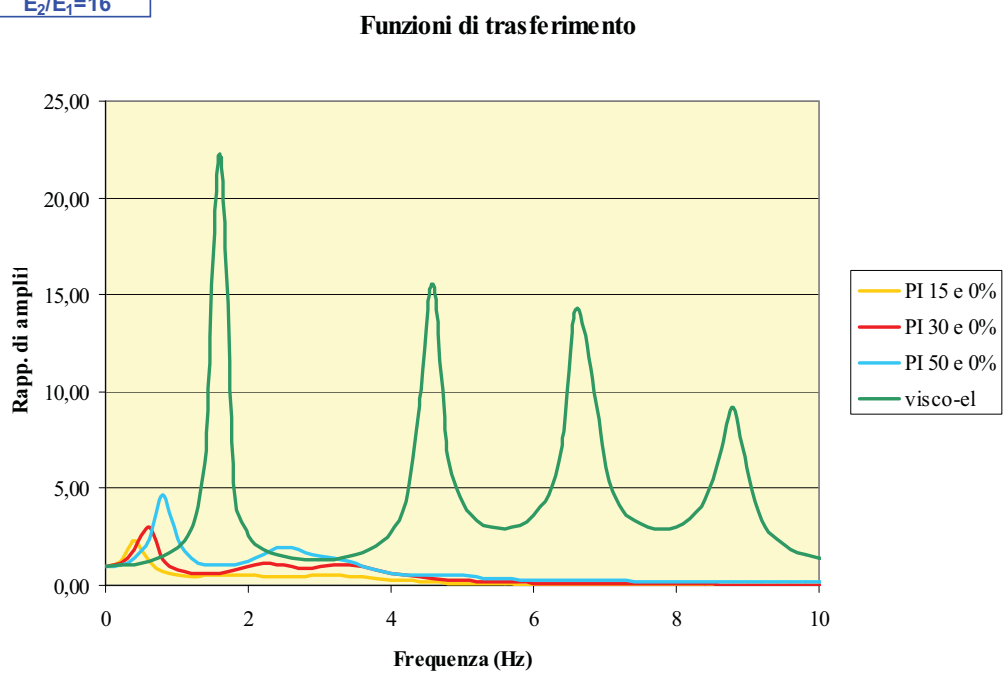
**Funzioni di trasferimento**



**Figura 5.66** – Confronto tra i range di frequenze dello spettro di Fourier dell'input I1 (a) e delle funzioni di amplificazione (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare della stratigrafia S3.

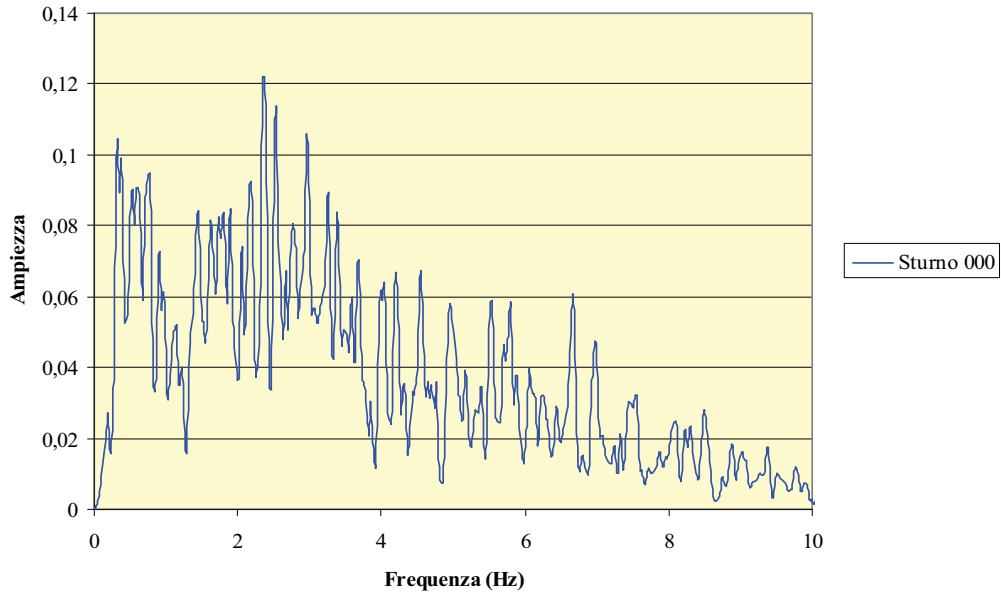


$E_2/E_1=16$



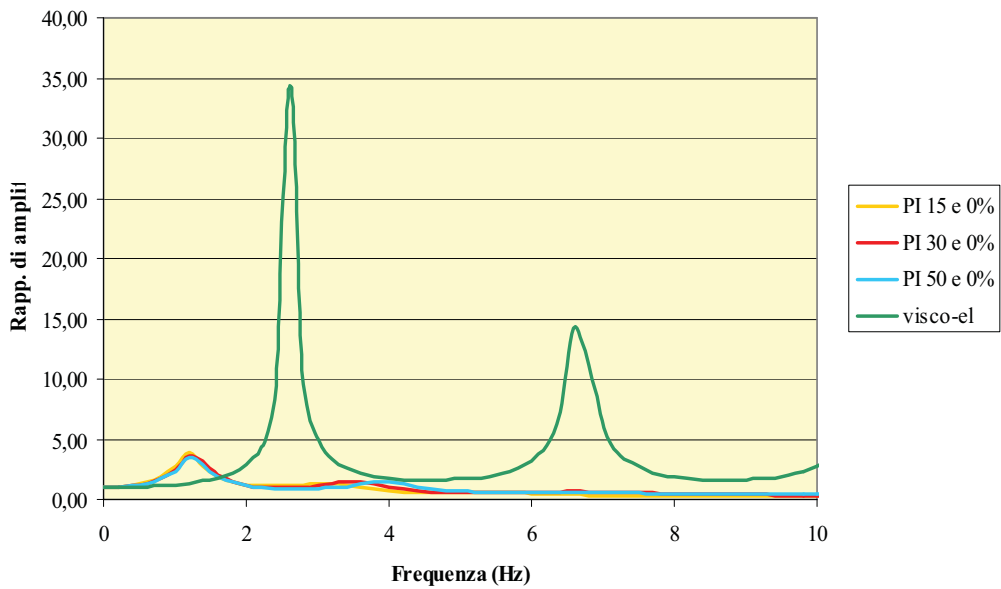
**Figura 5.67** – Confronto tra i range di frequenze dello spettro di Fourier dell'input I2 (a) e delle funzioni di amplificazione (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare della stratigrafia S2.

**Fourier**

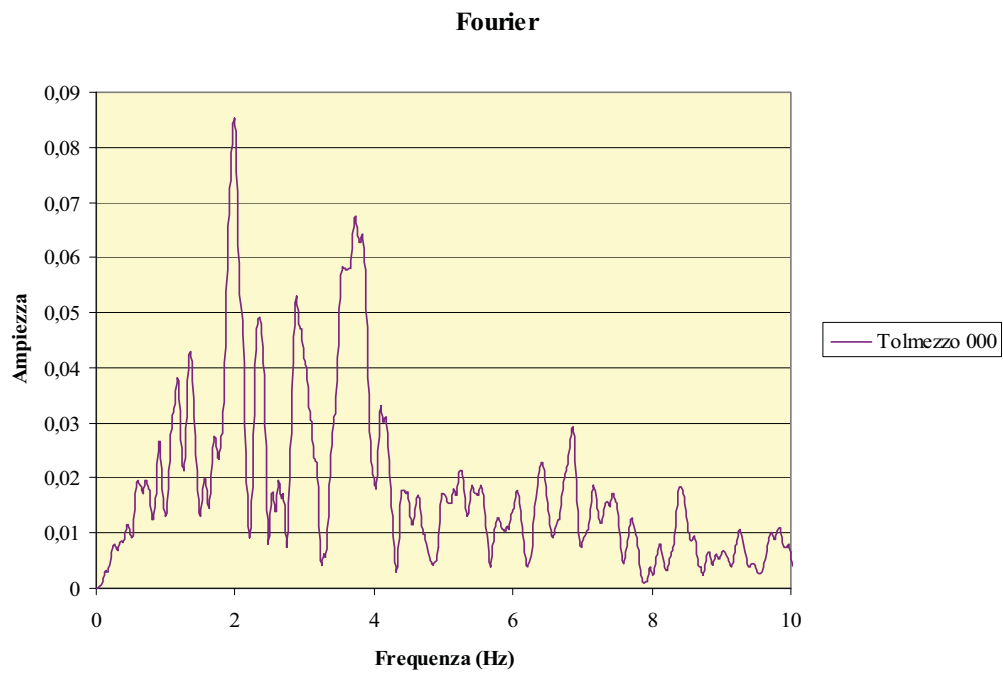


$E_2/E_1=4$

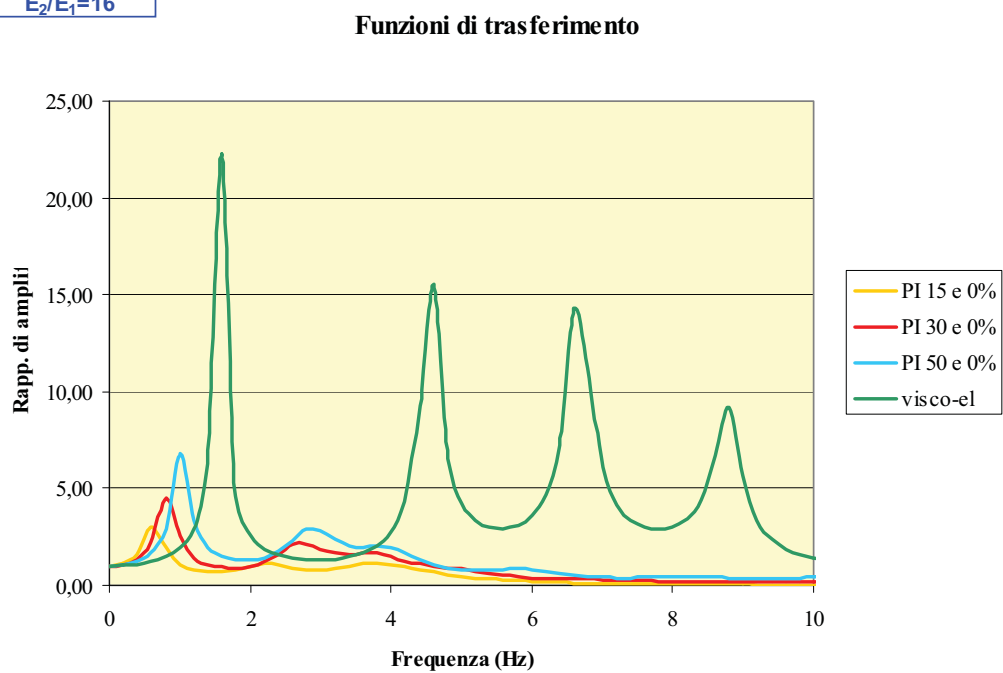
**Funzioni di trasferimento**



**Figura 5.68** – Confronto tra i range di frequenze dello spettro di Fourier dell'input I2 (a) e delle funzioni di amplificazione (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare della stratigrafia S3.

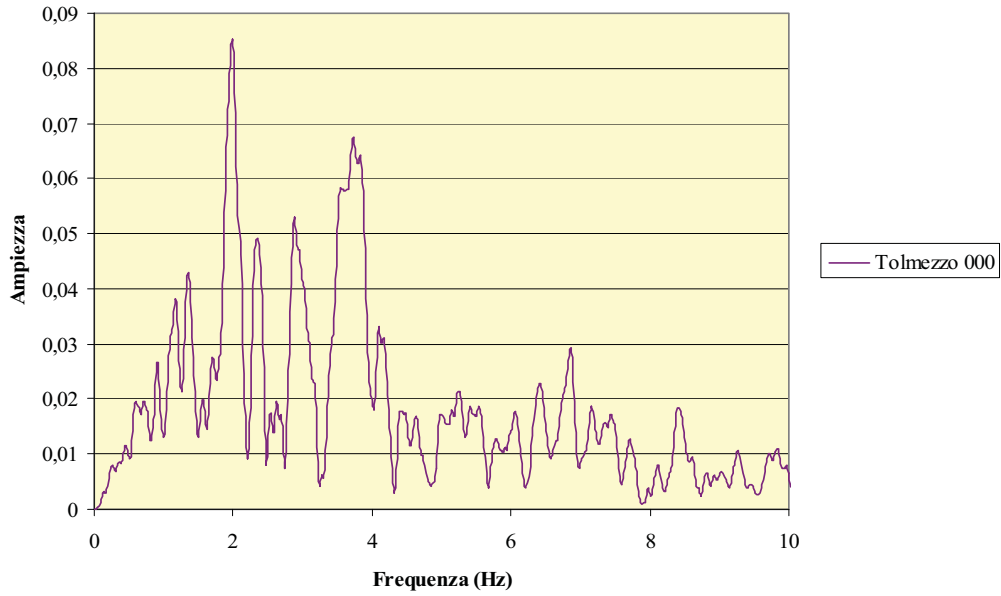


$E_2/E_1=16$



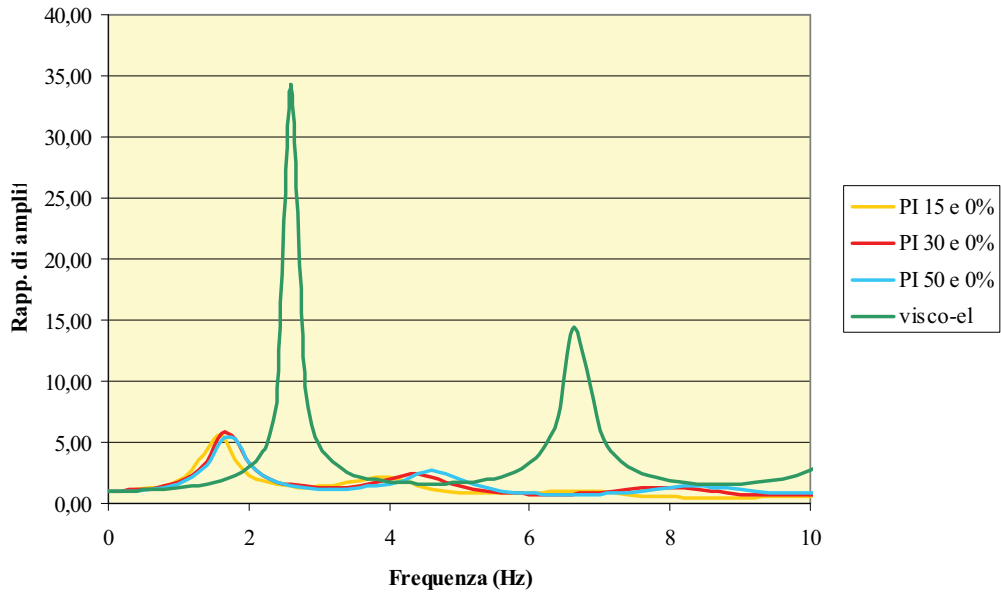
**Figura 5.69** – Confronto tra i range di frequenze dello spettro di Fourier dell'input I3 (a) e delle funzioni di amplificazione (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare della stratigrafia S2.

**Fourier**

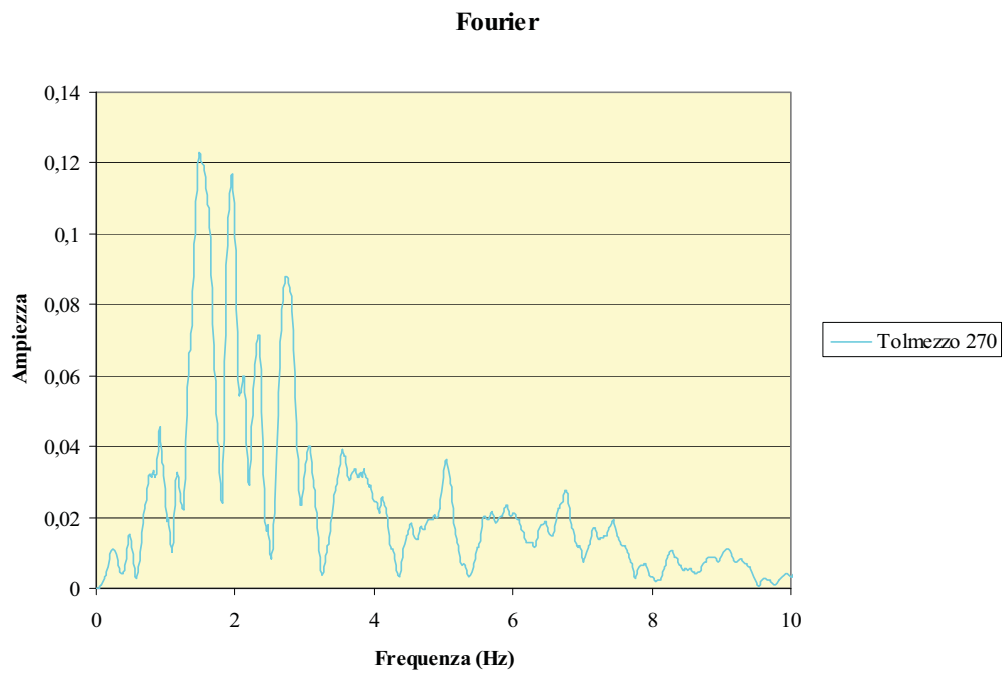


$E_2/E_1=4$

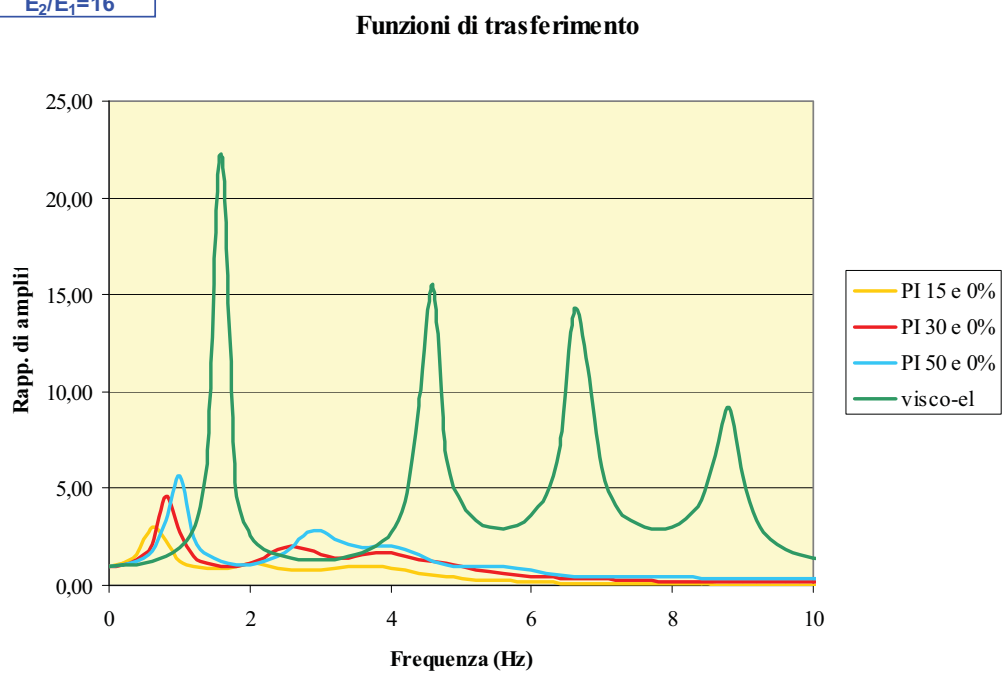
**Funzioni di trasferimento**



**Figura 5.70** – Confronto tra i range di frequenze dello spettro di Fourier dell’input I3 (a) e delle funzioni di amplificazione (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare della stratigrafia S3.



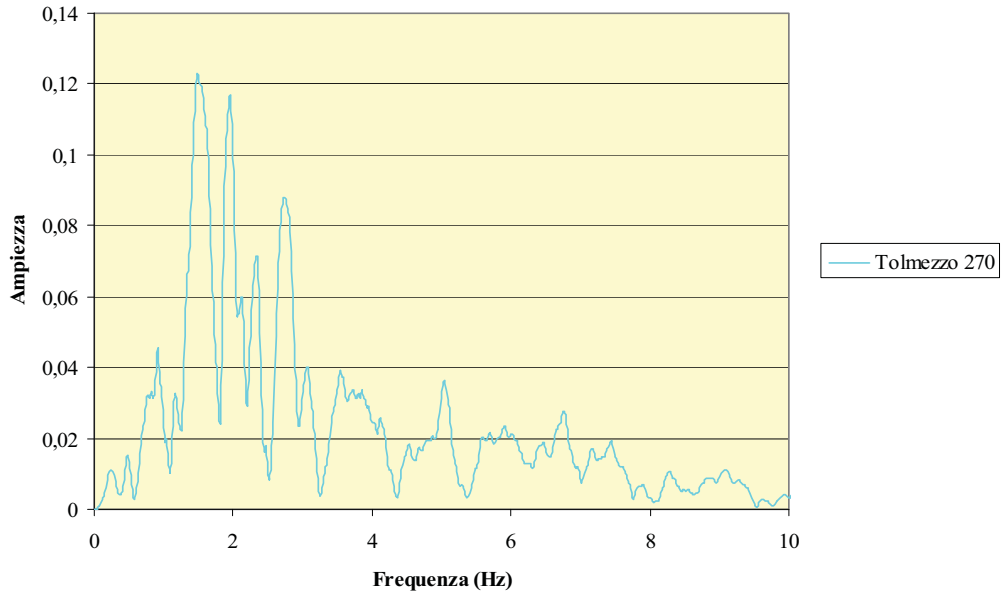
$E_2/E_1=16$



**Figura 5.71** – Confronto tra i range di frequenze dello spettro di Fourier dell'input I4 (a) e delle funzioni di amplificazione (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare della stratigrafia S2.



**Fourier**



$E_2/E_1=4$

**Funzioni di trasferimento**

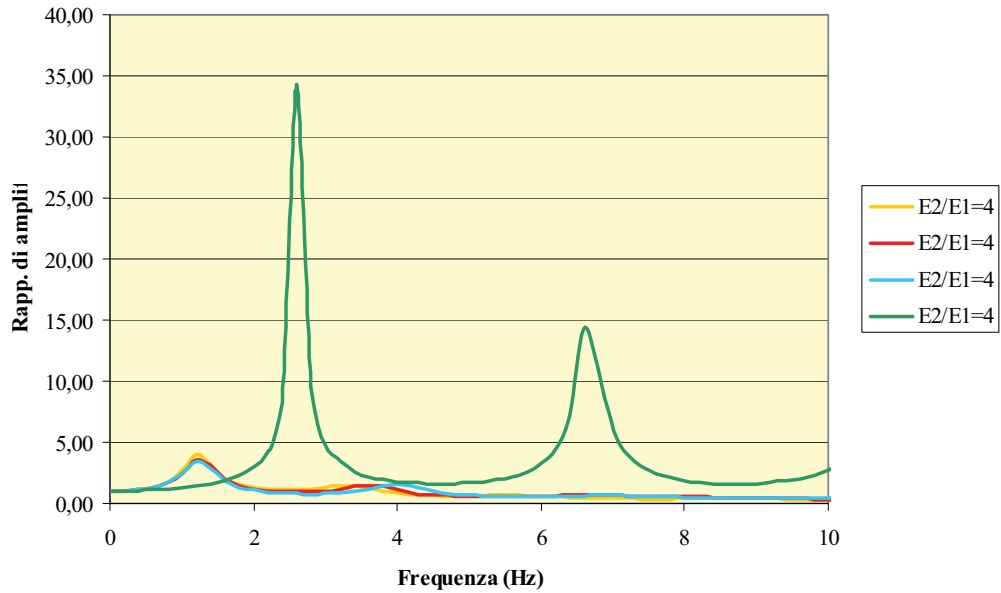
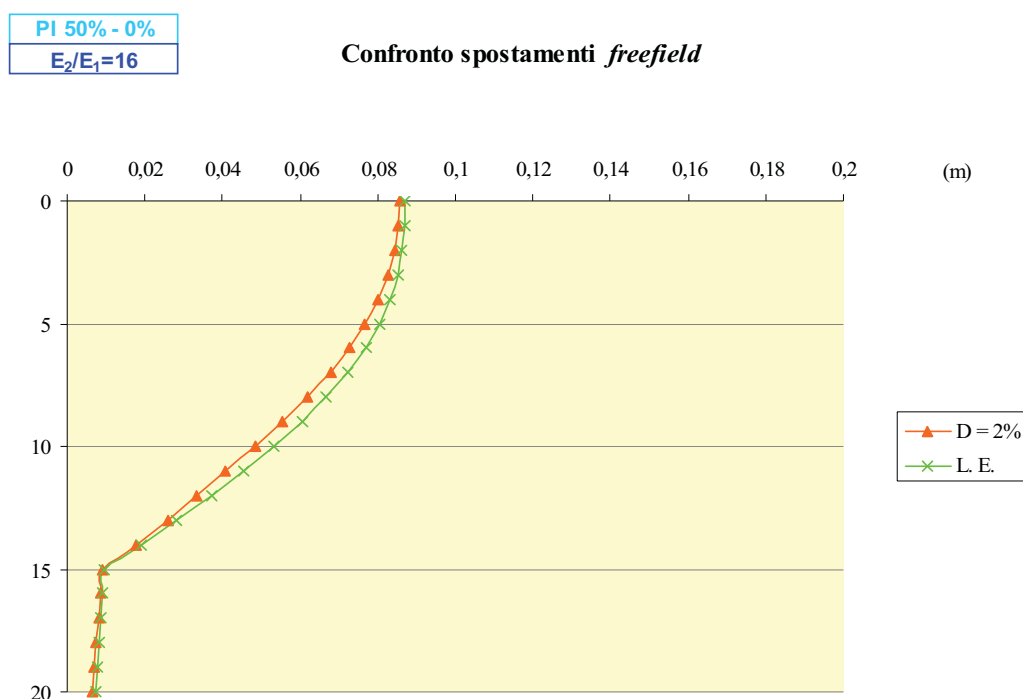
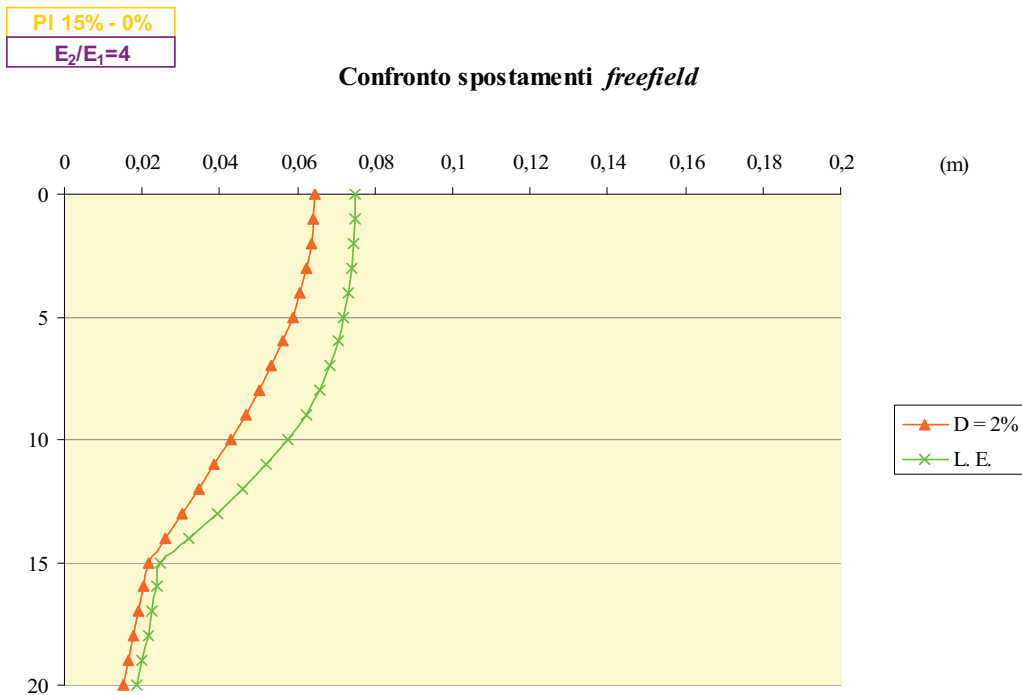
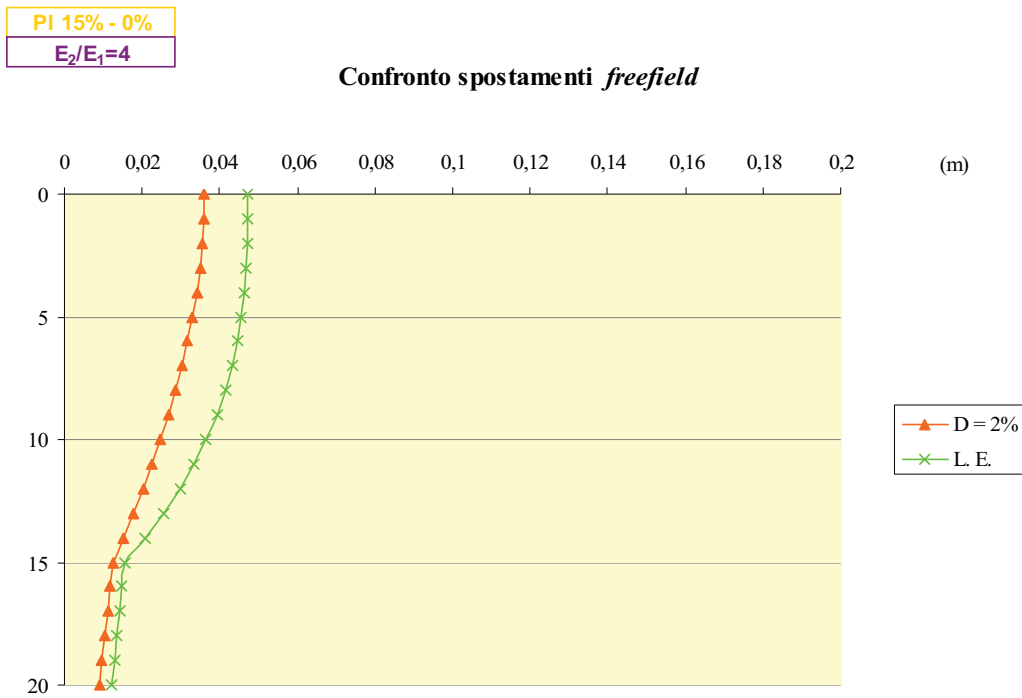


Figura 5.72 – Confronto tra i range di frequenze dello spettro di Fourier dell'input I4 (a) e delle funzioni di amplificazione (b) in campo visco-elastico e in campo non lineare della stratigrafia S3.

Osservando gli spostamenti del terreno in campo libero è inoltre possibile spiegare le eccezioni riscontrate per le stratigrafie  $S2$  con  $PI = 50\% - 0\%$  e  $S3$  con  $PI = 15\% - 0\%$  soggette all'input  $I1$  e per la stratigrafia  $S3$  con  $PI = 15\% - 0\%$  soggetta all'input  $I4$ : in questi casi i momenti riscontrati all'interfaccia tra i due strati a differente rigidezza sono maggiori in campo non lineare poiché gli spostamenti di *freefield* presentano, a quella profondità, una maggiore curvatura rispetto al caso visco-elastico (figure 5.73 e 5.74).



**Figura 5.73** – Confronto tra gli spostamenti *freefield* del terreno in campo visco-elastico e in campo non lineare per la stratigrafia  $S2$  con indice di plasticità dello strato superiore  $PI_1=50\%$  e indice di plasticità dello strato inferiore  $PI_2=0\%$ , soggetta all'input  $I1$ .



**Figura 5.74** – Confronto tra gli spostamenti *freefield* del terreno in campo visco-elastico e in campo non lineare per la stratigrafia S3 con indice di plasticità dello strato superiore PI<sub>1</sub>=15% e indice di plasticità dello strato inferiore PI<sub>2</sub>=0%, soggetta all'input I1 (a) e I4 (b).

### *5.2.2. Analisi relativa alle stratigrafie aventi rigidezza linearmente crescente con la profondità*

Nelle figure dalla 5.75 alla 5.86 sono riportati i diagrammi rappresentativi dell'involuppo dei momenti e degli spostamenti cinematici massimi registrati lungo il palo, al variare della sollecitazione sismica, per le stratigrafie *S5* e *S6* per le quali la rigidezza varia linearmente con la profondità.

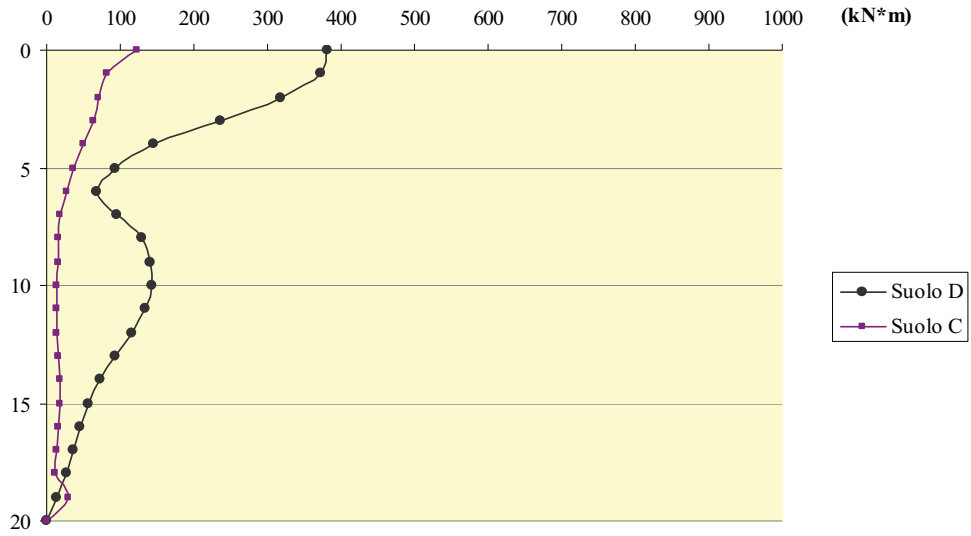
L'analisi parametrica è stata effettuata in campo non lineare, utilizzando diversi valori dell'indice di plasticità *PI* costanti per tutto il banco di terreno.

Come è possibile osservare anche dalle figure 5.87 e 5.88, nelle quali sono diagrammati i momenti cinematici in testa al palo calcolati per i diversi indici di plasticità *PI* al variare di  $V_{s,30}$ , si evince che quando quest'ultimo parametro cresce i momenti si riducono per ciascun input sismico, qualunque sia l'indice di plasticità considerato.

Pertanto, anche nel caso di comportamento non lineare i valori maggiori di momento in testa si registrano sempre per il sottosuolo appartenente alla categoria "D".

PI 15%

Rigidezza lineare lungo il profilo



PI 15%

Rigidezza lineare lungo il profilo

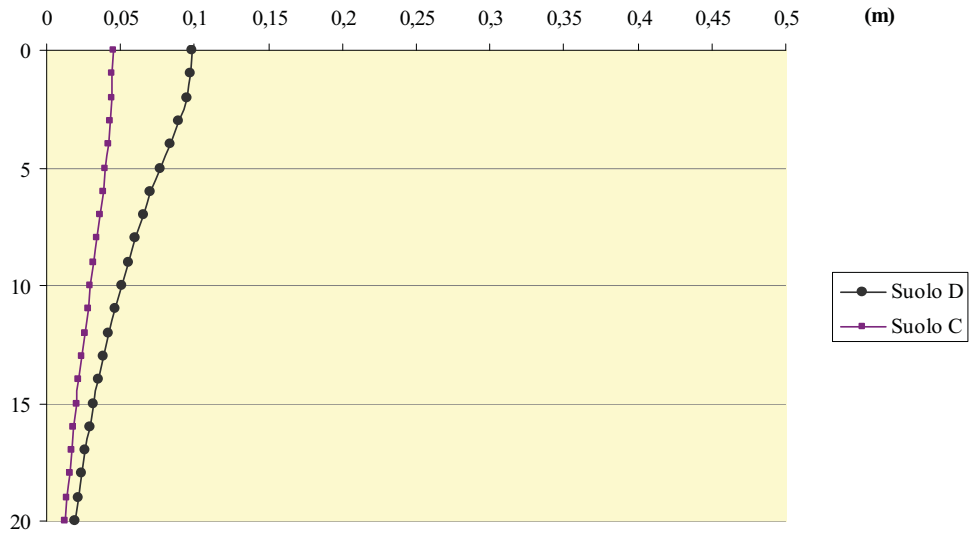
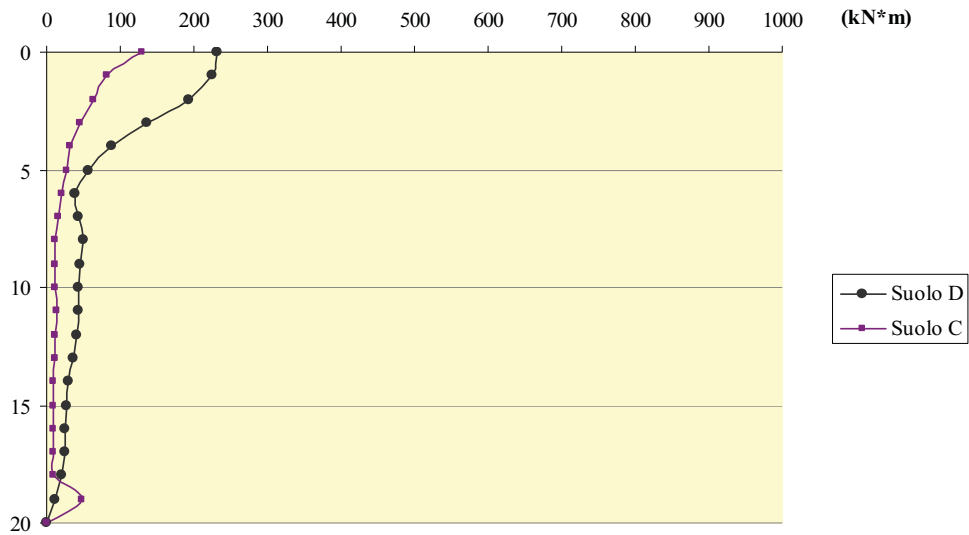


Figura 5.75 – Involuppo dei momenti (a) e degli spostamenti del palo (b) per le stratigraf. S5 e S6 in campo non lineare, con indice di plasticità del deposito PI=15%, soggette all'input I1.

PI 30%

Rigidezza lineare lungo il profilo



PI 30%

Rigidezza lineare lungo il profilo

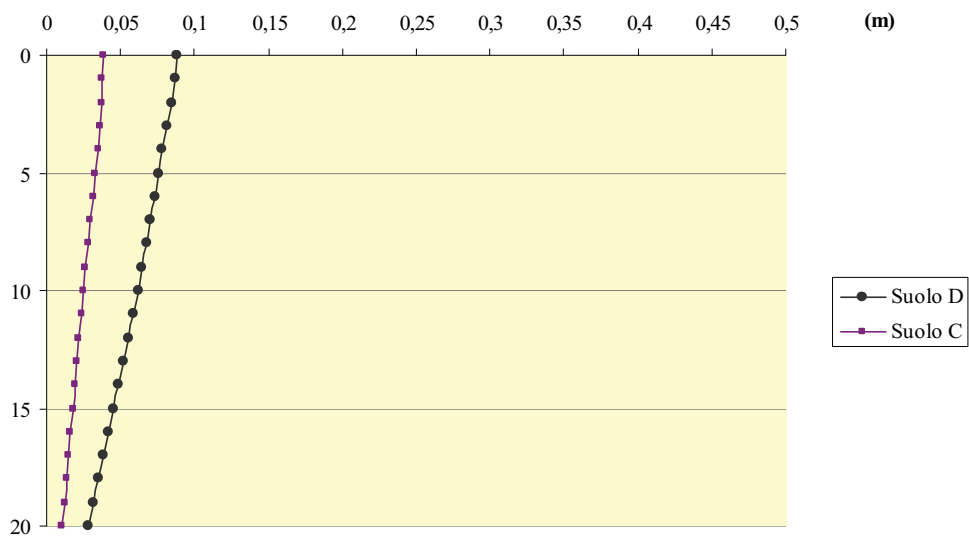
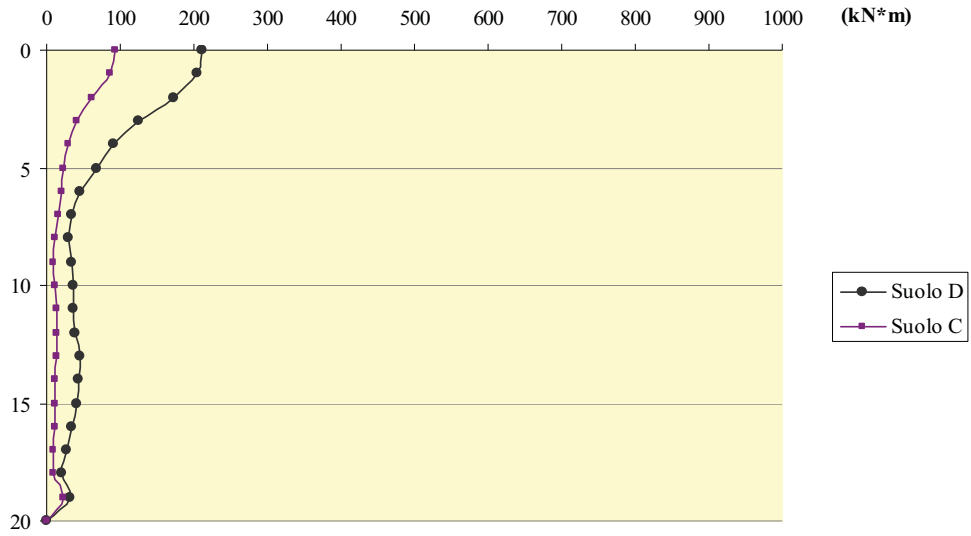


Figura 5.76 – Involuppo dei momenti (a) e degli spostamenti del palo (b) per le stratigraf. S5 e S6 in campo non lineare, con indice di plasticità del deposito  $PI=30\%$ , soggette all'input I1.

PI 50%

Rigidezza lineare lungo il profilo



PI 50%

Rigidezza lineare lungo il profilo

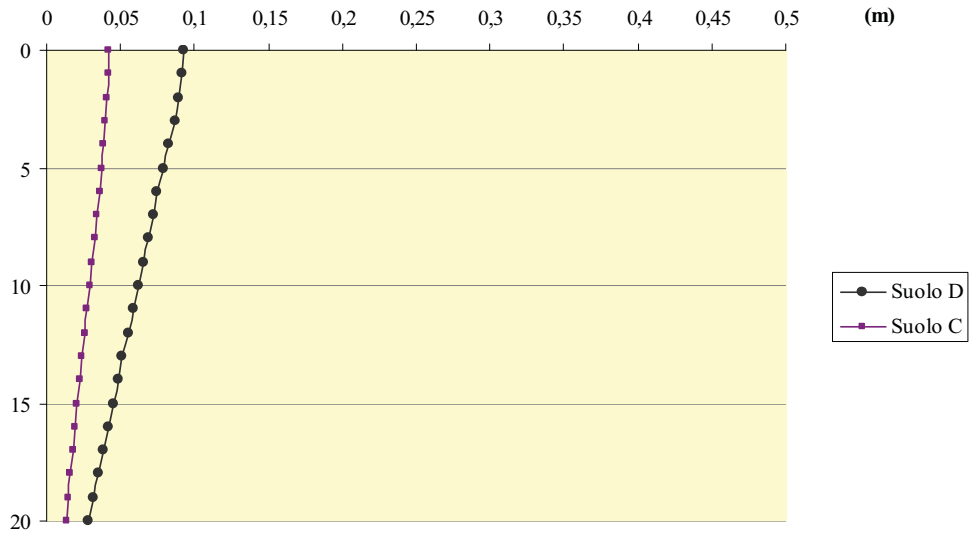
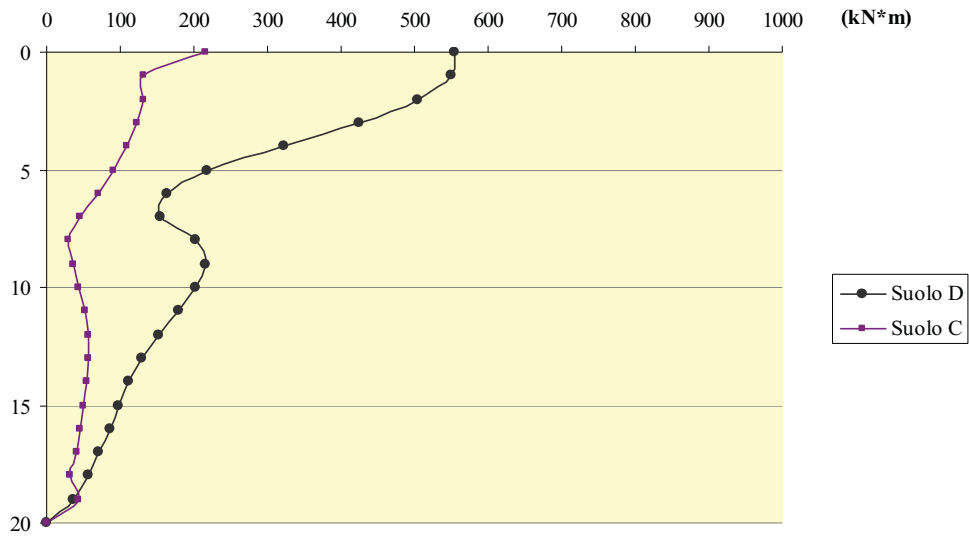


Figura 5.77 – Involuppo dei momenti (a) e degli spostamenti del palo (b) per le stratigraf. S5 e S6 in campo non lineare, con indice di plasticità del deposito PI=50%, soggette all'input I1.

PI 15%

Rigidezza lineare lungo il profilo



PI 15%

Rigidezza lineare lungo il profilo

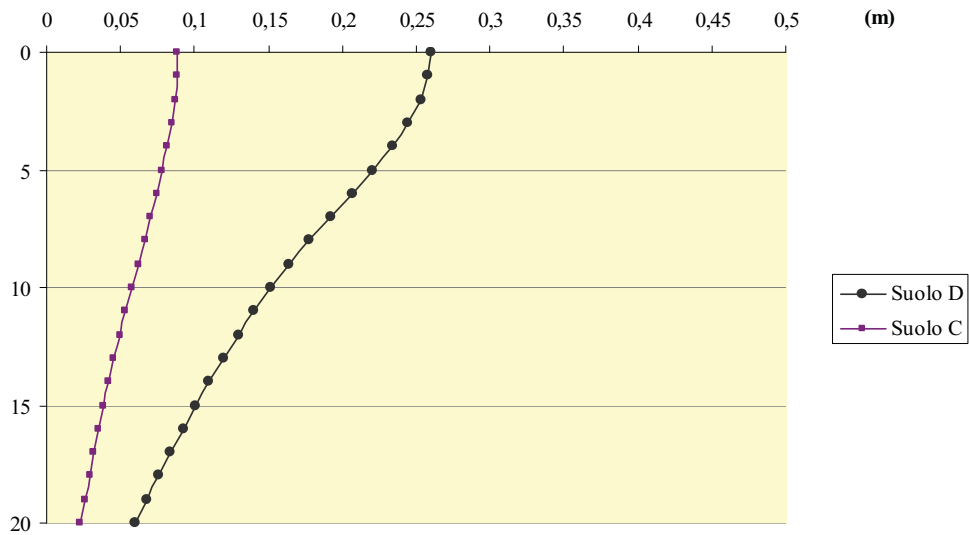
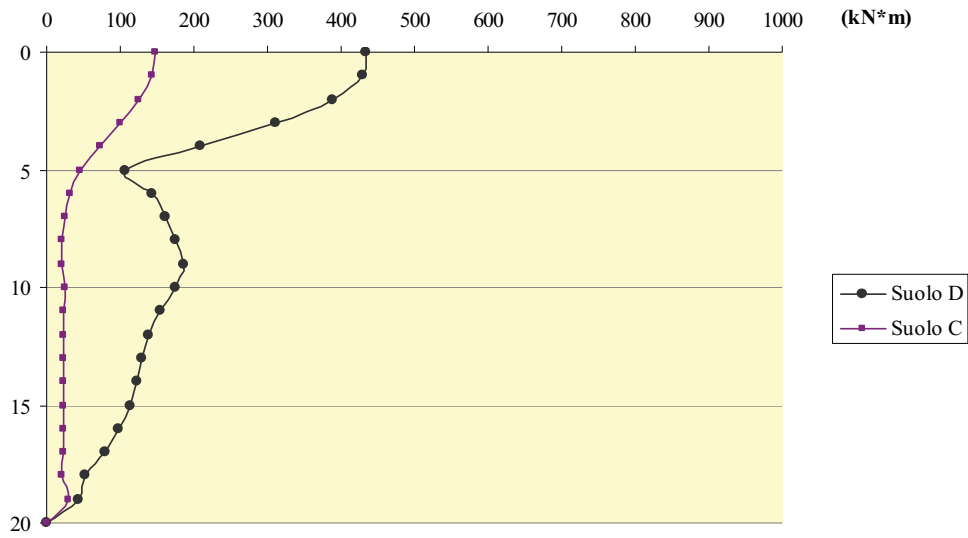


Figura 5.78 – Involuppo dei momenti (a) e degli spostamenti del palo (b) per le stratigraf. S5 e S6 in campo non lineare, con indice di plasticità del deposito PI=15%, soggette all'input I2.



PI 30%

Rigidezza lineare lungo il profilo



PI 30%

Rigidezza lineare lungo il profilo

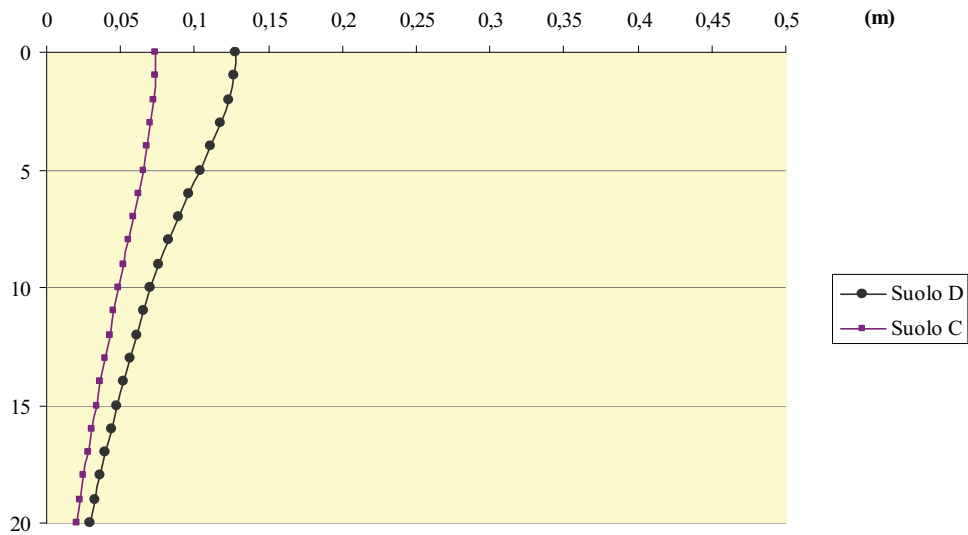
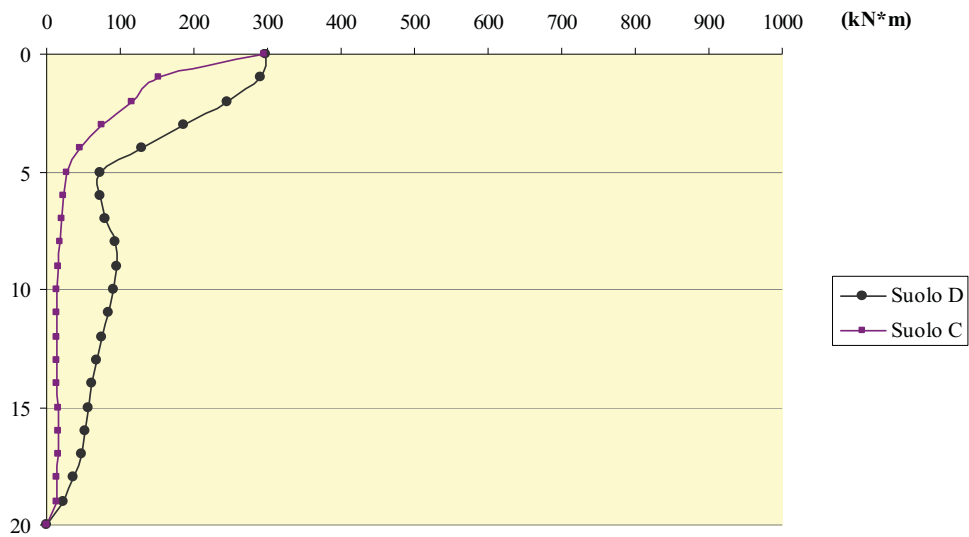


Figura 5.79 – Involuppo dei momenti (a) e degli spostamenti del palo (b) per le stratigraf. S5 e S6 in campo non lineare, con indice di plasticità del deposito PI=30%, soggette all'input I2.

PI 50%

Rigidezza lineare lungo il profilo



PI 50%

Rigidezza lineare lungo il profilo

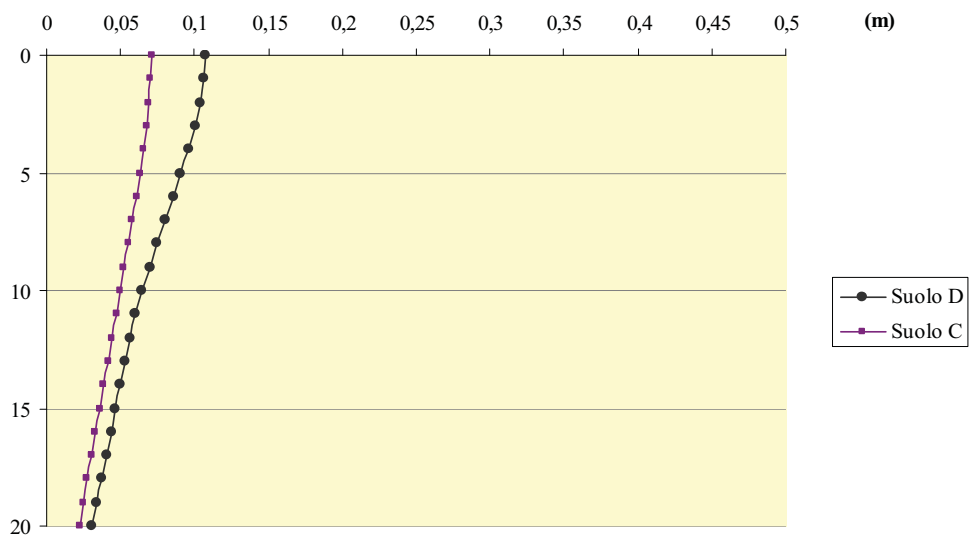
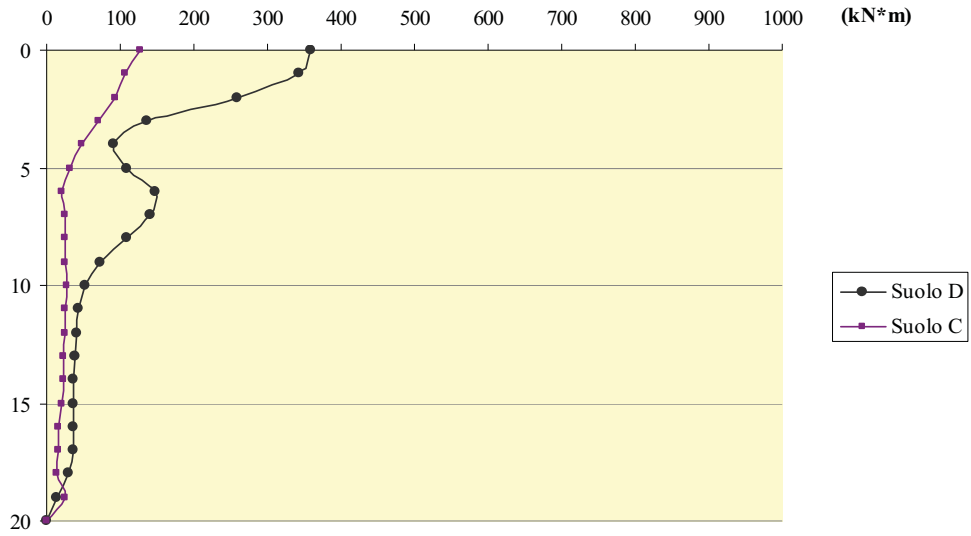


Figura 5.80 – Involuppo dei momenti (a) e degli spostamenti del palo (b) per le stratigraf. S5 e S6 in campo non lineare, con indice di plasticità del deposito  $PI=50\%$ , soggette all'input I2.

PI 15%

Rigidezza lineare lungo il profilo



PI 15%

Rigidezza lineare lungo il profilo

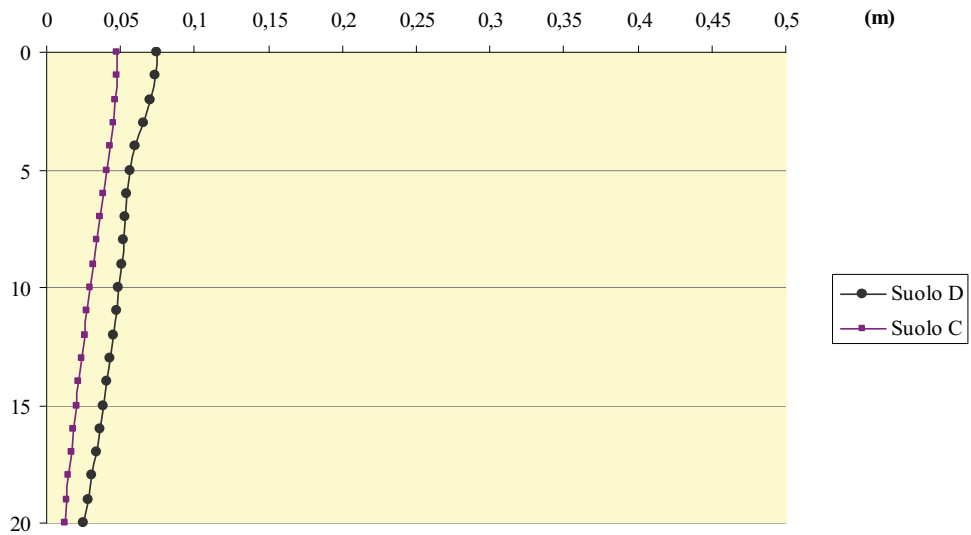
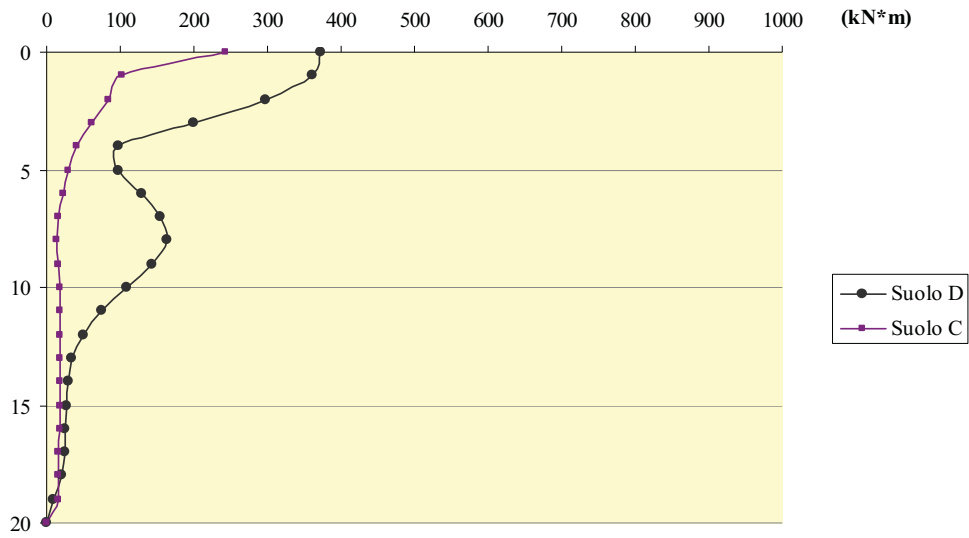


Figura 5.81 – Involuppo dei momenti (a) e degli spostamenti del palo (b) per le stratigraf. S5 e S6 in campo non lineare, con indice di plasticità del deposito PI=15%, soggette all'input I3.

PI 30%

Rigidezza lineare lungo il profilo



PI 30%

Rigidezza lineare lungo il profilo

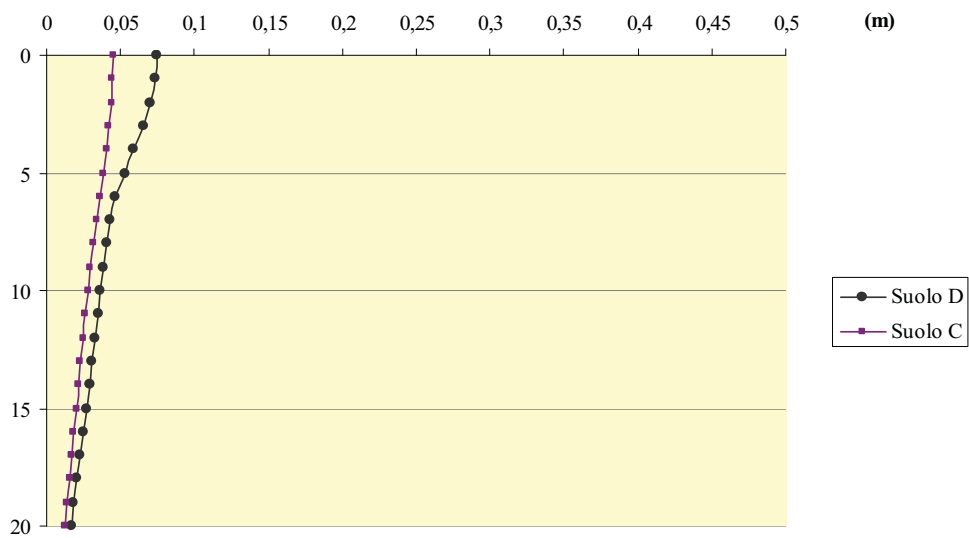
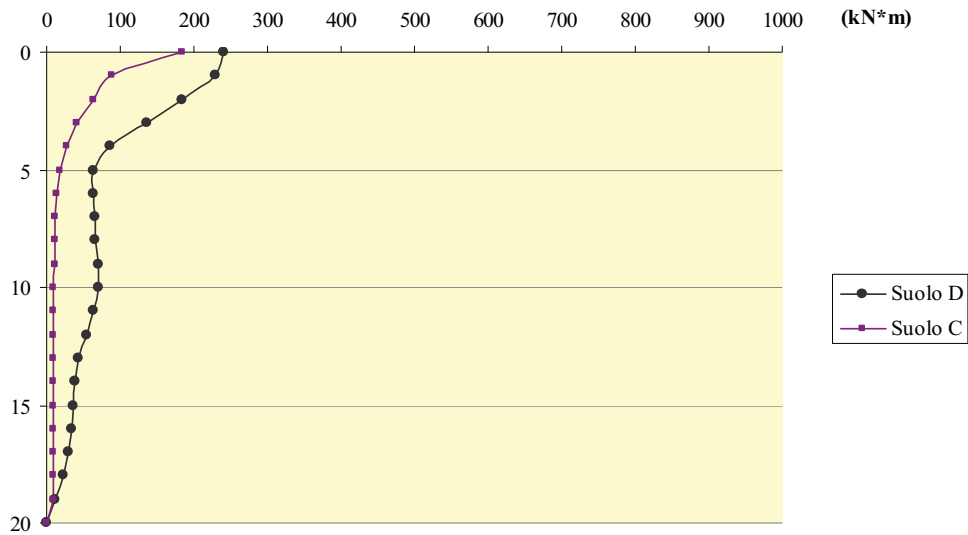


Figura 5.82 – Involuppo dei momenti (a) e degli spostamenti del palo (b) per le stratigraf. S5 e S6 in campo non lineare, con indice di plasticità del deposito PI=30%, soggette all'input I3.

PI 50%

Rigidezza lineare lungo il profilo



PI 50%

Rigidezza lineare lungo il profilo

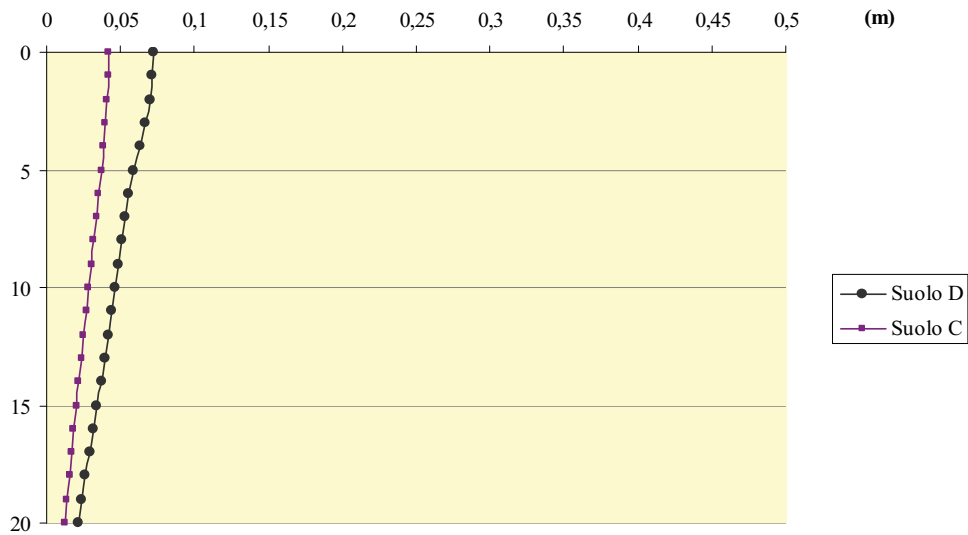
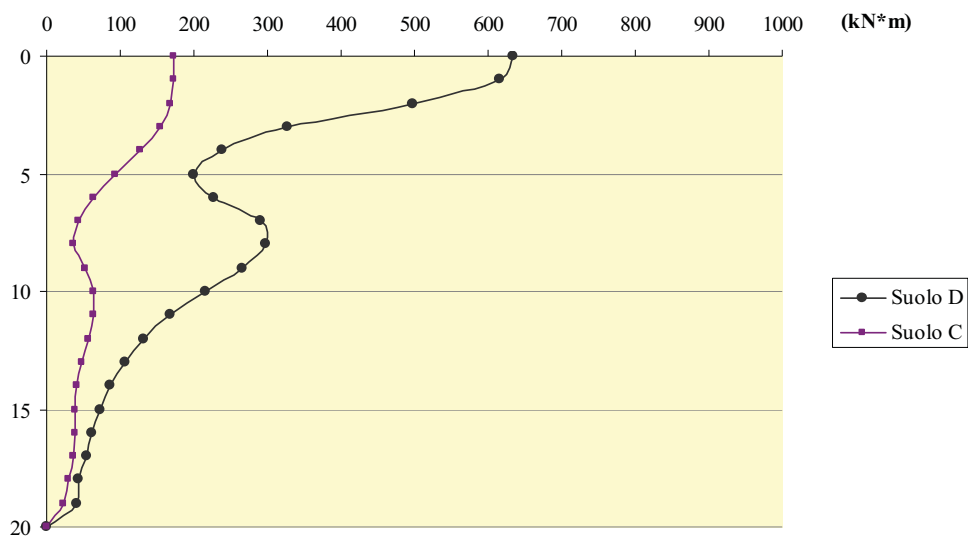


Figura 5.83 – Involuppo dei momenti (a) e degli spostamenti del palo (b) per le stratigraf. S5 e S6 in campo non lineare, con indice di plasticità del deposito PI=50%, soggette all'input I3.

PI 15%

Rigidezza lineare lungo il profilo



PI 15%

Rigidezza lineare lungo il profilo

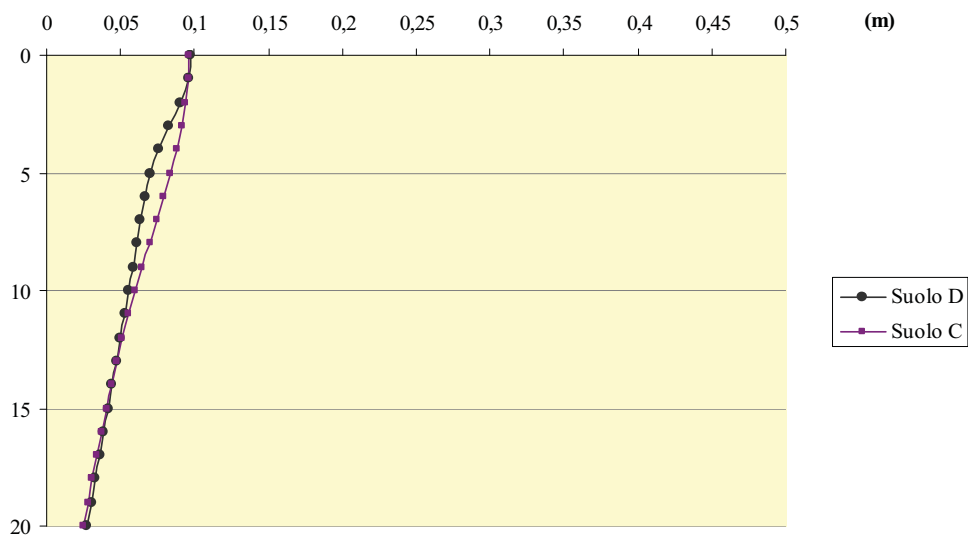
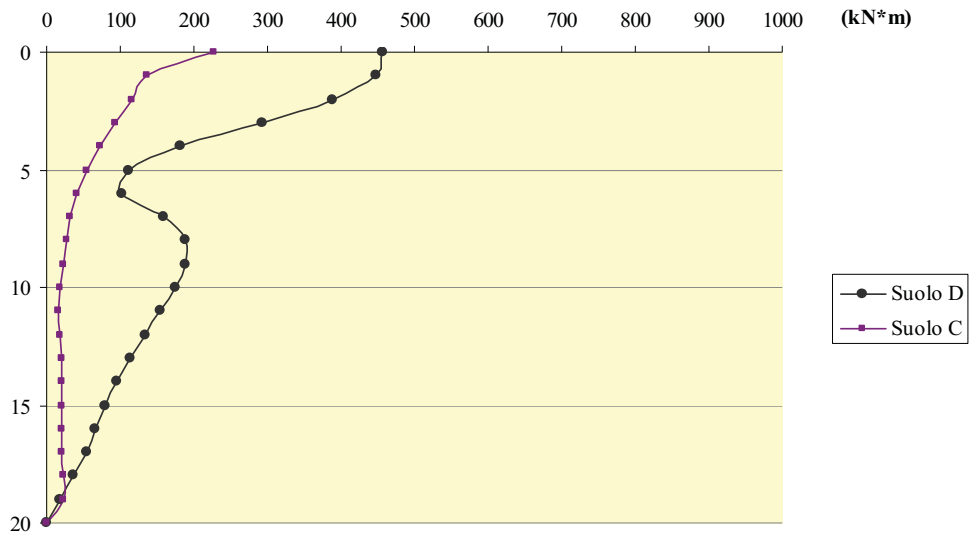


Figura 5.84 – Involuppo dei momenti (a) e degli spostamenti del palo (b) per le stratigraf. S5 e S6 in campo non lineare, con indice di plasticità del deposito  $PI=15\%$ , soggette all'input I4.

PI 30%

Rigidezza lineare lungo il profilo



PI 30%

Rigidezza lineare lungo il profilo

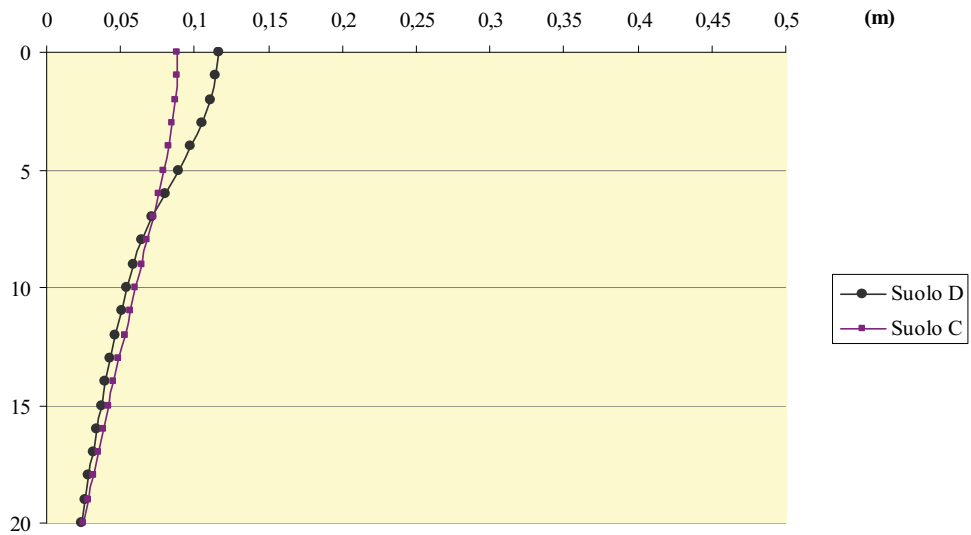
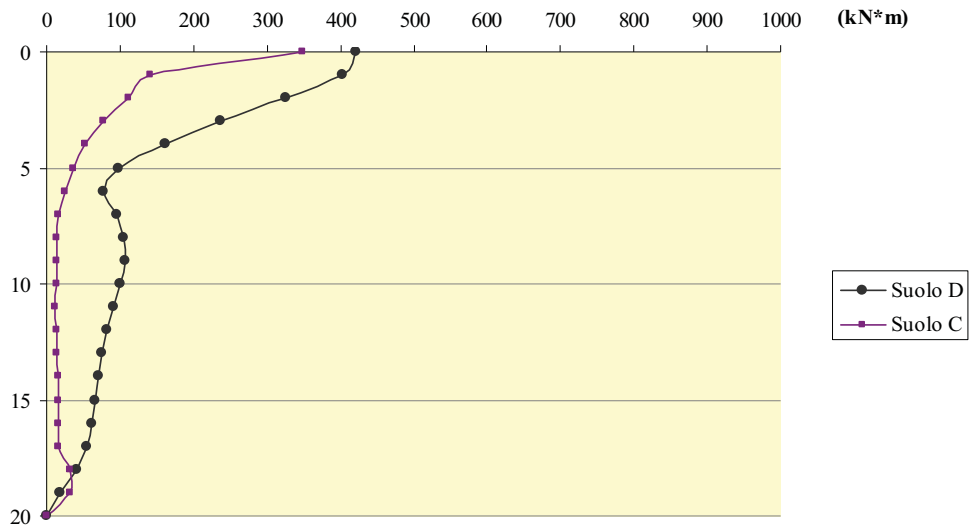


Figura 5.85 – Involuppo dei momenti (a) e degli spostamenti del palo (b) per le stratigraf. S5 e S6 in campo non lineare, con indice di plasticità del deposito PI=30%, soggette all'input I4.

PI 50%

Rigidezza lineare lungo il profilo



PI 50%

Rigidezza lineare lungo il profilo

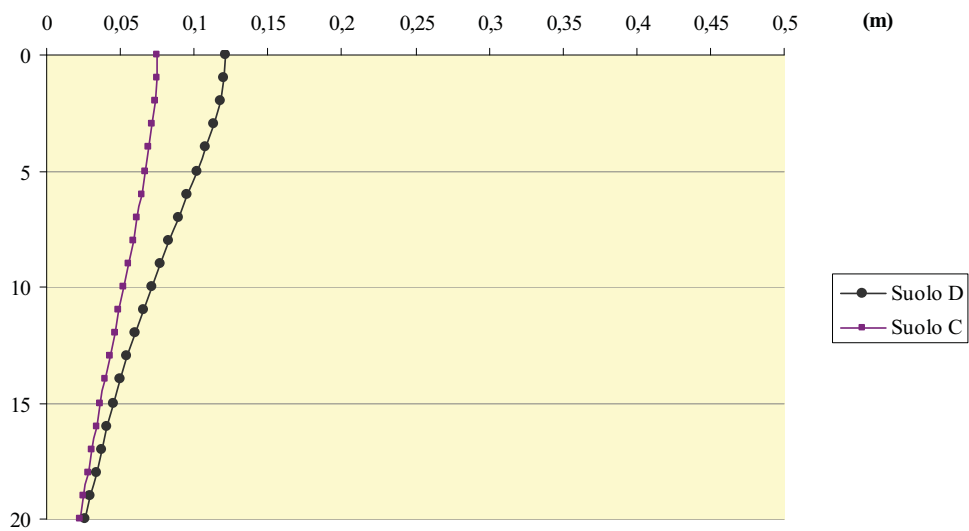
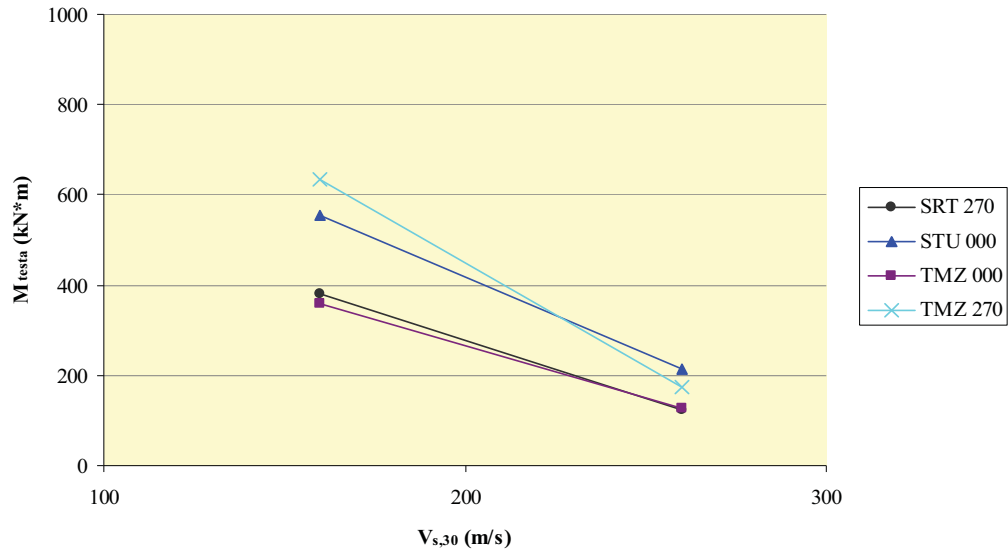


Figura 5.86 – Involuppo dei momenti (a) e degli spostamenti del palo (b) per le stratigraf. S5 e S6 in campo non lineare, con indice di plasticità del deposito PI=50%, soggette all'input I4.



PI 15%

Rigidezza lineare lungo il profilo



PI 30%

Rigidezza lineare lungo il profilo

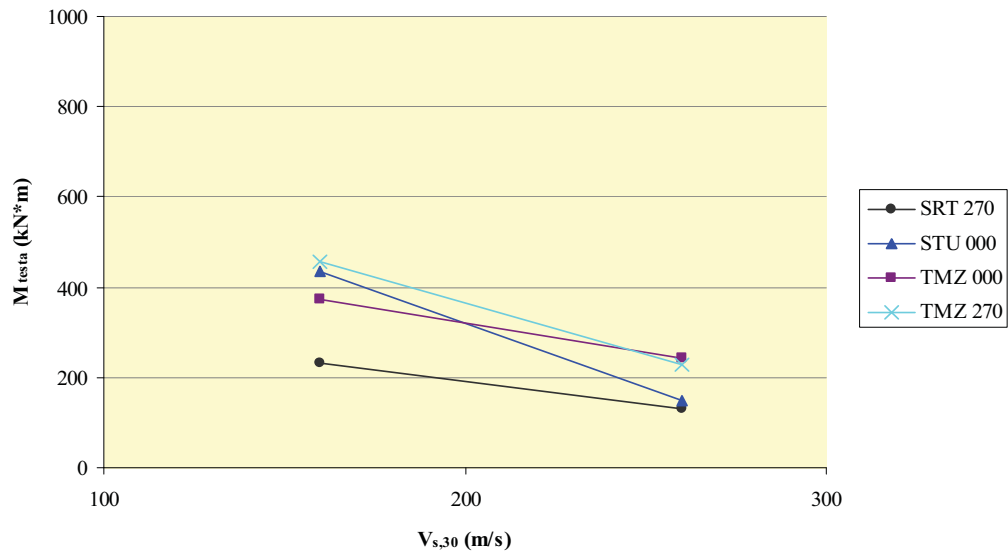
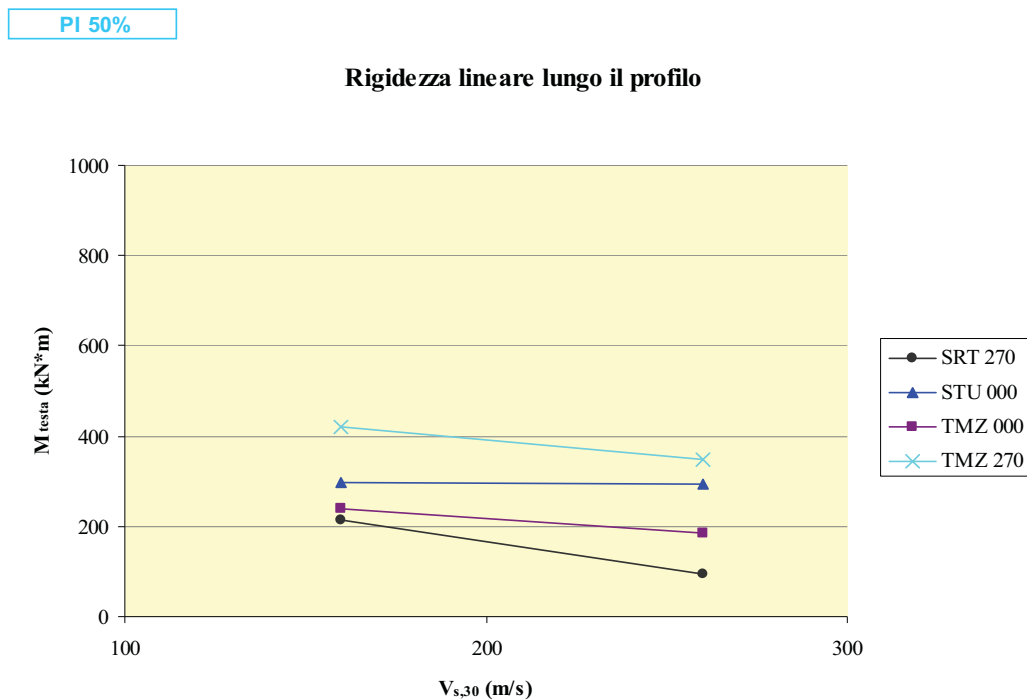


Figura 5.87 – Momenti cinematici in testa al palo per le stratigrafie S5 e S6 in campo non lineare, calcolati rispettivamente con indice di plasticità del deposito  $PI=15\%$  (a) e con indice di plasticità del deposito  $PI=30\%$  (b).

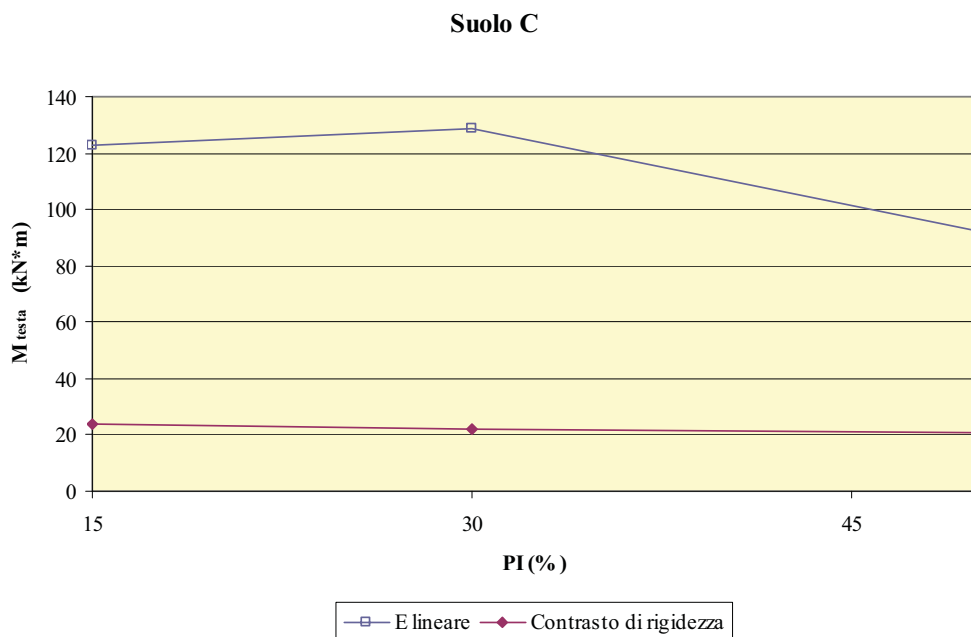
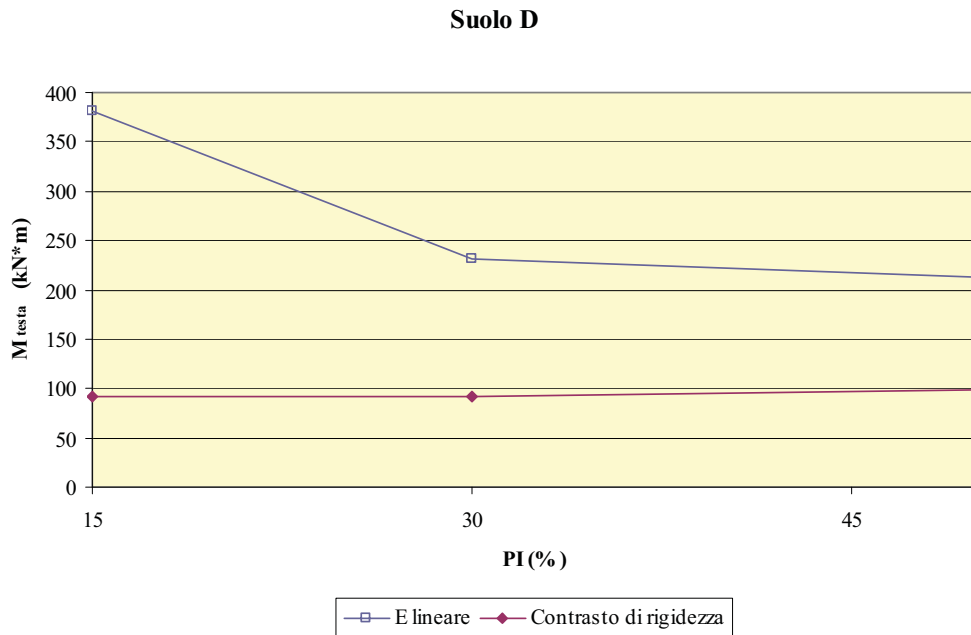


**Figura 5.88** – Momenti cinematici in testa al palo per le stratigrafie S5 e S6 in campo non lineare, calcolati con indice di plasticità del deposito  $PI=50\%$ .

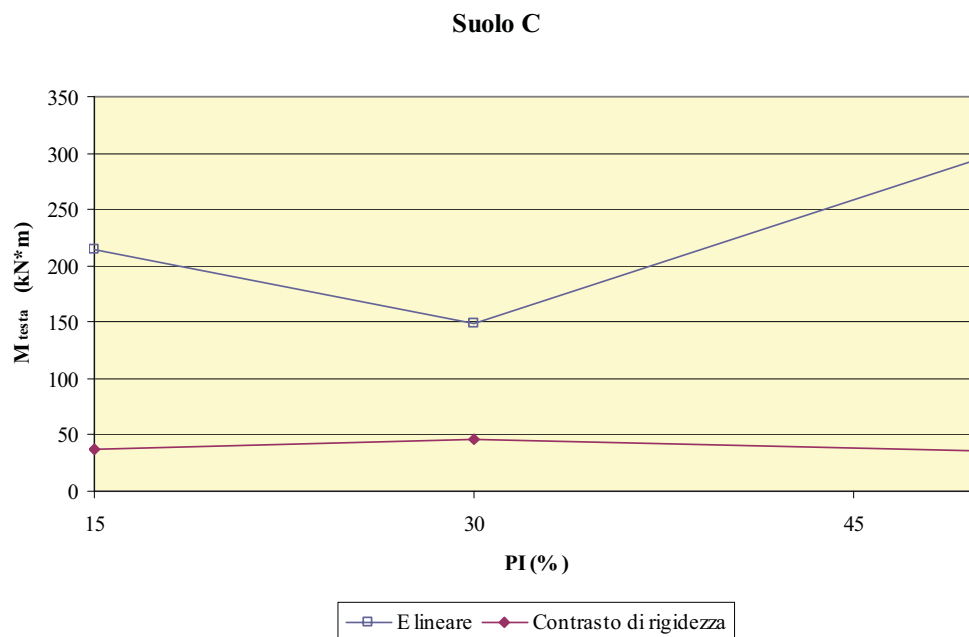
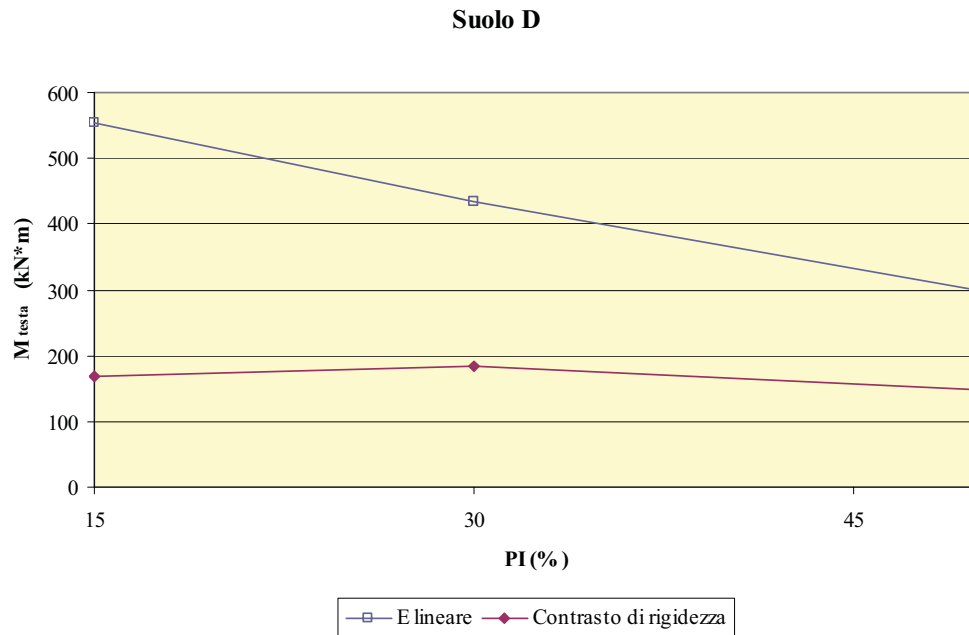
*5.2.3. Confronto fra stratigrafie con contrasto di rigidezza e stratigrafie con rigidezza variabile linearmente con la profondità*

E' stato successivamente operato un confronto, in campo non lineare, tra i momenti in testa calcolati per le stratigrafie aventi rigidezza variabile lungo il profilo e quelli calcolati per le stratigrafie con velocità delle onde di taglio equivalenti, ma dotate di interfaccia meccanica posta a 15 m dal piano campagna.

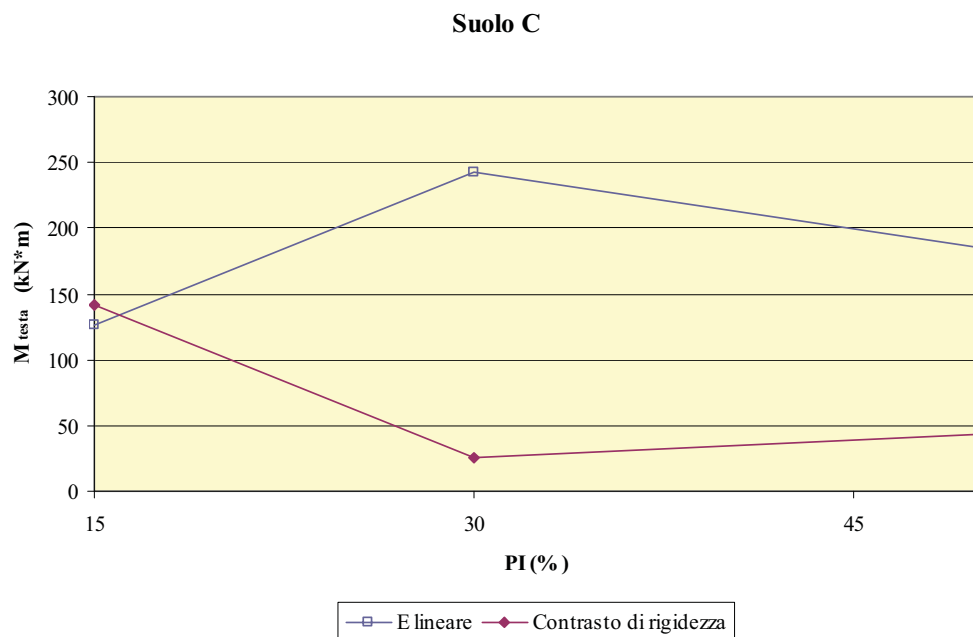
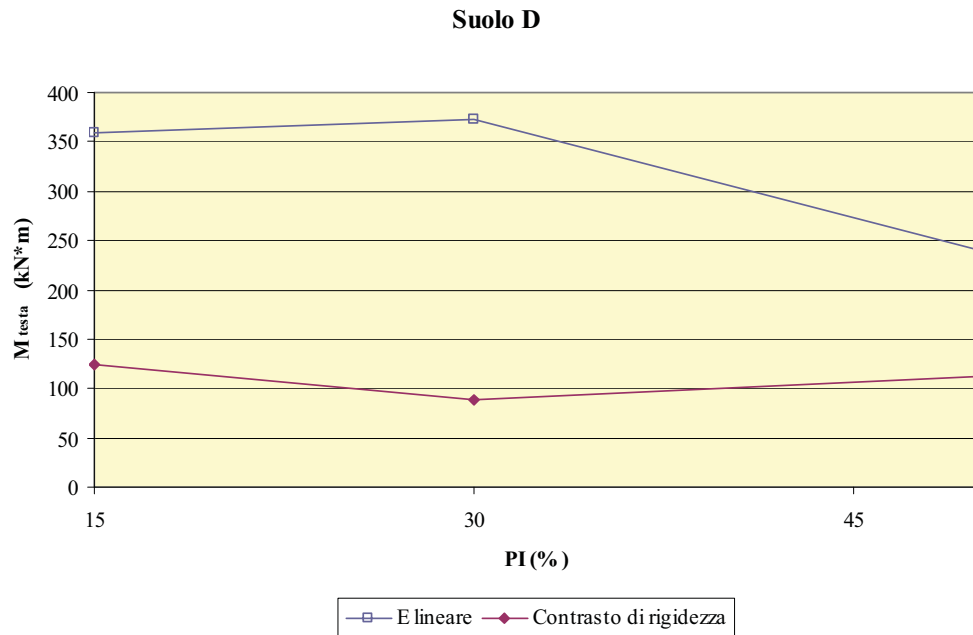
I risultati sono riportati nelle figure dalla 5.89 alla 5.92 per i diversi accelerogrammi, al variare dell'indice di plasticità  $PI$  espresso in percentuale.



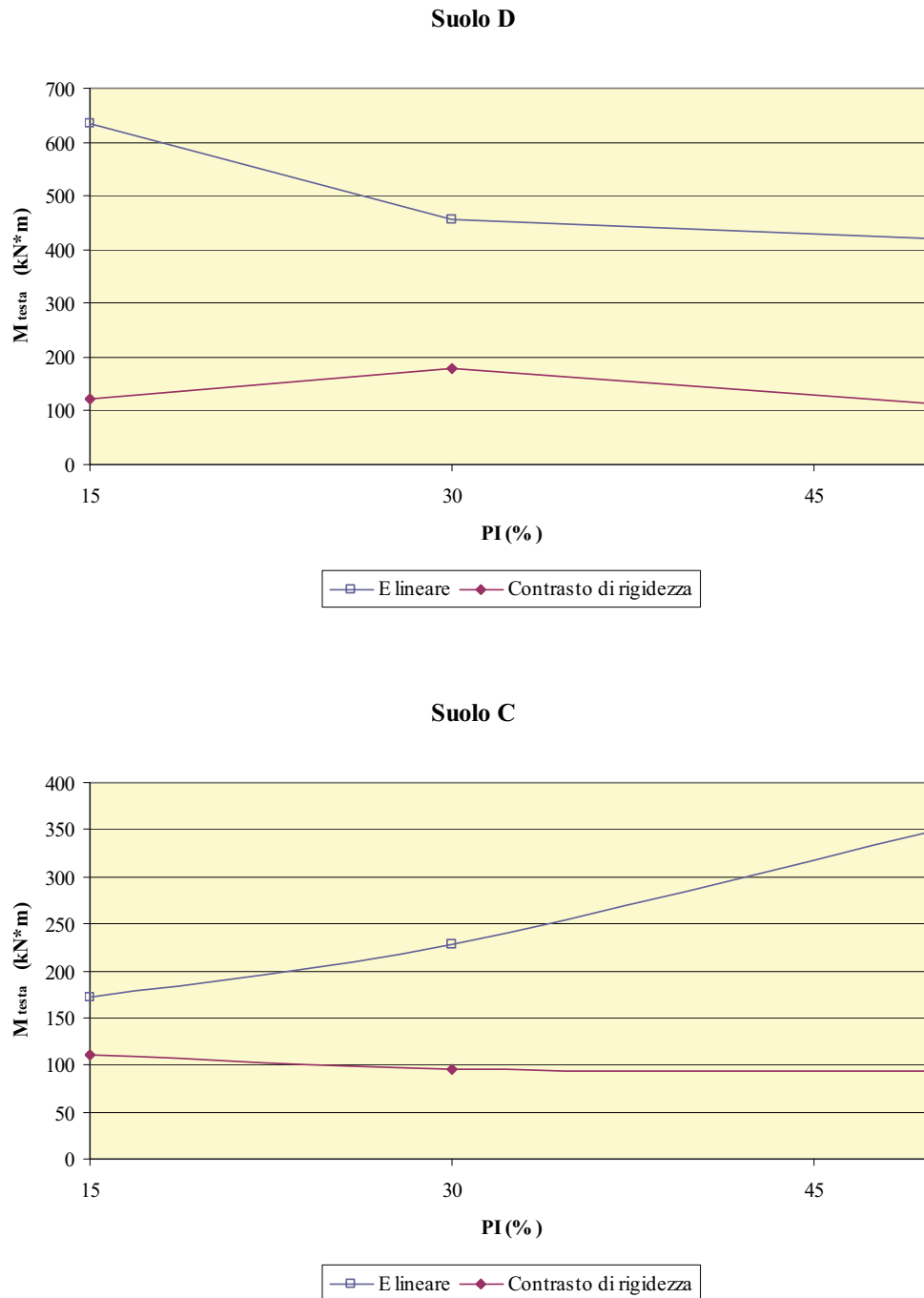
**Figura 5.89** – Confronto tra i momenti del palo calcolati per le stratigrafie S2 e S5 (a) e per le stratigrafie S3 e S6 (b) in campo non lineare, al variare dell'indice di plasticità del deposito e soggette all'input I1.



**Figura 5.90** – Confronto tra i momenti del palo calcolati per le stratigrafie S2 e S5 (a) e per le stratigrafie S3 e S6 (b) in campo non lineare, al variare dell'indice di plasticità del deposito e soggette all'input I2.



**Figura 5.91** – Confronto tra i momenti del palo calcolati per le stratigrafie S2 e S5 (a) e per le stratigrafie S3 e S6 (b) in campo non lineare, al variare dell'indice di plasticità del deposito e soggette all'input I3.



**Figura 5.92** – Confronto tra i momenti del palo calcolati per le stratigrafie S2 e S5 (a) e per le stratigrafie S3 e S6 (b) in campo non lineare, al variare dell'indice di plasticità del deposito e soggette all'input I4.

A differenza di quanto osservato nel caso visco-elastico, per cui non è possibile definire quale sia la condizione di rigidezza in corrispondenza della quale si registrano i valori più alti in testa al palo, in campo non lineare i valori più elevati di momento cinematico si registrano generalmente per le stratigrafie la cui rigidezza varia linearmente con la profondità rispetto a quelle che presentano una discontinuità netta, qualunque sia l'indice di plasticità considerato.

Pertanto, nell'ambito della casistica analizzata nel corrente studio, i momenti delle stratigrafie  $S5$  e  $S6$  risultano sempre maggiori di quelli delle stratigrafie  $S2$  e  $S3$  (comparate alle prime per equivalenza tra le velocità delle onde di taglio  $V_{s,30}$ ).

Questo è un risultato molto importante ai fini ingegneristici, in quanto generalmente si tende a prendere in considerazione i momenti cinematici solo quando si è in presenza di un contrasto di rigidezza. Tuttavia questa analisi mostra che se il terreno presenta una rigidezza linearmente crescente con la profondità, come è ad esempio il caso di argille normalmente consolidate, i momenti cinematici alla testa del palo possono risultare significativi. Questi valori, peraltro, vanno a sommarsi a quelli prodotti dall'interazione inerziale di un'eventuale struttura posta in testa al palo.

## 6. Interazione dinamica completa

Nei successivi sottoparagrafi vengono esposti i risultati in termini di caratteristiche della sollecitazione (momento flettente) e di spostamenti relativi del palo ottenuti effettuando le analisi parametriche nell'ambito dell'interazione dinamica completa.

Si chiarisce che la modellazione usata per determinare questo tipo di risposta è molto semplificata, pertanto i risultati che si producono sono da ritenersi approssimati (e nella fattispecie sovrastimati, non avendo considerato il contributo dello smorzatore della sovrastruttura).

E' stato scelto di investigare la risposta dinamica completa del palo ammorsato nelle stratigrafie  $S2$  e  $S3$ , in quanto esse sono rappresentative rispettivamente di un terreno di tipo "D" e di un terreno di tipo "C".

Successivamente sono state effettuate le analisi dinamiche complete considerando le stratigrafie equivalenti  $S5$  e  $S6$ , con lo scopo di operare un confronto dei momenti ottenuti in testa al palo con quelli della casistica precedente e conseguentemente verificare quale sia la peggiore condizione in termini di caratteristiche meccaniche del terreno.

Per simulare una sovrastruttura che faccia nascere sul palo soggetto a moto sismico anche la componente dell'interazione inerziale, si è deciso di utilizzare un oscillatore semplice di altezza  $H = 5\text{ m}$  e rigidezza  $EI = 7,5 \times 10^5\text{ kN} \cdot \text{m}^2$ , la cui massa è stata fatta variare secondo i valori riportati nella tabella 5.16 (trascurando il legame tra la sua frequenza, correlata alla massa e alla rigidezza, e quella del terreno).



**Tabella 5.16** – Valori della massa dello SDOF utilizzati nell'interazione dinamica completa.

	(kN*s <sup>2</sup> /m)
<b>m<sub>1</sub></b>	30
<b>m<sub>2</sub></b>	60
<b>m<sub>3</sub></b>	90

Per determinare questi valori, ovvero per definire la massa di un'ipotetica struttura in testa al palo come ordine di grandezza, è stato considerato uno schema planimetrico standard di un piano tipo e, supponendo di aver individuato il pilastro più caricato gravante sul palo di fondazione in esame, nonché la sua corrispettiva area di influenza, si è proceduto al calcolo della massa considerando tutti i carichi permanenti (peso proprio del solaio e delle travi) e variabili (presenti in ciascun eventuale piano che viene considerato nel computo dei pesi ma che, ricordiamo, viene poi inglobato in un'unica massa concentrata al fine di lavorare con un solo grado di libertà).

### 6.1. Risposta in campo visco-elastico

Nelle figure dalla 5.93a alla 5.98a sono diagrammati i risultati dell'interazione dinamica completa in termini di inviluppo dei momenti flettenti massimi lungo il fusto del palo, per le due stratigrafie con differenti valori della rigidità a contrasto.

Le analisi sono state condotte in campo visco-elastico, per ciascun accelerogramma e per i tre valori di massa dello SDOF posto in testa al palo.

Un primo risultato che salta all'occhio è rappresentato dal notevole aumento di momento flettente registrato in testa al palo, qualunque sia la massa dello SDOF con cui è eseguita l'analisi e per ciascun input.

Esso, inoltre, risulta maggiore di quello ottenuto all'interfaccia, sia per la stratigrafia  $S2$  con rapporto di rigidezza tra i due strati  $E_2 / E_1 = 16$  che per la stratigrafia  $S3$  con rapporto di rigidezza  $E_2 / E_1 = 4$ .

Ricordiamo che, invece, con l'analisi di interazione cinematica il momento all'interfaccia risultava maggiore di quello in testa per la stratigrafia  $S2$ , mentre i due valori erano comparabili per la stratigrafia  $S3$ .

I risultati dell'interazione inerziale, riportati nelle figure dalla 5.93b alla 5.98b, sono stati ricavati sottraendo agli inviluppi ottenuti in termini di interazione dinamica completa gli andamenti che erano stati determinati precedentemente per l'interazione cinematica, applicando il principio di sovrapposizione degli effetti (come è possibile fare in campo lineare).

Dall'analisi di questi risultati si evince che l'interazione inerziale incide sul palo solamente nei primi metri di profondità (nella fattispecie circa 6 m).

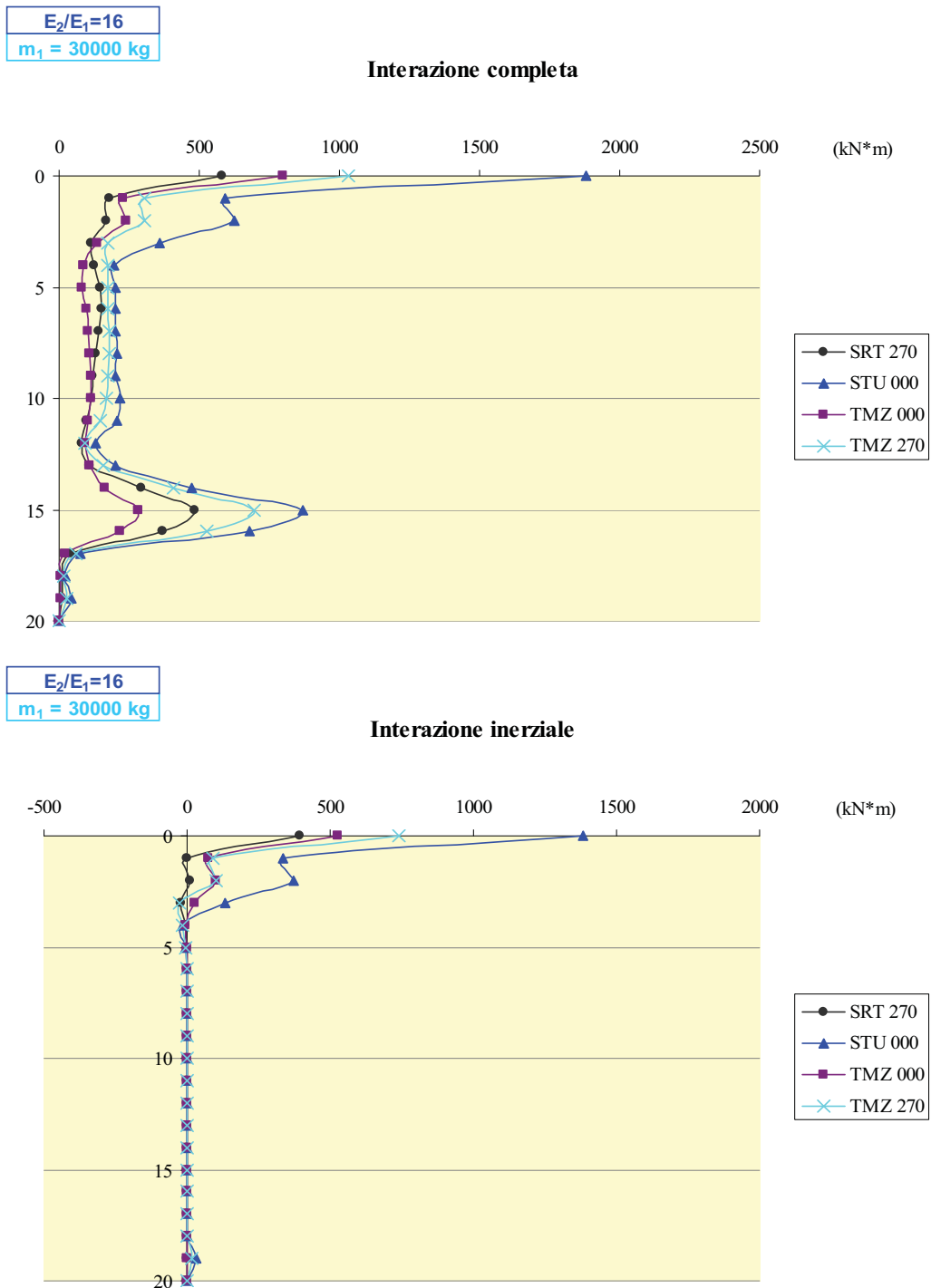


Figura 5.93 – Involuppo dei momenti flettenti dovuti all'interazione dinamica completa (a) e all'interazione inerziale (b) per la stratigrafia S2, in campo visco-elastico, avendo considerato uno SDOF in testa con massa  $m_1$ .

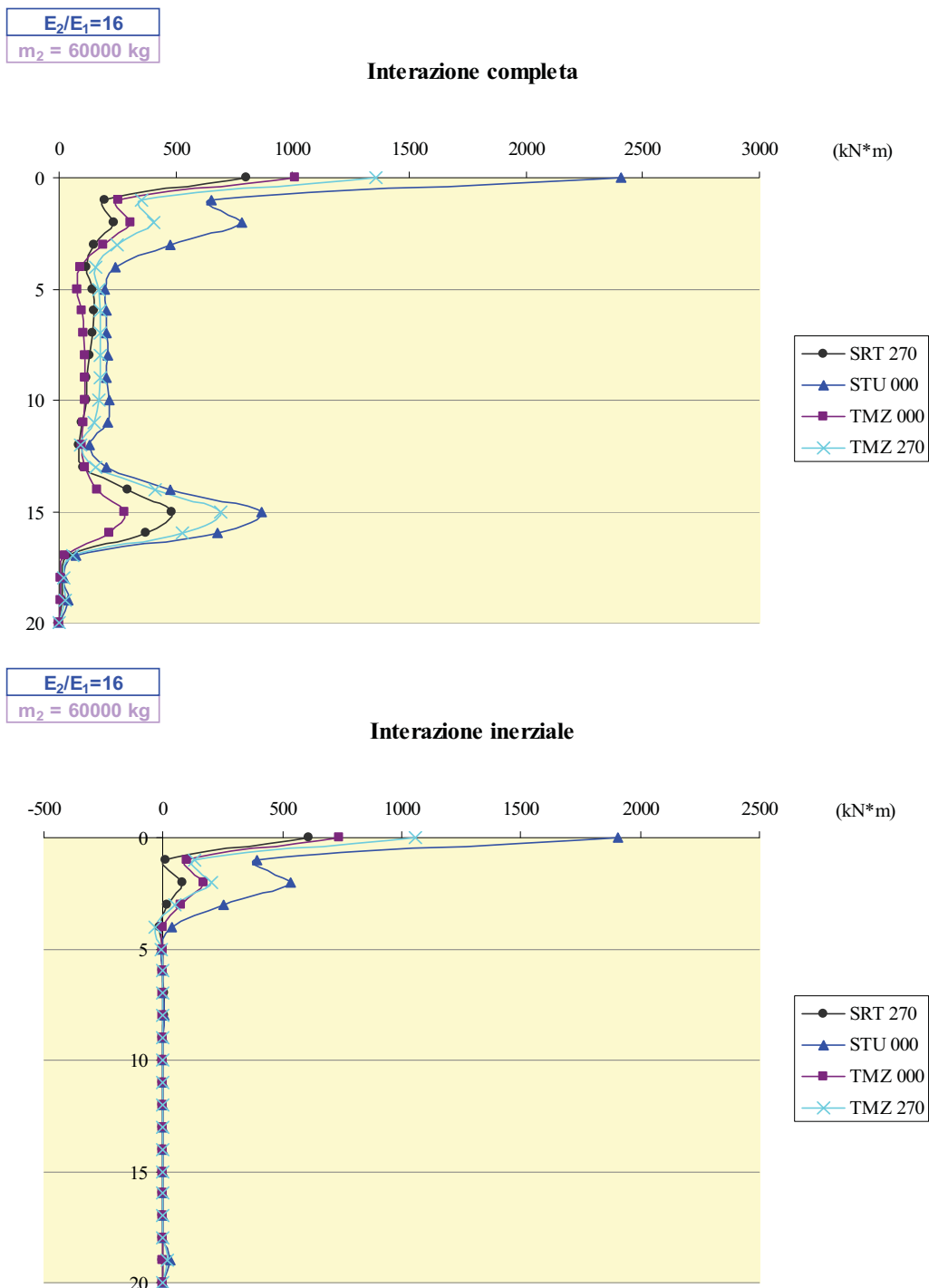


Figura 5.94 – Involuppo dei momenti flettenti dovuti all'interazione dinamica completa (a) e all'interazione inerziale (b) per la stratigrafia S2, in campo visco-elastico, avendo considerato uno SDOF in testa con massa  $m_2$ .

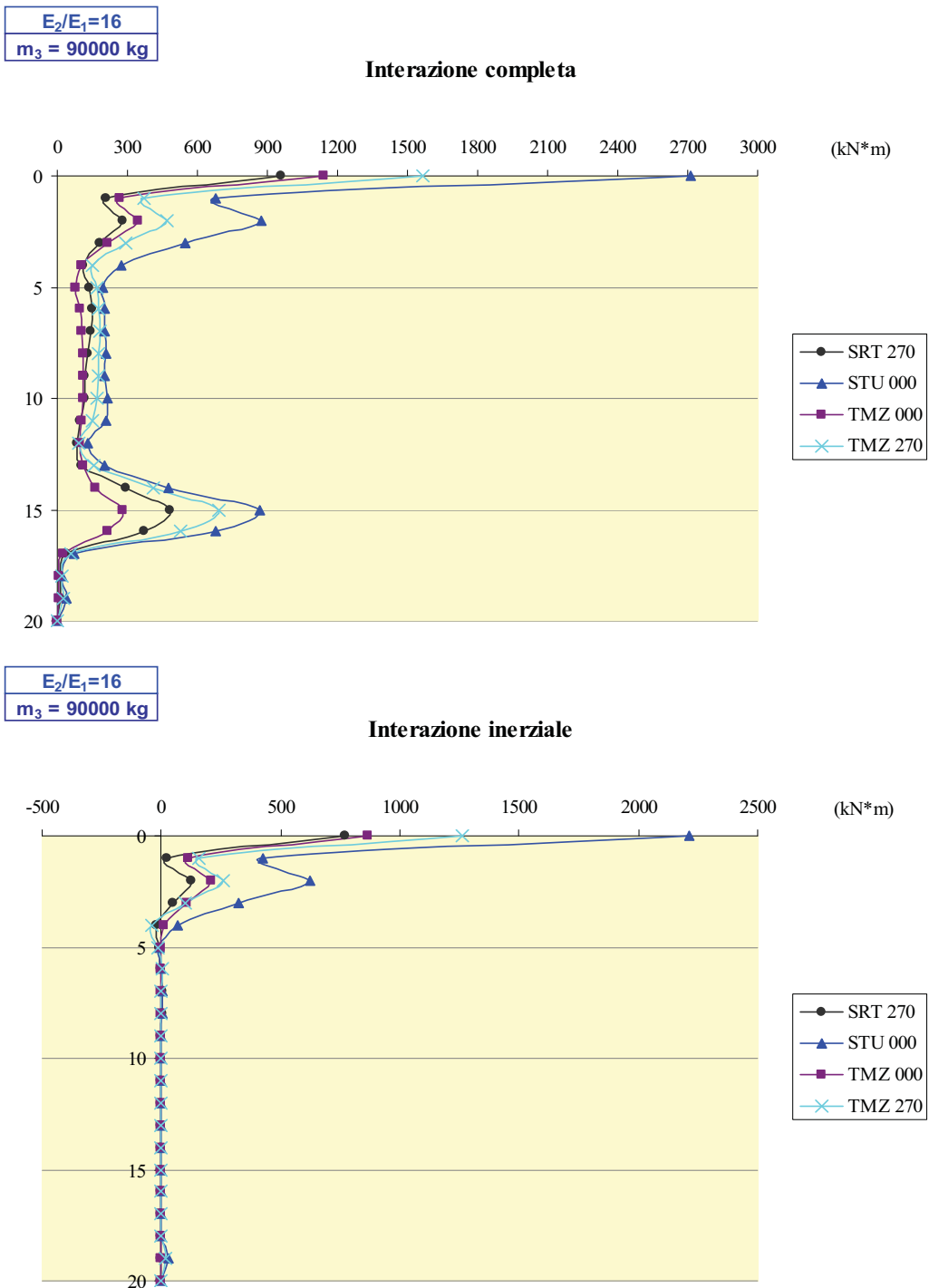


Figura 5.95 – Involuppo dei momenti flettenti dovuti all'interazione dinamica completa (a) e all'interazione inerziale (b) per la stratigrafia S2, in campo visco-elastico, avendo considerato uno SDOF in testa con massa  $m_3$ .

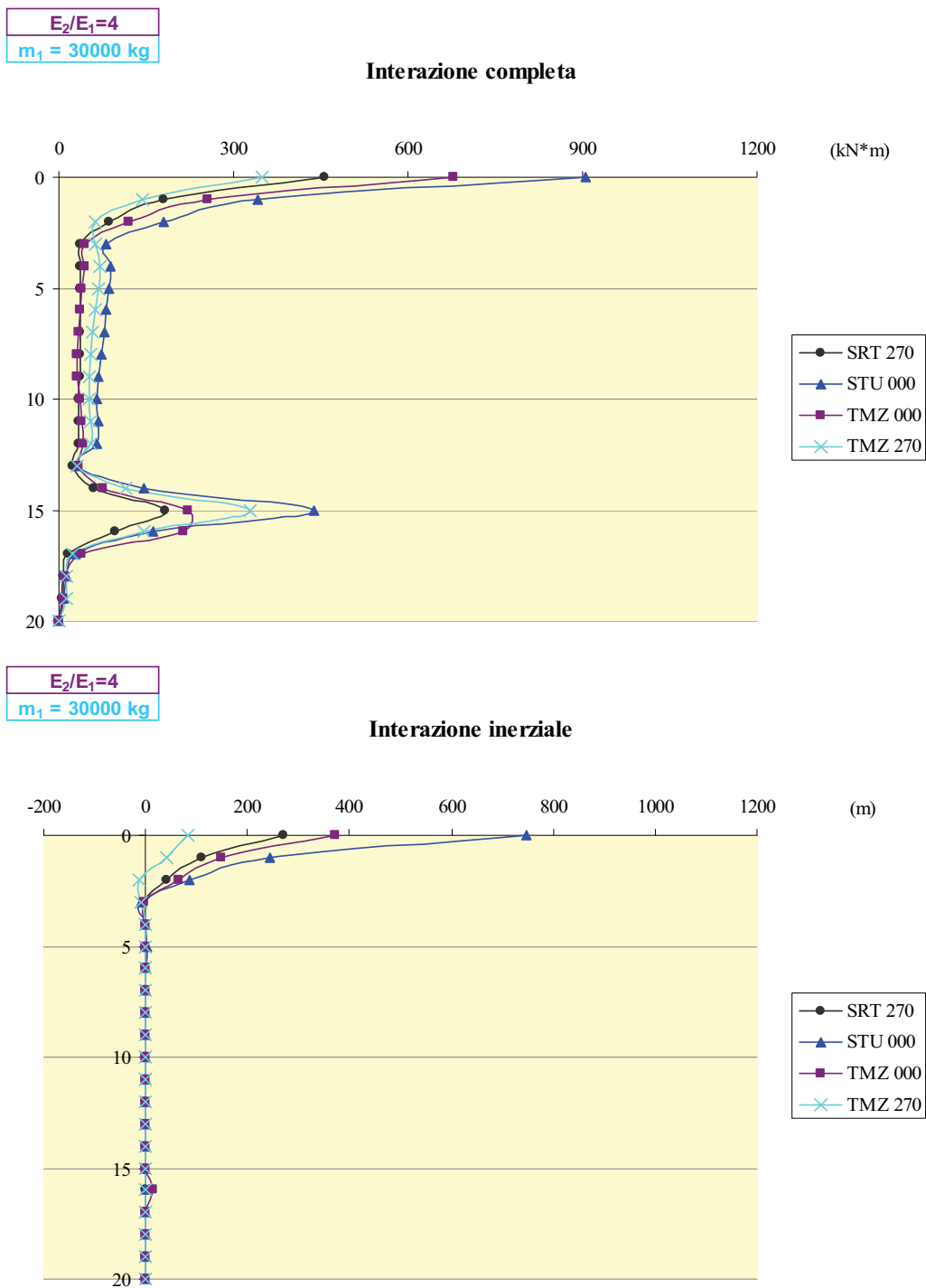


Figura 5.96 – Involuppo dei momenti flettenti dovuti all'interazione dinamica completa (a) e all'interazione inerziale (b) per la stratigrafia S3, in campo visco-elastico, avendo considerato uno SDOF in testa con massa  $m_1$ .

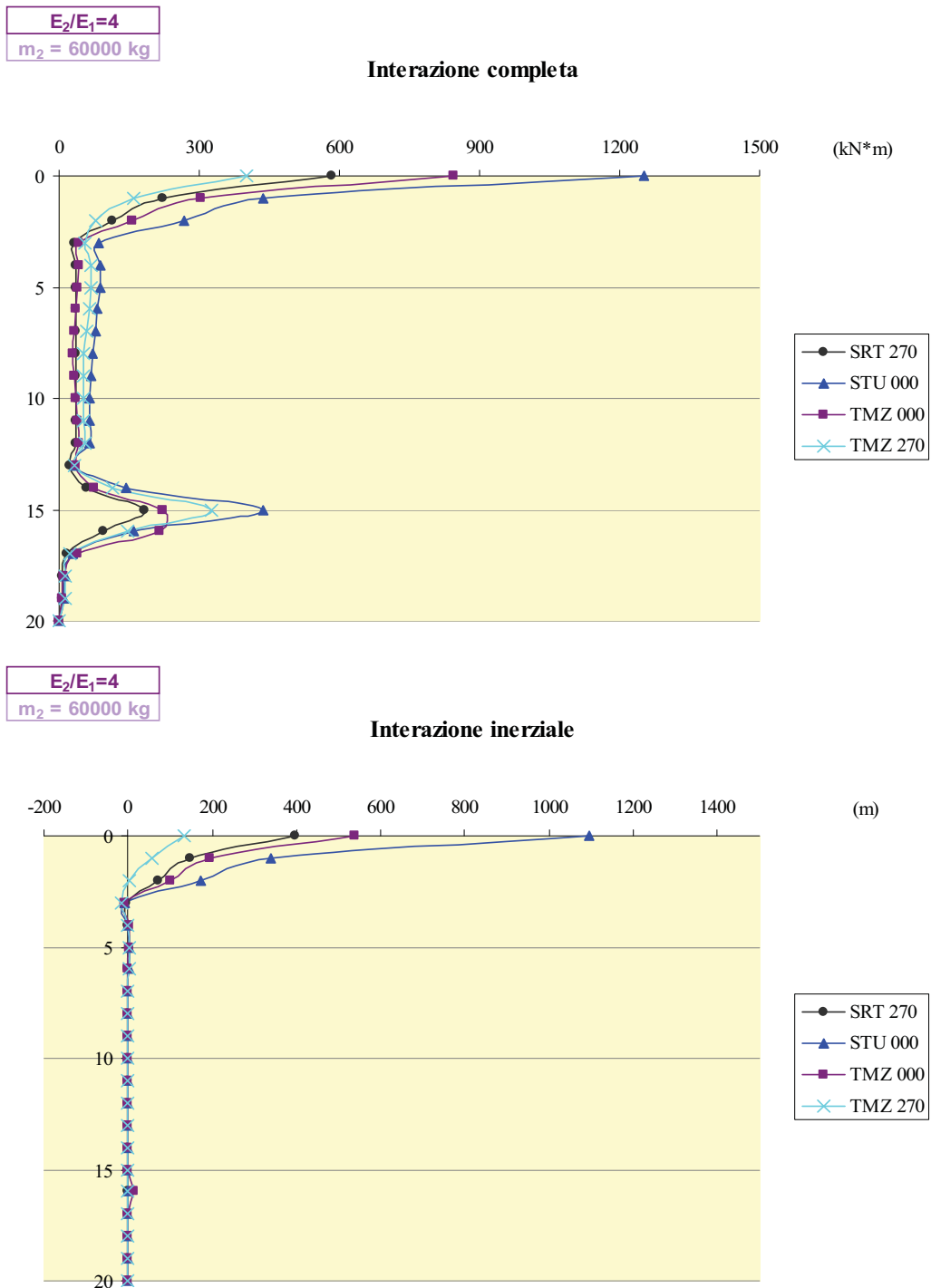


Figura 5.97 – Involuppo dei momenti flettenti dovuti all'interazione dinamica completa (a) e all'interazione inerziale (b) per la stratigrafia S3, in campo visco-elastico, avendo considerato uno SDOF in testa con massa  $m_2$ .

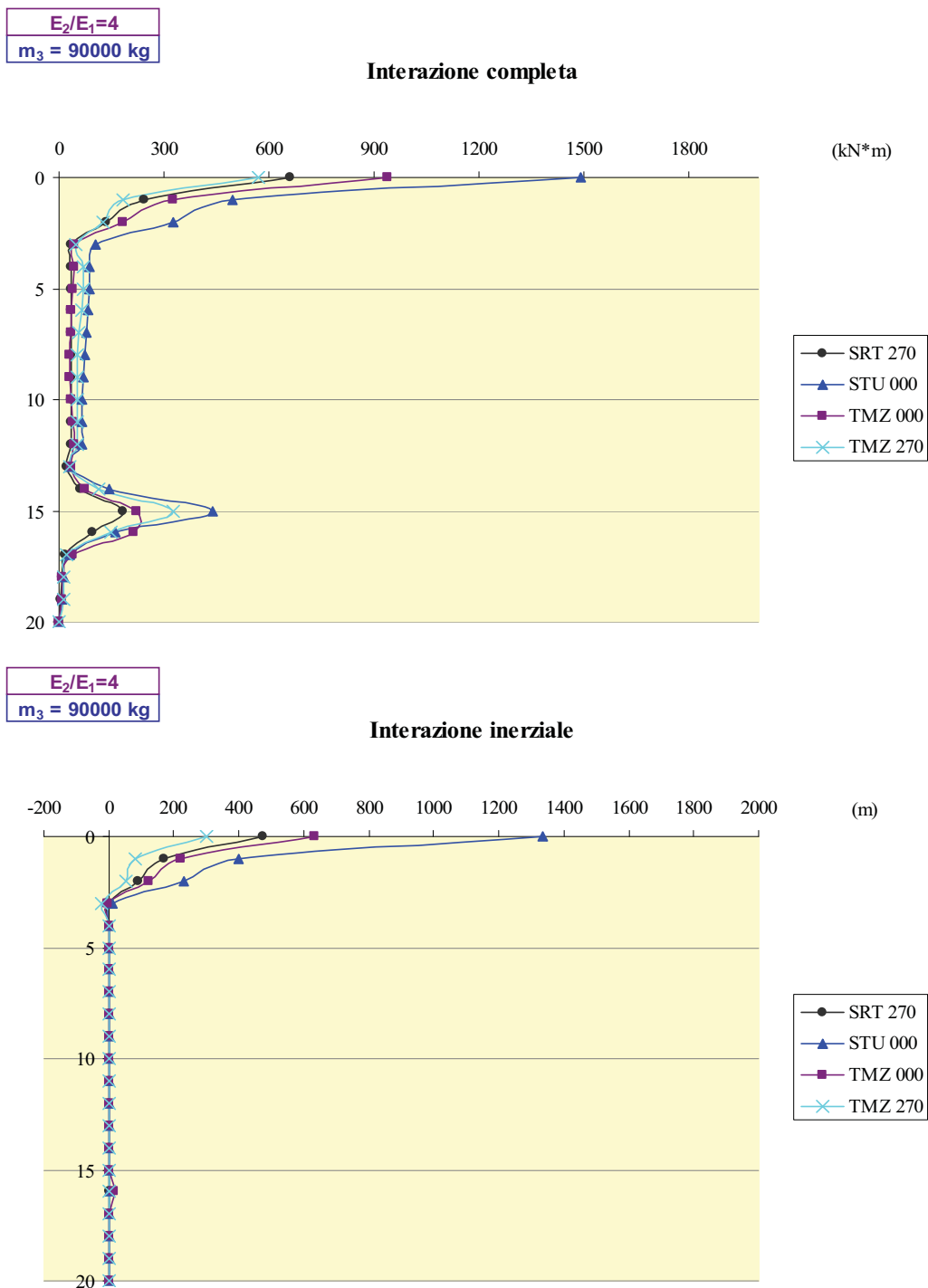


Figura 5.98 – Involuppo dei momenti flettenti dovuti all'interazione dinamica completa (a) e all'interazione inerziale (b) per la stratigrafia S3, in campo visco-elastico, avendo considerato uno SDOF in testa con massa  $m_3$ .

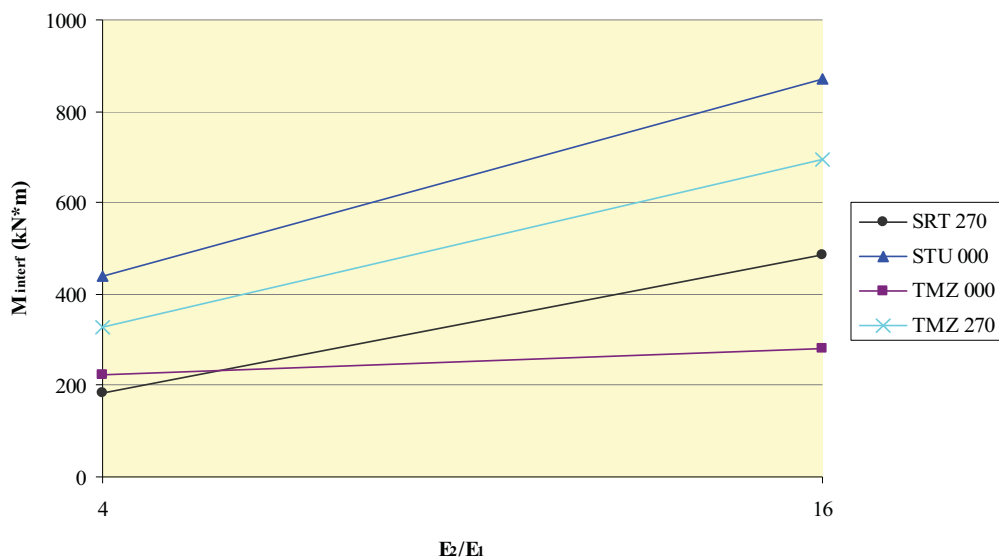


Quanto asserito precedentemente trova conferma nelle figure 5.99, 5.100 e 5.101, dove sono rappresentati i momenti flettenti all'interfaccia tra i due banchi di terreno ricavati dall'analisi dinamica completa (figure a) e dall'analisi inerziale (figure b), al variare della massa e del rapporto di rigidezza  $E_2/E_1$ , per ciascun input a cui il palo è soggetto: queste ultime dimostrano che il contributo in termini di momento all'interfaccia fornito dall'inerzia dello SDOF in testa al palo è pressoché irrisorio, mentre i valori ottenuti dall'analisi di interazione dinamica completa risultano quasi coincidenti con quelli ottenuti durante l'analisi di interazione cinematica.

Nelle figure 5.102, 5.103 e 5.104 sono diagrammati i momenti in testa al palo determinati attraverso l'analisi completa (figure a) e inerziale (figure b) al variare del rapporto di rigidezza  $E_2/E_1$ , per ciascun valore della massa dello SDOF e per le differenti sollecitazioni sismiche: è possibile notare che, in accordo a quanto precedentemente ottenuto con l'analisi di interazione cinematica, i valori aumentano al passaggio da sottosuolo di tipo "C" a sottosuolo di tipo "D", ovvero all'aumentare del rapporto di rigidezza  $E_2/E_1$ , qualunque sia l'input e la massa computata nelle analisi.

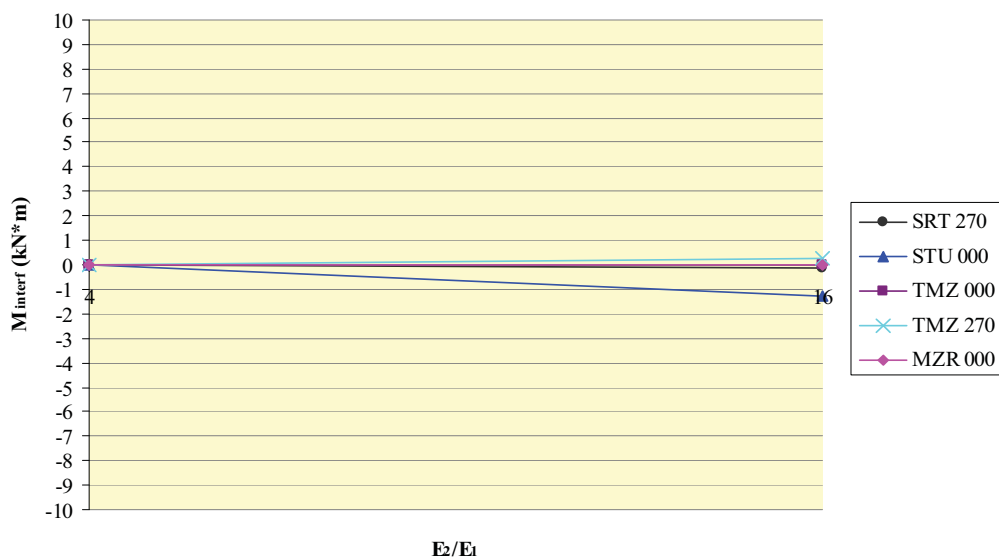
$m_1 = 30000 \text{ kg}$

**Interazione completa**



$m_1 = 30000 \text{ kg}$

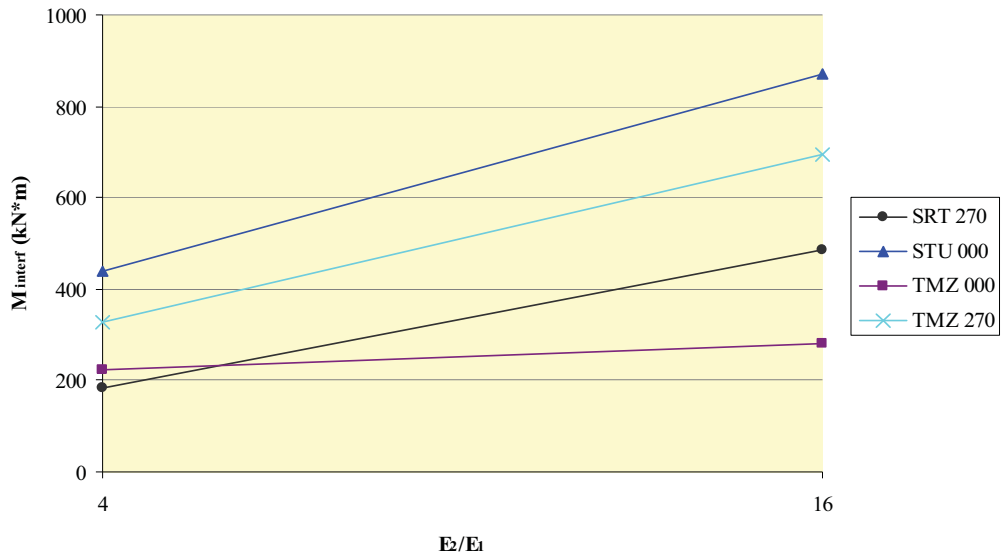
**Interazione inerziale**



**Figura 5.99** – Momenti all’interfaccia tra i due strati di terreno dovuti all’interazione dinamica completa (a) e all’interazione inerziale (b) al variare del rapporto  $E_2/E_1$  in campo visco-elastico, avendo considerato uno SDOF in testa con massa  $m_1$ .

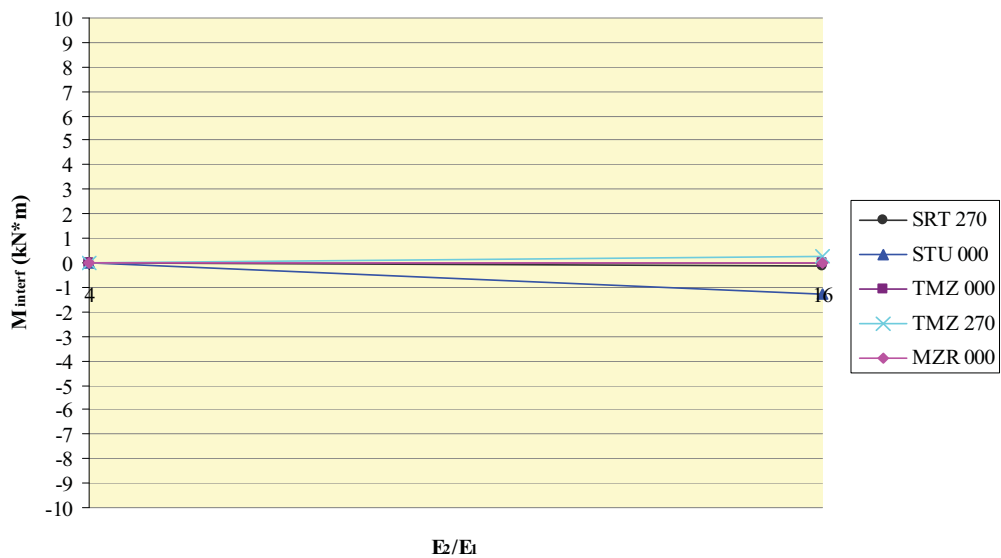
$m_2 = 60000 \text{ kg}$

**Interazione completa**



$m_2 = 60000 \text{ kg}$

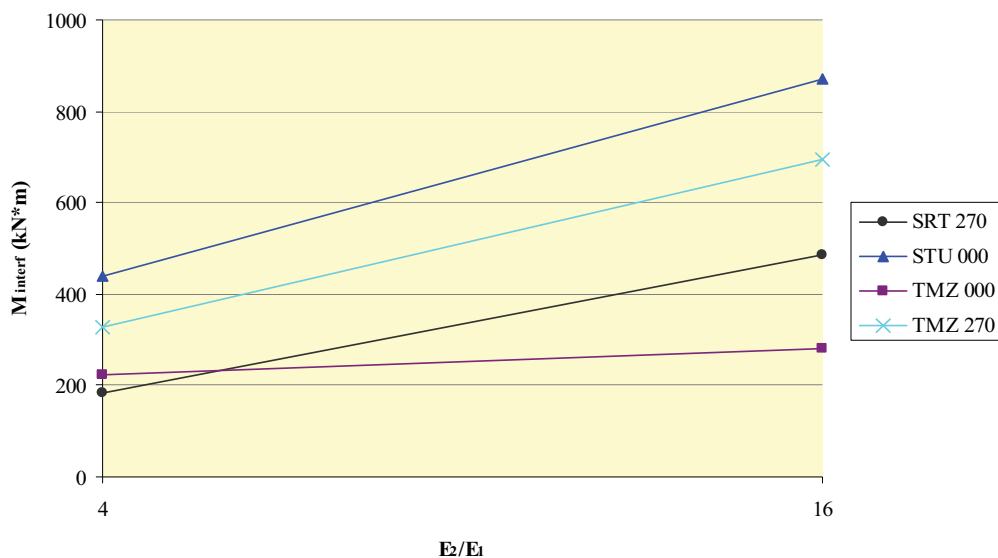
**Interazione inerziale**



**Figura 5.100** – Momenti all’interfaccia tra i due strati di terreno dovuti all’interazione dinamica completa (a) e all’interazione inerziale (b) al variare del rapporto  $E_2/E_1$  in campo visco-elastico, avendo considerato uno SDOF in testa con massa  $m_2$ .

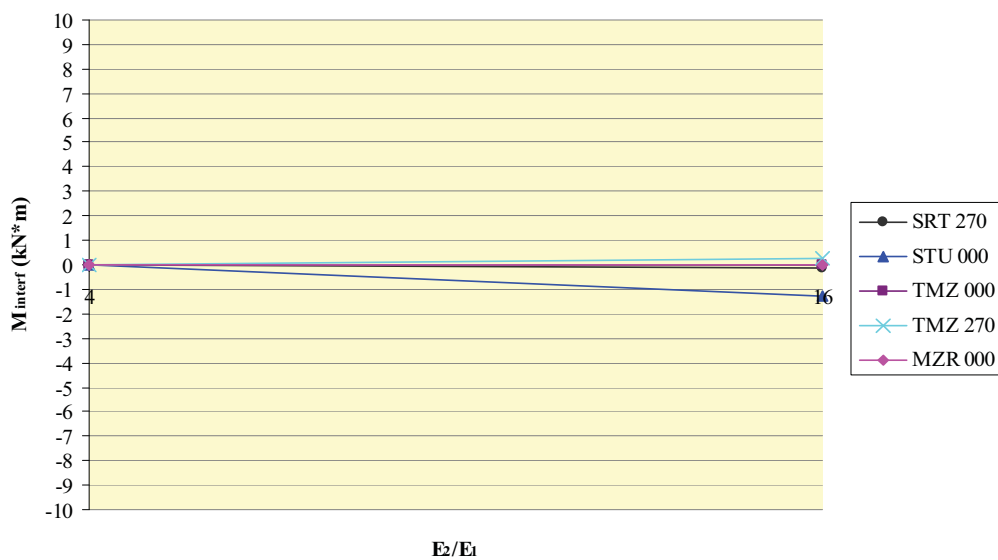
$m_3 = 90000 \text{ kg}$

**Interazione completa**



$m_3 = 90000 \text{ kg}$

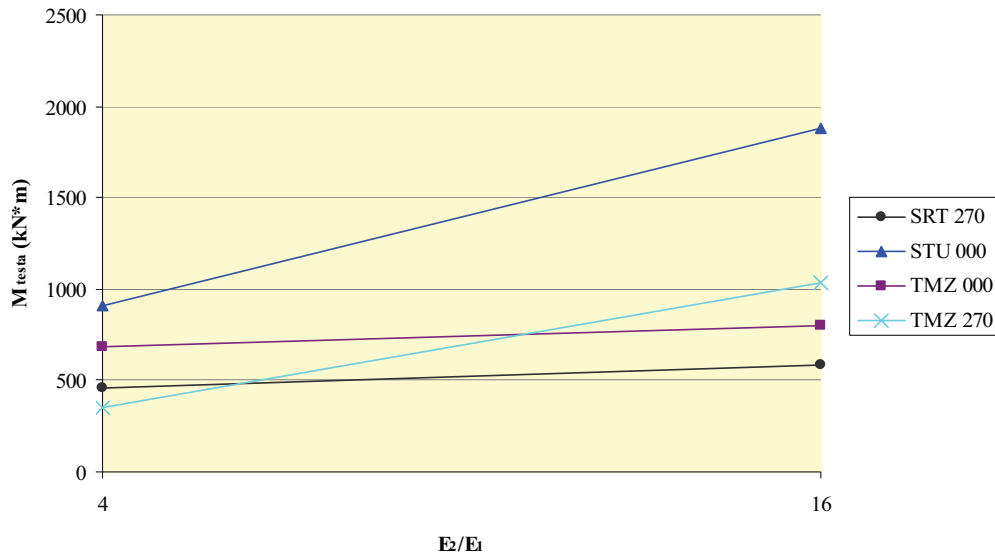
**Interazione inerziale**



**Figura 5.101** – Momenti all’interfaccia tra i due strati di terreno dovuti all’interazione dinamica completa (a) e all’interazione inerziale (b) al variare del rapporto  $E_2/E_1$  in campo visco-elastico, avendo considerato uno SDOF in testa con massa  $m_3$ .

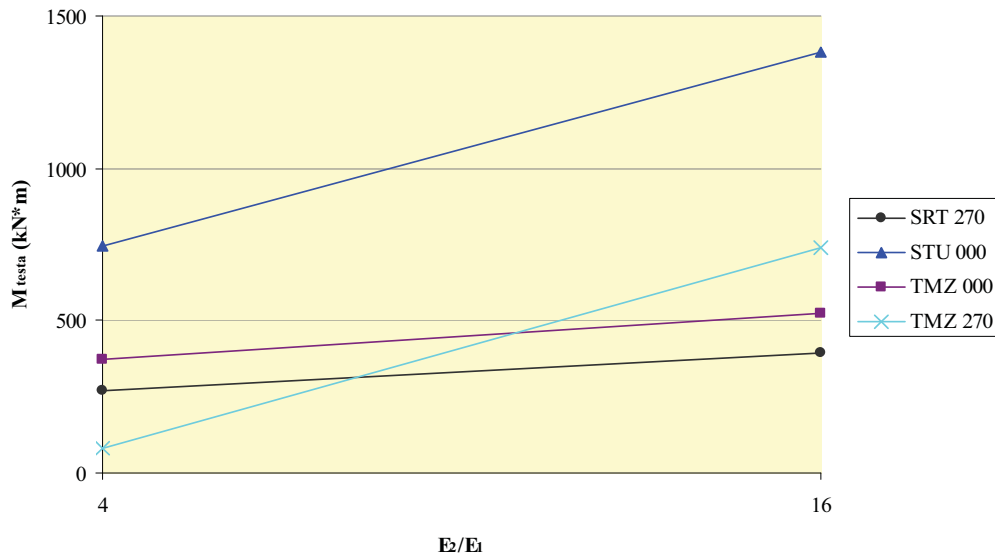
$m_1 = 30000 \text{ kg}$

**Interazione completa**



$m_1 = 30000 \text{ kg}$

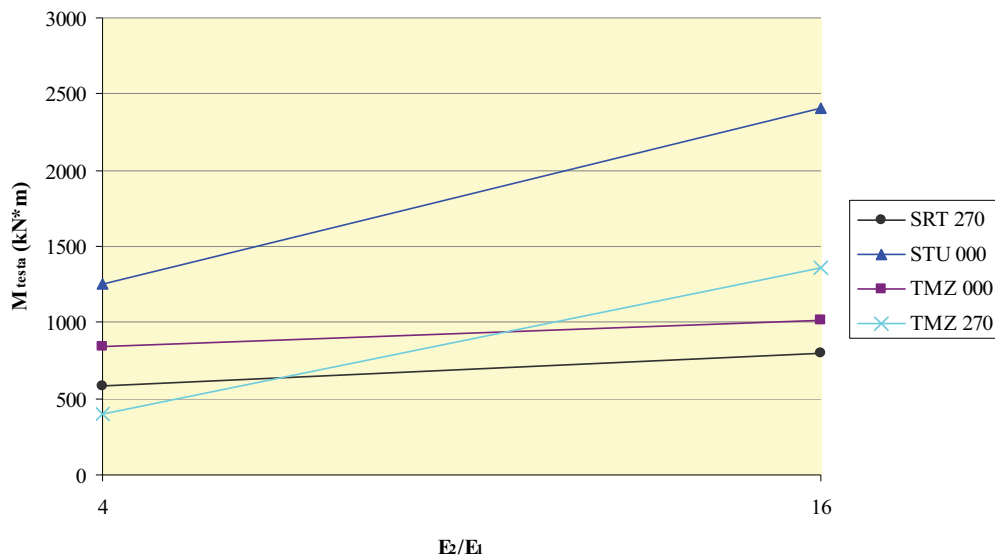
**Interazione inerziale**



**Figura 5.102** – Momenti in testa al palo dovuti all’interazione dinamica completa (a) e all’interazione inerziale (b) al variare del rapporto  $E_2/E_1$  in campo visco-elastico, avendo considerato uno SDOF in testa con massa  $m_1$ .

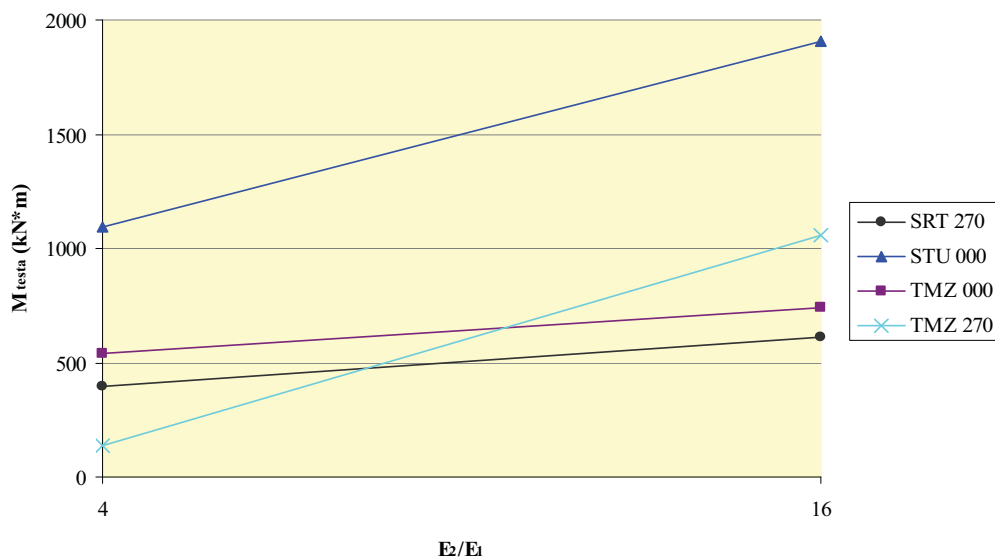
$m_2 = 60000 \text{ kg}$

**Interazione completa**



$m_2 = 60000 \text{ kg}$

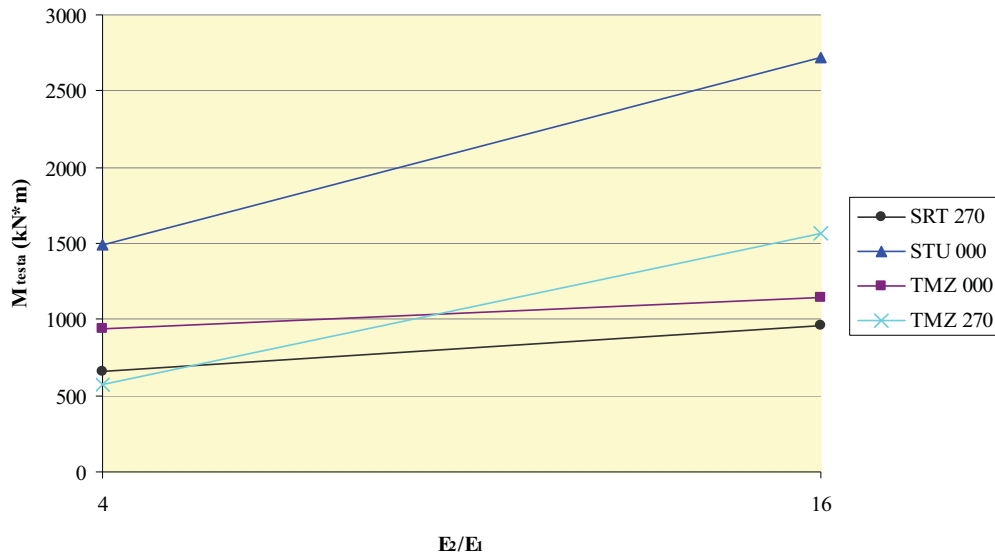
**Interazione inerziale**



**Figura 5.103** – Momenti in testa al palo dovuti all'interazione dinamica completa (a) e all'interazione inerziale (b) al variare del rapporto  $E_2/E_1$  in campo visco-elastico, avendo considerato uno SDOF in testa con massa  $m_2$ .

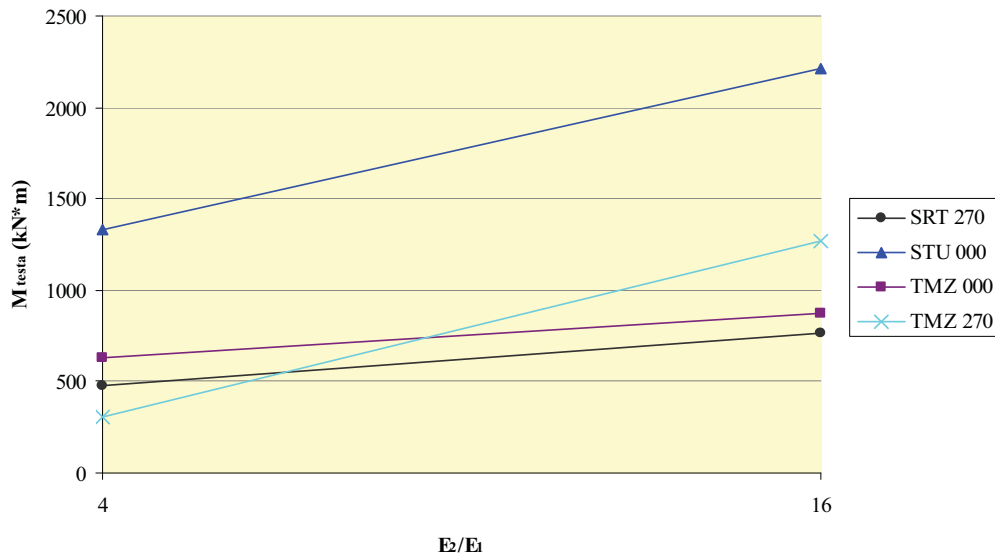
$m_3 = 90000 \text{ kg}$

**Interazione completa**



$m_3 = 90000 \text{ kg}$

**Interazione inerziale**



**Figura 5.104** – Momenti in testa al palo dovuti all'interazione dinamica completa (a) e all'interazione inerziale (b) al variare del rapporto  $E_2/E_1$  in campo visco-elastico, avendo considerato uno SDOF in testa con massa  $m_3$ .

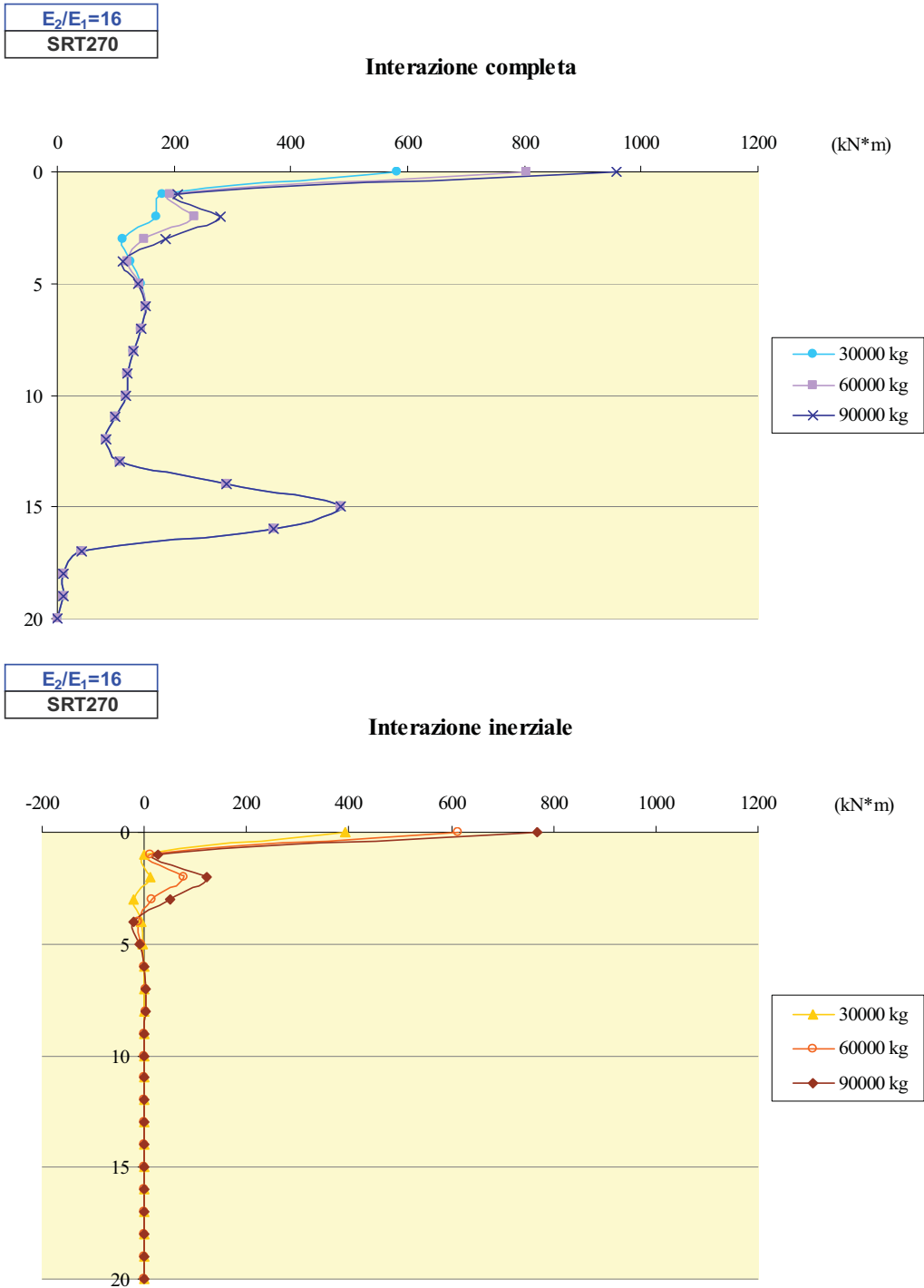
Si è poi deciso di rappresentare i risultati ottenuti diagrammandoli per i diversi valori della massa dello SDOF in testa al palo, e questo al fine di osservare come quest'ultima incida sulle risposte ricavate.

Le figure dalla 5.105 alla 5.112 rappresentano gli andamenti degli involucri dei momenti flettenti ottenuti attraverso l'analisi dinamica completa (figure a) e inerziale (figure b), per le due stratigrafie *S2* e *S3* soggette a ciascun input e al variare della massa espressa in kg.

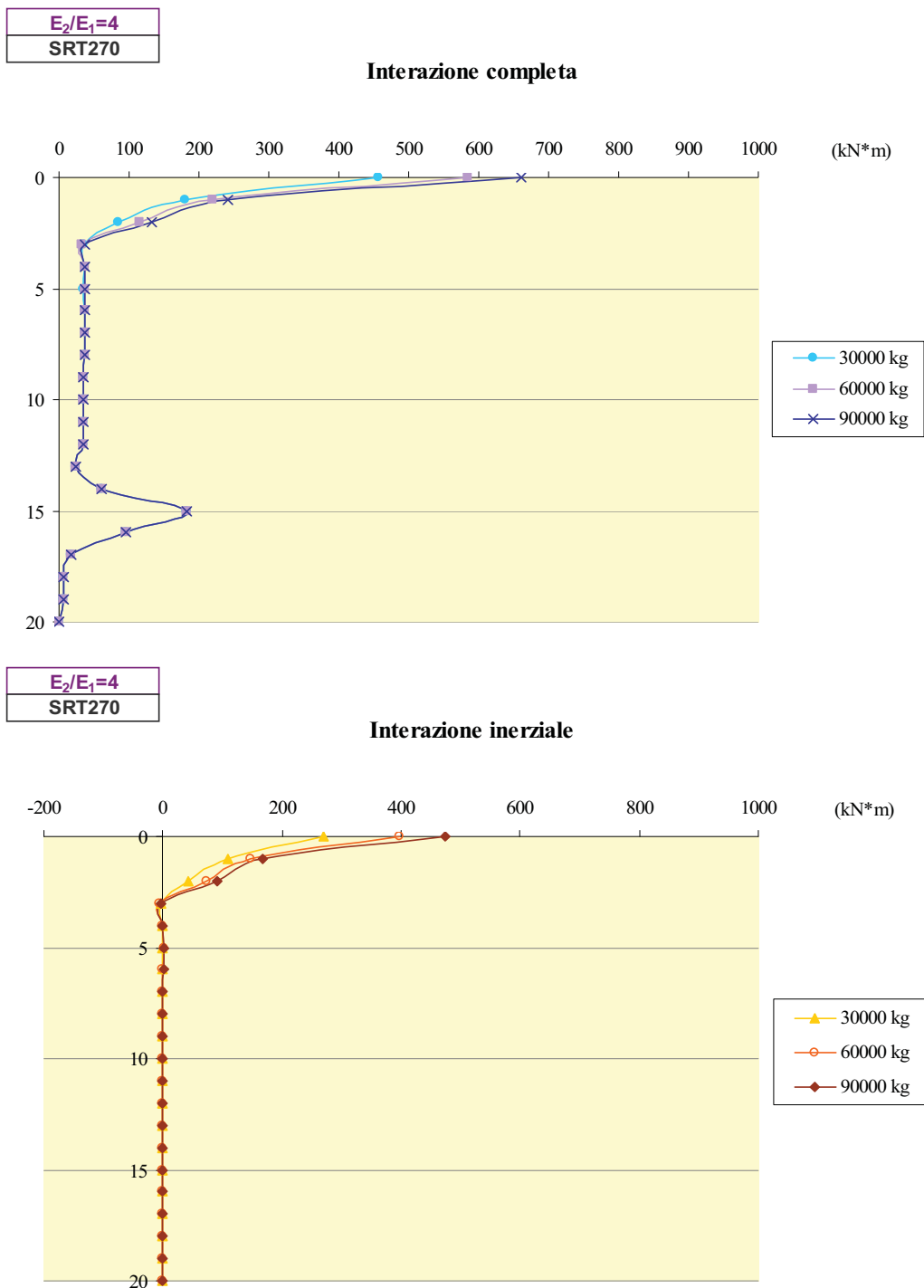
Come si evince anche dalle figure 5.115 e 5.116, nelle quali si riportano in momenti in testa al palo al variare della massa sia in termini di risultati dell'interazione completa (figure a) che in termini di risultati dell'interazione inerziale (figure b), i valori aumentano all'aumentare della massa dello SDOF qualunque sia l'accelerogramma di input considerato e qualunque sia il rapporto di rigidità  $E_2/E_1$  (quindi sia nel caso di sottosuolo "D" che nel caso di sottosuolo "C").

Le figure 5.113 e 5.114 diagrammano i valori dei momenti all'interfaccia nel caso di interazione dinamica completa (figure a) e di interazione inerziale (figure b) al variare della massa, per entrambe le stratigrafie soggette a tutte le sollecitazioni prescelte: è possibile notare che l'andamento dei risultati all'interfaccia non subisce alcuna variazione in conseguenza dell'aumento della massa computata, confermando che a quell'altezza è l'interazione cinematica a dare vita ai momenti flettenti ottenuti.

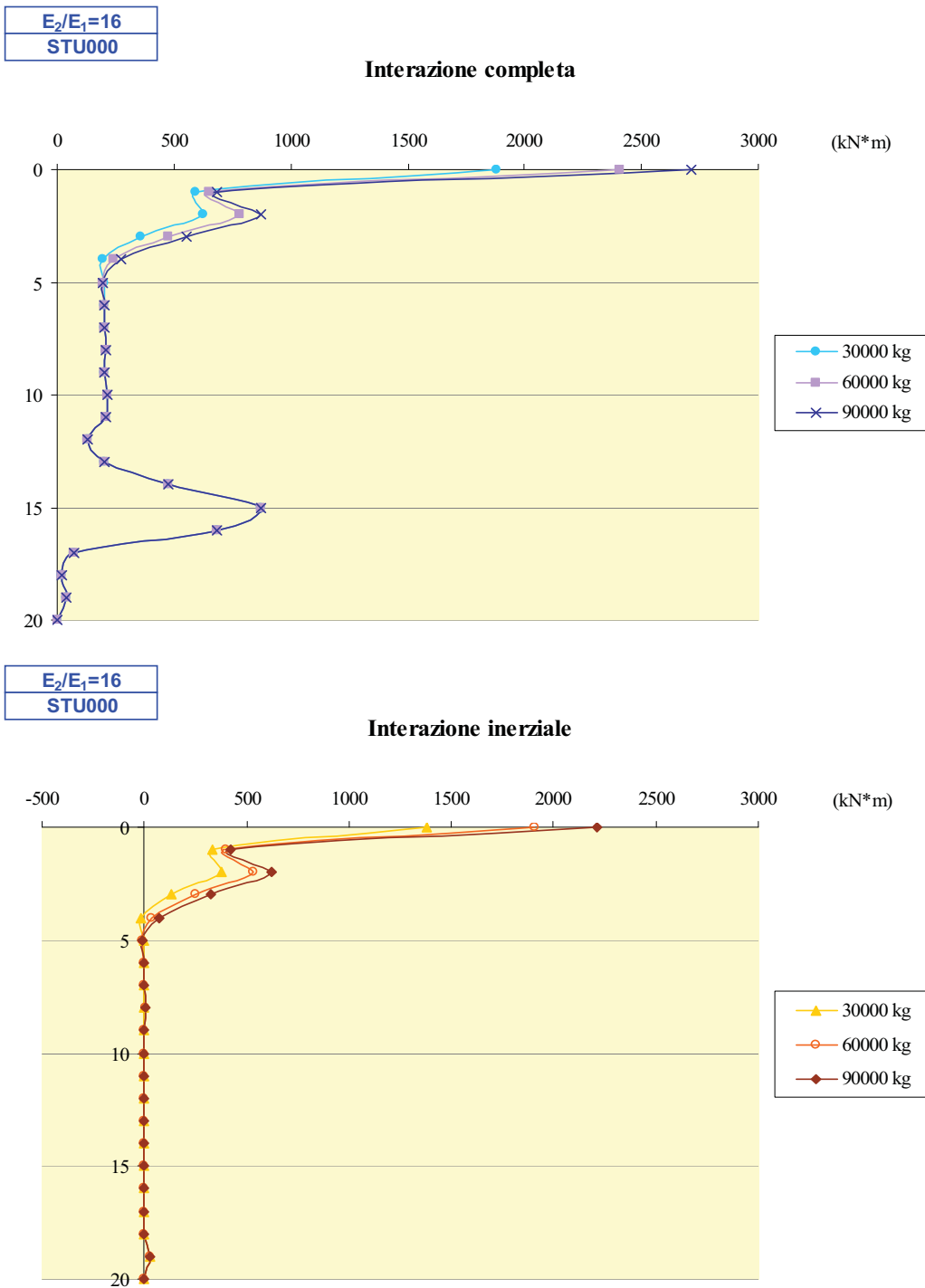




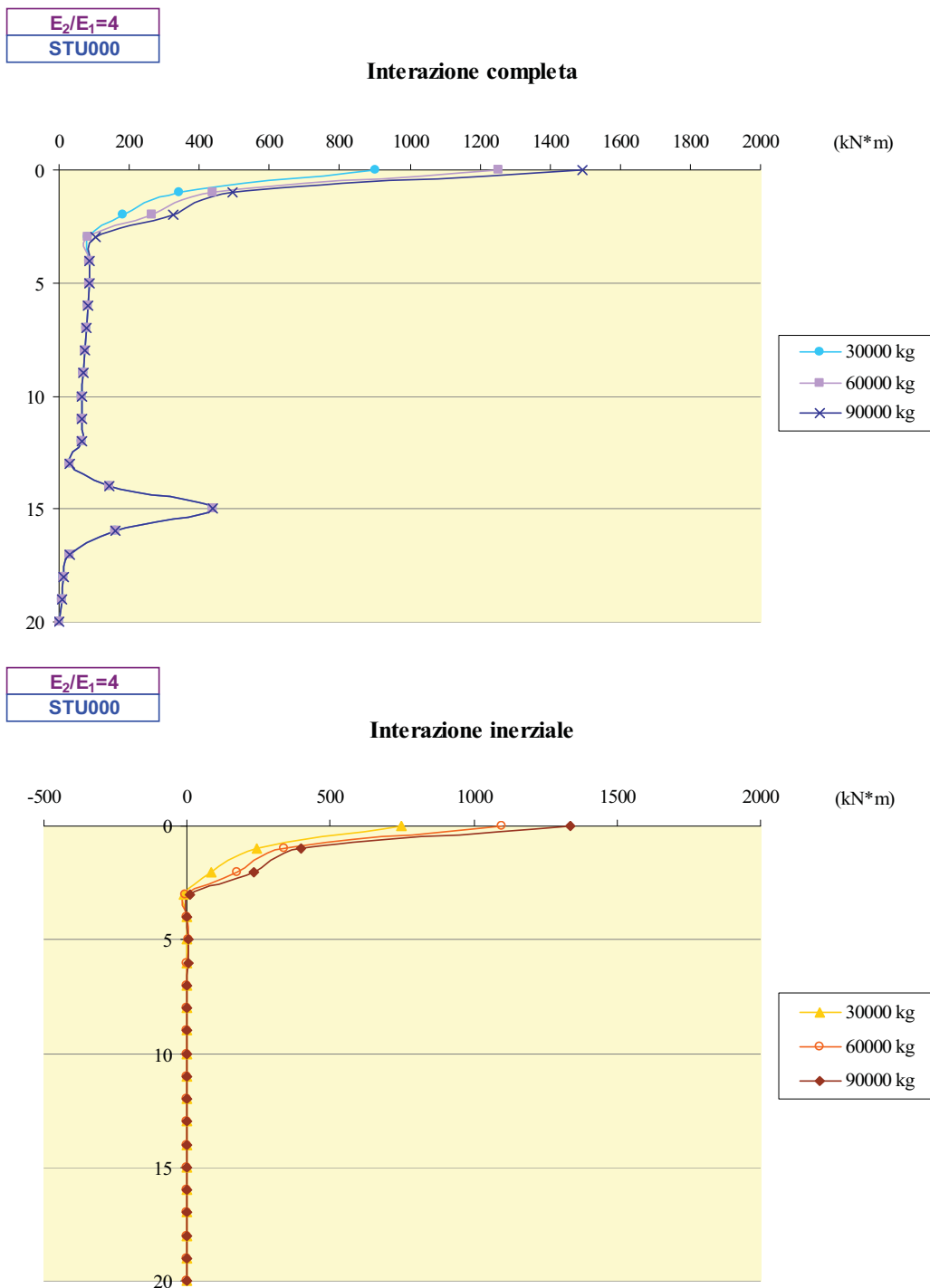
**Figura 5.105** – Involuppo dei momenti flettenti dovuti all'interazione dinamica completa (a) e all'interazione inerziale (b) in campo visco-elastico, per la stratigrafia S2 soggetta all'input I1, al variare della massa dello SDOF in testa al palo.



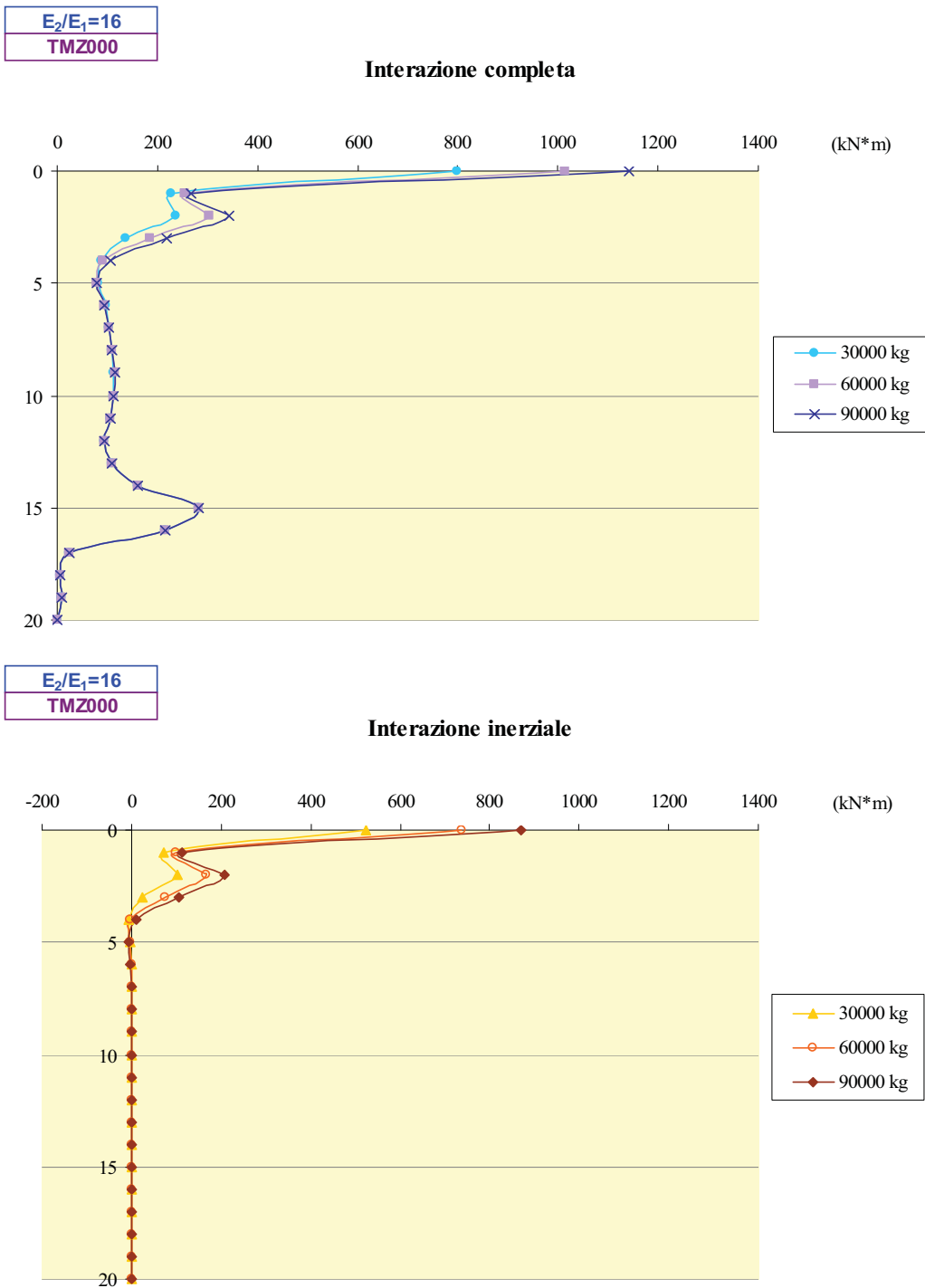
**Figura 5.106** – Involuppo dei momenti flettenti dovuti all'interazione dinamica completa (a) e all'interazione inerziale (b) in campo visco-elastico, per la stratigrafia S3 soggetta all'input I1, al variare della massa dello SDOF in testa al palo.



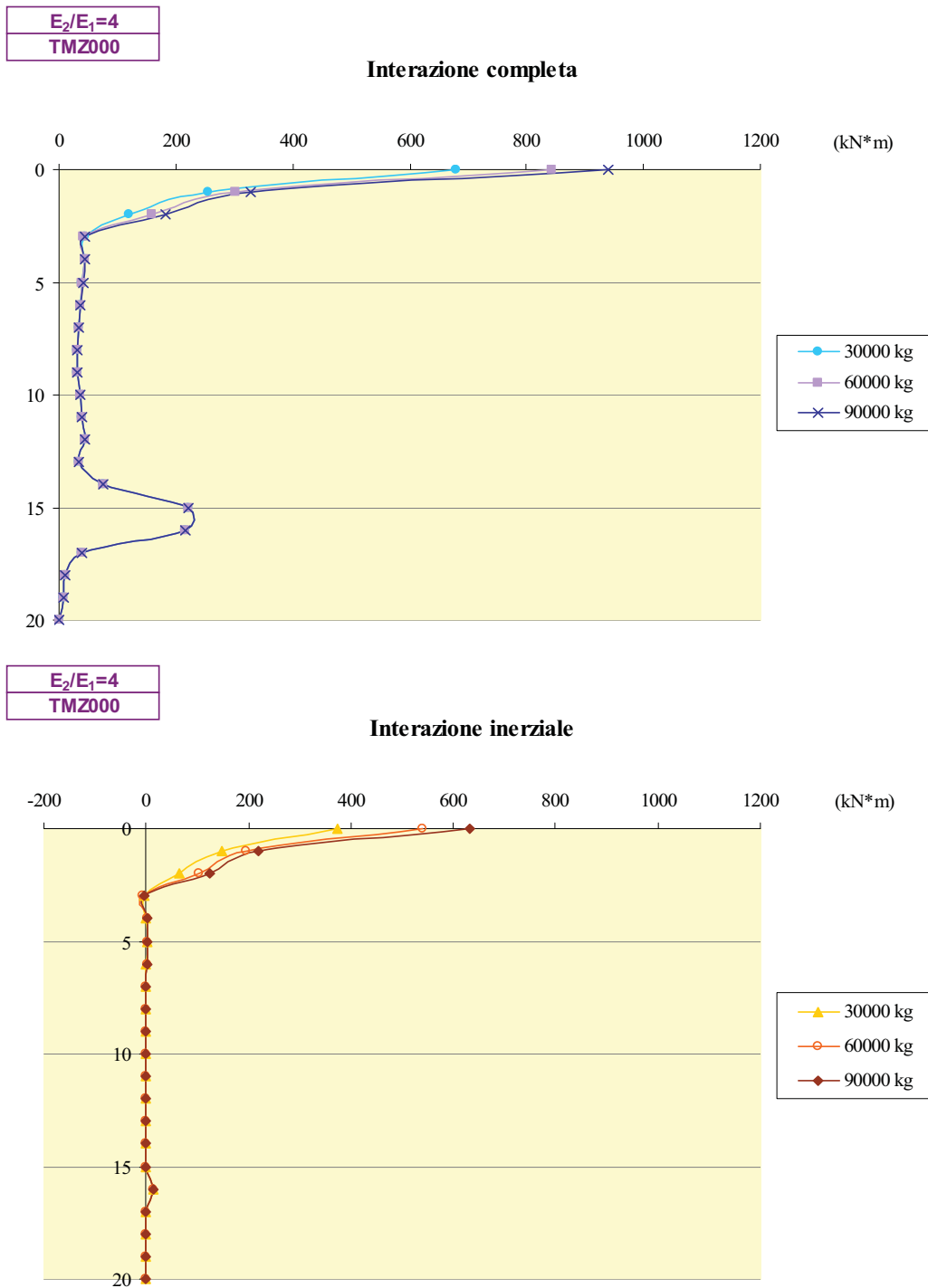
**Figura 5.107** – Involuppo dei momenti flettenti dovuti all'interazione dinamica completa (a) e all'interazione inerziale (b) in campo visco-elastico, per la stratigrafia S2 soggetta all'input I2, al variare della massa dello SDOF in testa al palo.



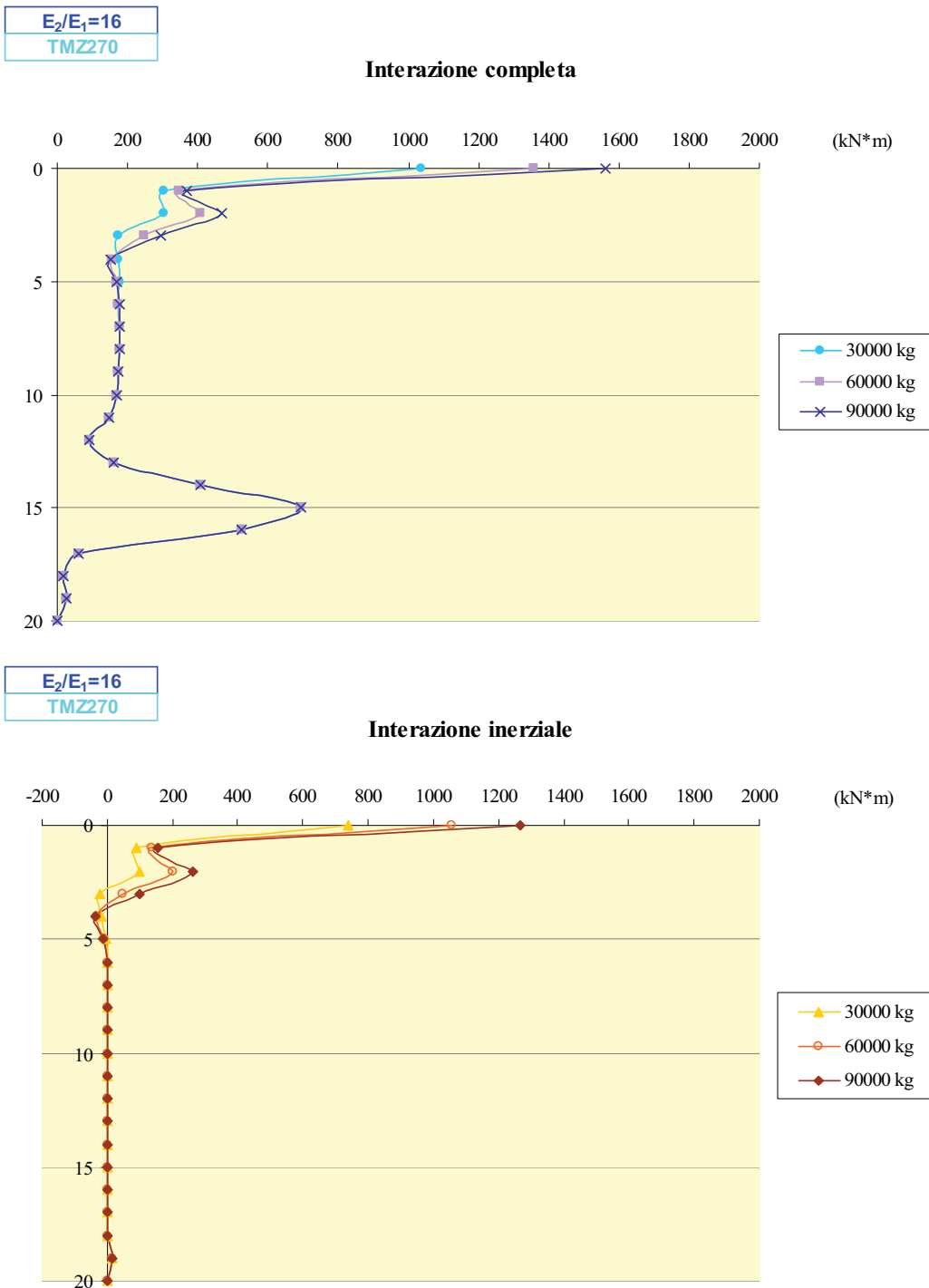
**Figura 5.108** – Involuppo dei momenti flettenti dovuti all'interazione dinamica completa (a) e all'interazione inerziale (b) in campo visco-elastico, per la stratigrafia S3 soggetta all'input I2, al variare della massa dello SDOF in testa al palo.



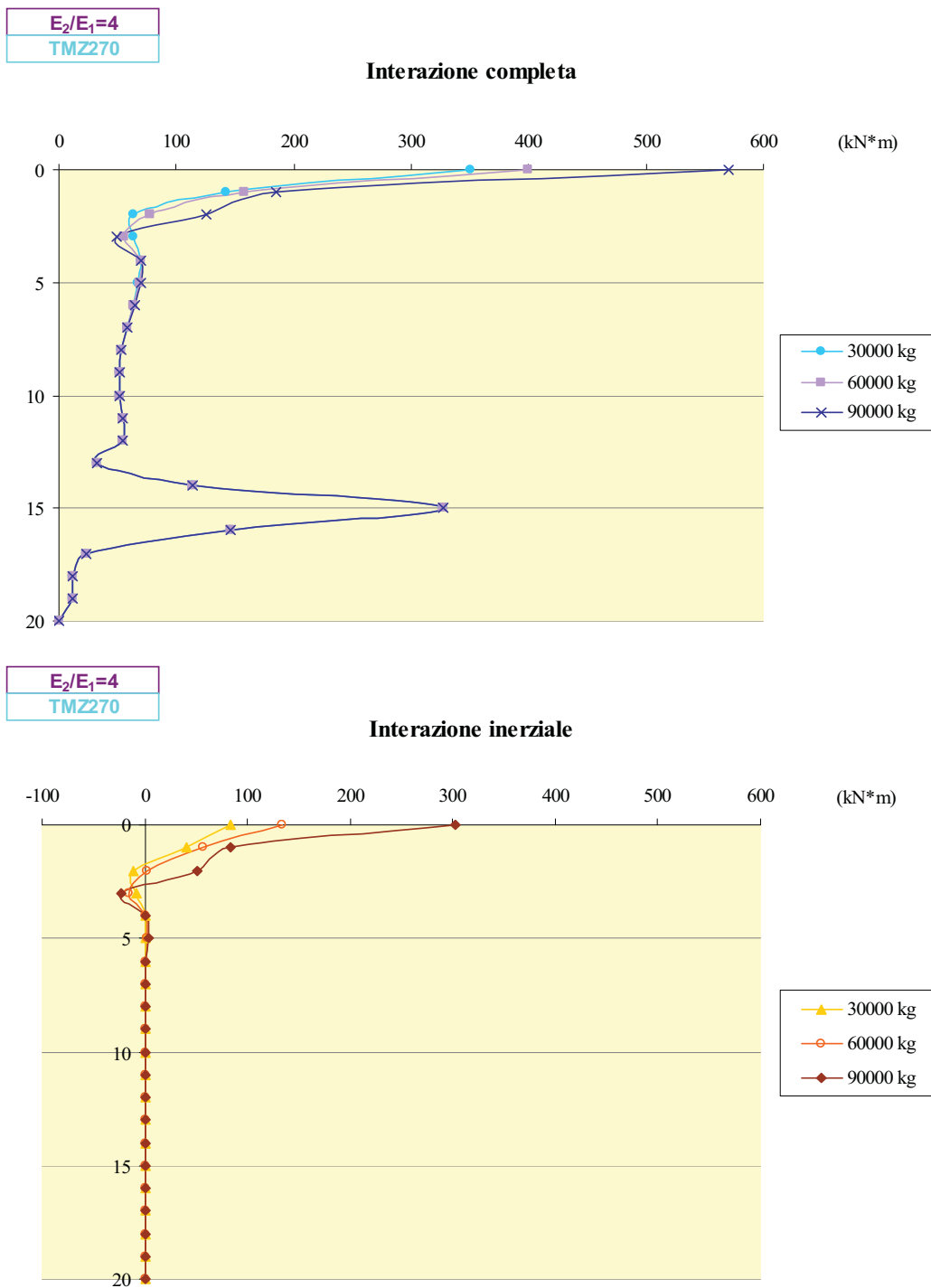
**Figura 5.109** – Involuppo dei momenti flettenti dovuti all'interazione dinamica completa (a) e all'interazione inerziale (b) in campo visco-elastico, per la stratigrafia S2 soggetta all'input I3, al variare della massa dello SDOF in testa al palo.



**Figura 5.110** – Involuppo dei momenti flettenti dovuti all'interazione dinamica completa (a) e all'interazione inerziale (b) in campo visco-elastico, per la stratigrafia S3 soggetta all'input I3, al variare della massa dello SDOF in testa al palo.



**Figura 5.111** – Involuppo dei momenti flettenti dovuti all'interazione dinamica completa (a) e all'interazione inerziale (b) in campo visco-elastico, per la stratigrafia S2 soggetta all'input I4, al variare della massa dello SDOF in testa al palo.

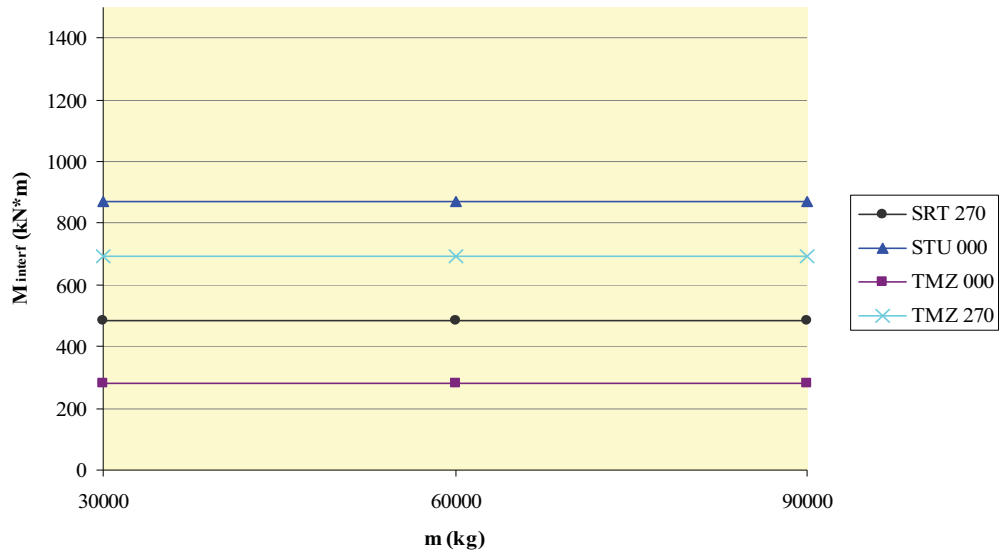


**Figura 5.112** – Involuppo dei momenti flettenti dovuti all'interazione dinamica completa (a) e all'interazione inerziale (b) in campo visco-elastico, per la stratigrafia S3 soggetta all'input I4, al variare della massa dello SDOF in testa al palo.



$E_2/E_1=16$

Interazione completa



$E_2/E_1=16$

Interazione inerziale

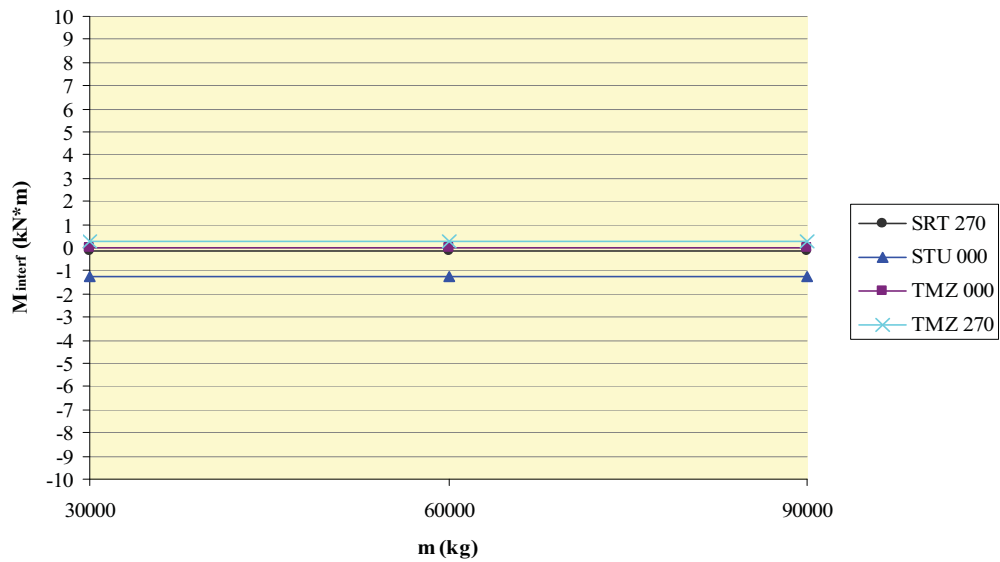
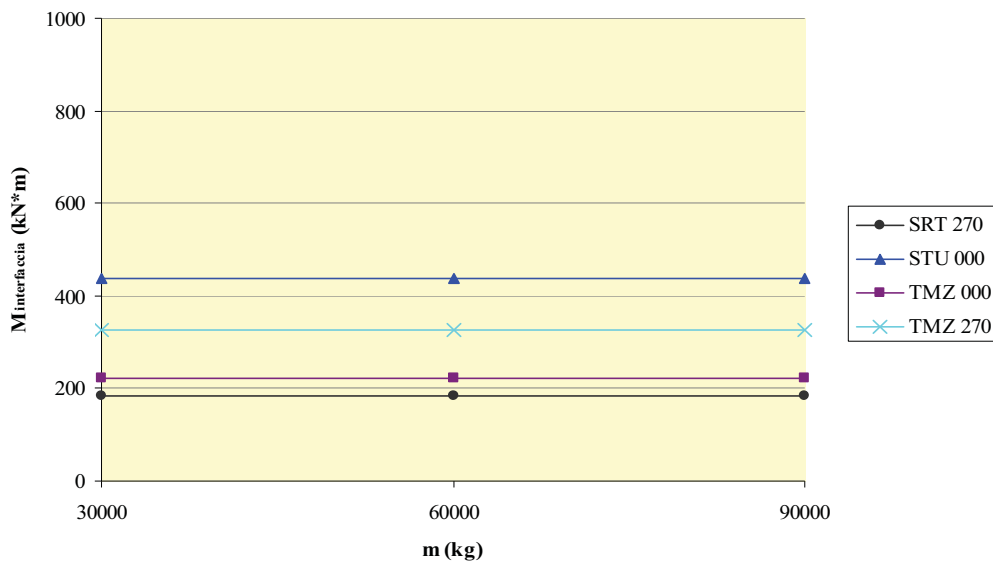


Figura 5.113 – Momenti all’interfaccia tra i due strati di terreno dovuti all’interazione dinamica completa (a) e all’interazione inerziale (b) per la stratigrafia S2 in campo visco-elastico, al variare della massa dello SDOF in testa al palo.

$E_2/E_1=4$

Interazione completa



$E_2/E_1=4$

Interazione inerziale

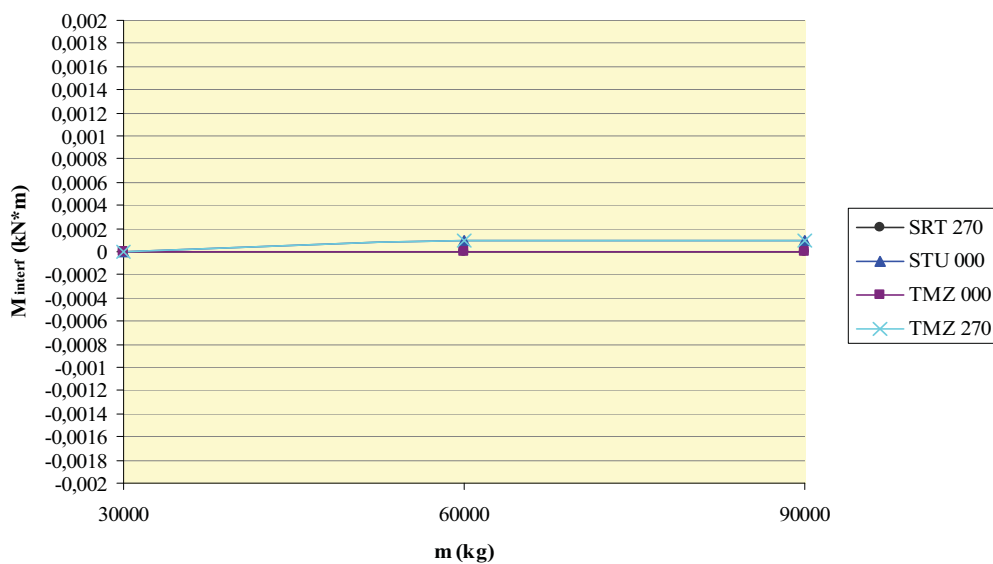
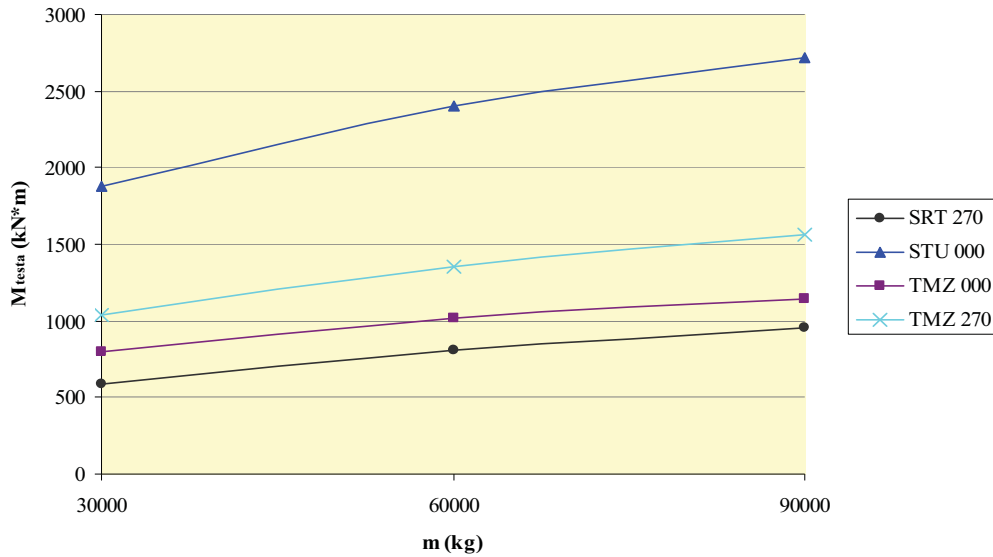


Figura 5.114 – Momenti all’interfaccia tra i due strati di terreno dovuti all’interazione dinamica completa (a) e all’interazione inerziale (b) per la stratigrafia S3 in campo visco-elastico, al variare della massa dello SDOF in testa al palo.

$E_2/E_1=16$

Interazione completa



$E_2/E_1=16$

Interazione inerziale

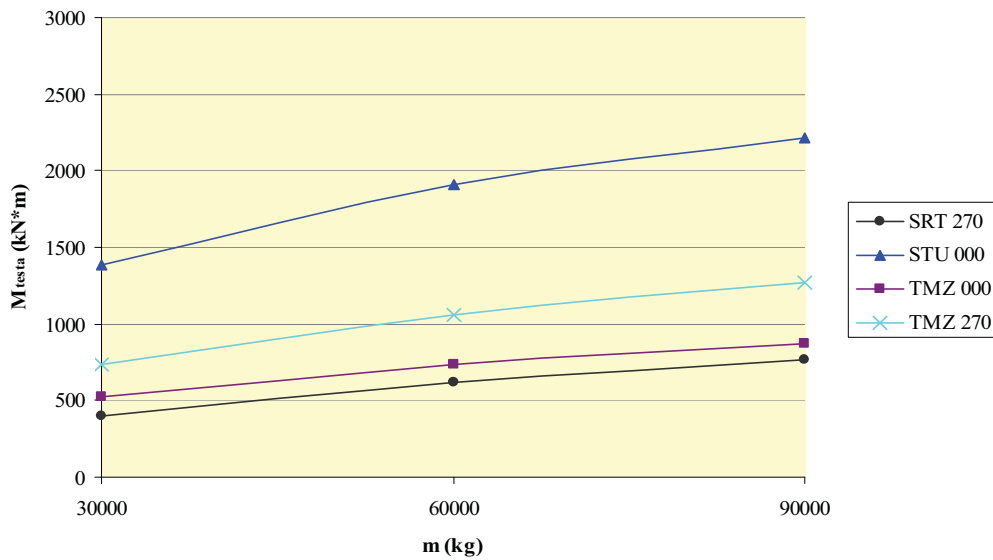
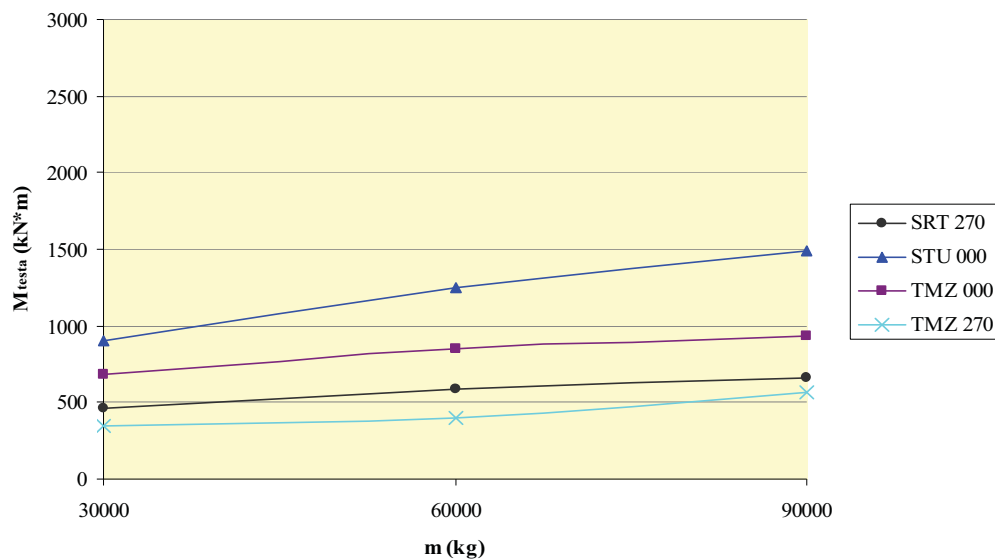


Figura 5.115 – Momenti in testa al palo dovuti all'interazione dinamica completa (a) e all'interazione inerziale (b) per la stratigrafia S2 in campo visco-elastico, al variare della massa dello SDOF in testa al palo.

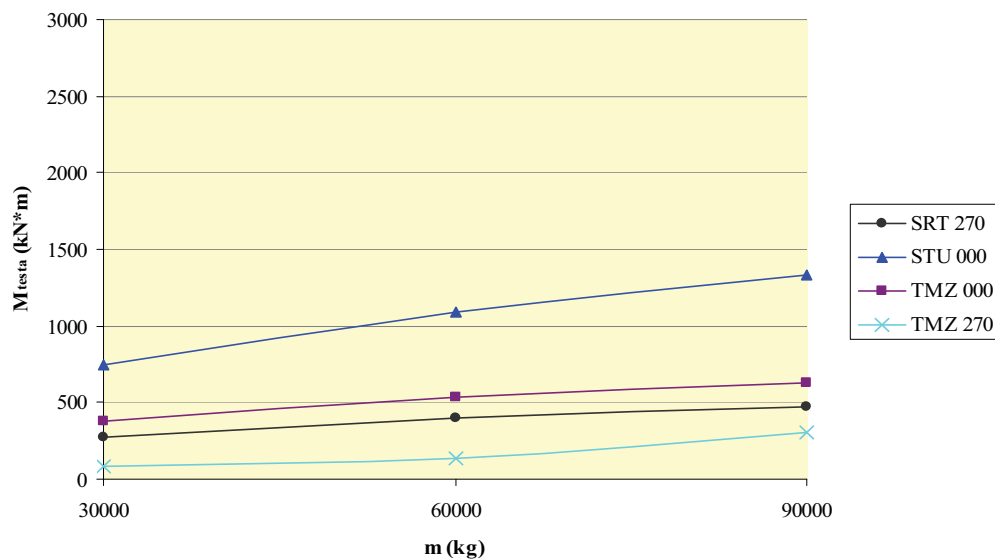
$E_2/E_1=4$

**Interazione completa**



$E_2/E_1=4$

**Interazione inerziale**



**Figura 5.116** – Momenti in testa al palo dovuti all'interazione dinamica completa (a) e all'interazione inerziale (b) per la stratigrafia S3 in campo visco-elastico, al variare della massa dello SDOF in testa al palo.

## 6.2. Risposta in campo non lineare

### 6.2.1. *Analisi relativa alle stratigrafie aventi un contrasto di rigidezza*

Le figure dalla 5.117 alla 5.140 rappresentano gli andamenti degli involucri dei momenti massimi ottenuti attraverso l'analisi dinamica completa (figure a) e inerziale (figure b), per le due stratigrafie *S2* e *S3* soggette a ciascun input e al variare della massa dello SDOF in testa al palo, espressa in kg.

Le analisi sono state condotte in campo non lineare, considerando diversi valori dell'indice di plasticità *PI* dello strato superiore e mantenendo fisso l'indice di plasticità dello strato inferiore ( $PI = 0\%$ ).

L'interazione inerziale è stata determinata, anche in questo caso, come differenza tra gli andamenti ottenuti tramite l'interazione dinamica completa e quelli ricavati dall'interazione cinematica. Questo è stato possibile poiché la non linearità è riprodotta attraverso il metodo lineare-equivalente, che lavora per successivi stati lineari; pertanto vale ancora il principio di sovrapposizione degli effetti.

Osservando i risultati si nota che, a differenza di quanto ottenuto per l'interazione dinamica completa in campo visco-elastico, per la quale i momenti in testa risultavano maggiori di quelli ottenuti all'interfaccia sia per la stratigrafia *S2* che per la stratigrafia *S3*, qualunque fosse l'accelerogramma considerato, in campo non lineare questo risultato si registra solo per la stratigrafia *S3*, ovvero deposito più rigido, quando l'indice di plasticità dello strato superiore è pari a  $PI = 50\%$ .

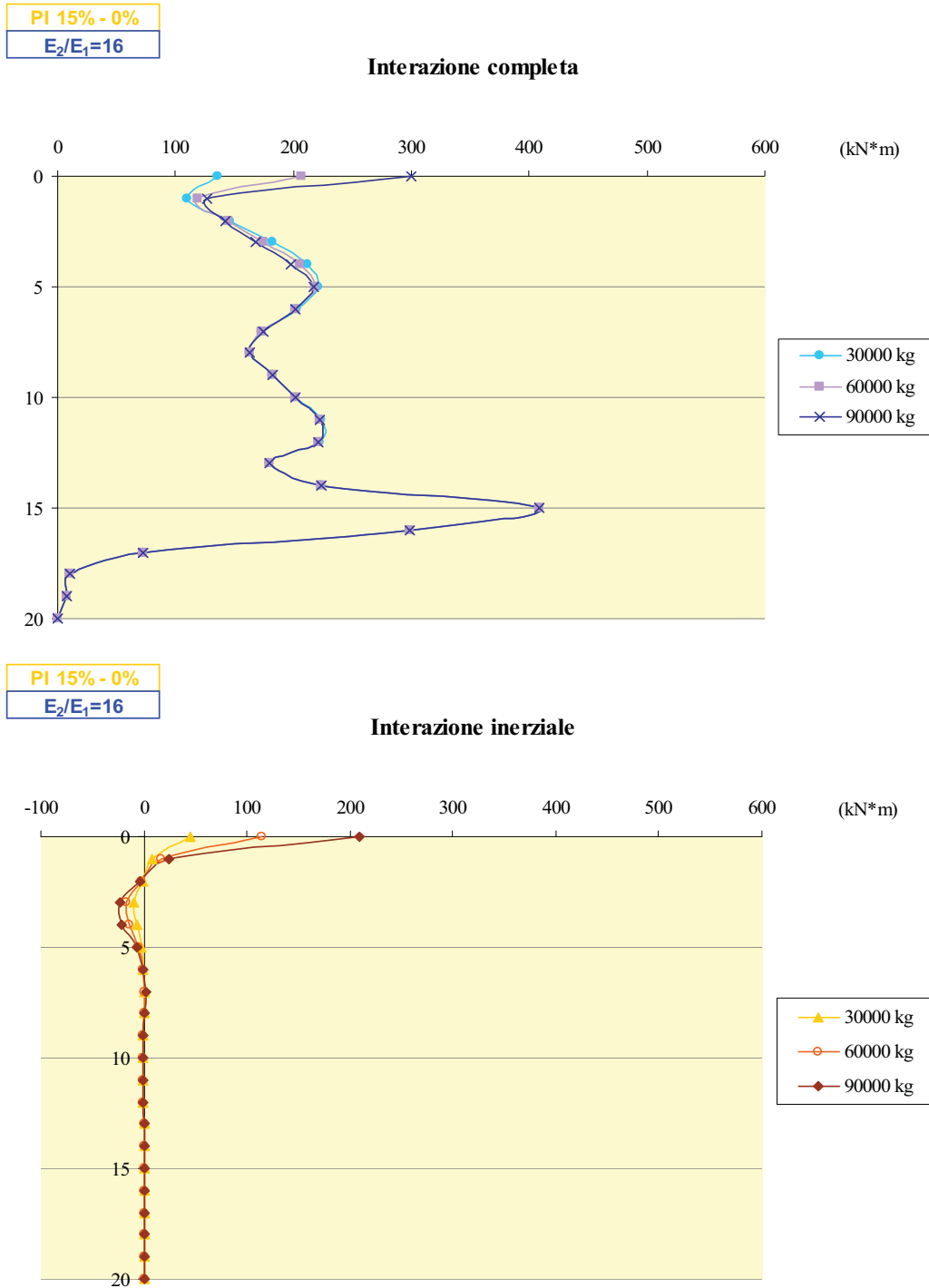
Per le altre combinazioni di indici di plasticità, i risultati sono dipendenti dall'input e dal valore della massa dello SDOF.

Per quanto concerne la stratigrafia *S2*, i valori in testa al palo sono generalmente più piccoli di quelli all'interfaccia, esattamente come era stato riscontrato nel caso della sola interazione cinematica in campo non lineare, fatta

eccezione per l'input  $I4$  in corrispondenza del quale si registra un comportamento opposto quando l'indice di plasticità è  $PI = 30\%$ .

I diagrammi da 5.141 a 5.148 mostrano l'andamento dei momenti flettenti in testa al palo dovuti all'interazione dinamica completa (parte a delle figure) e all'interazione inerziale (parte b delle figure), per ciascuna stratigrafia e accelerogramma di input, al variare della massa espressa in kg.

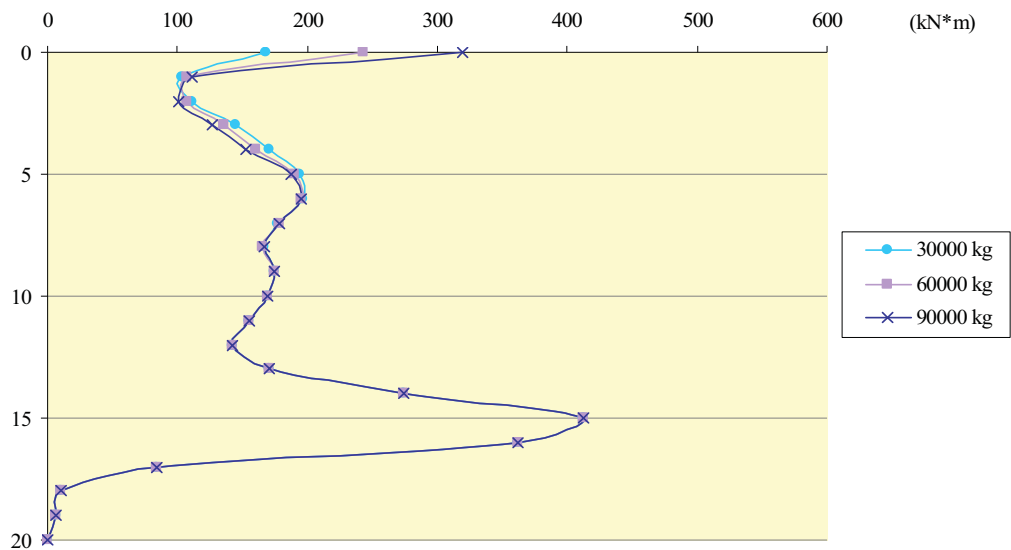
Come è immediato constatare, all'aumentare della massa dell'oscillatore semplice, per qualsiasi indice di plasticità  $PI$  computato nel calcolo, i momenti in testa aumentano qualunque sia il rapporto di rigidezza  $E_2/E_1$ , nonché l'evento sismico a cui è soggetto il nostro modello.



**Figura 5.117** – Mom. dovuti all’inter. dinam. completa (a) e all’inter. inerziale (b), al variare della massa dello SDOF, per la stratigrafia S2 in campo non lineare con indice di plasticità dello strato sup.  $PI_1=15\%$  e indice di plasticità dello strato inf.  $PI_2=0\%$ , soggetta all’input I1.

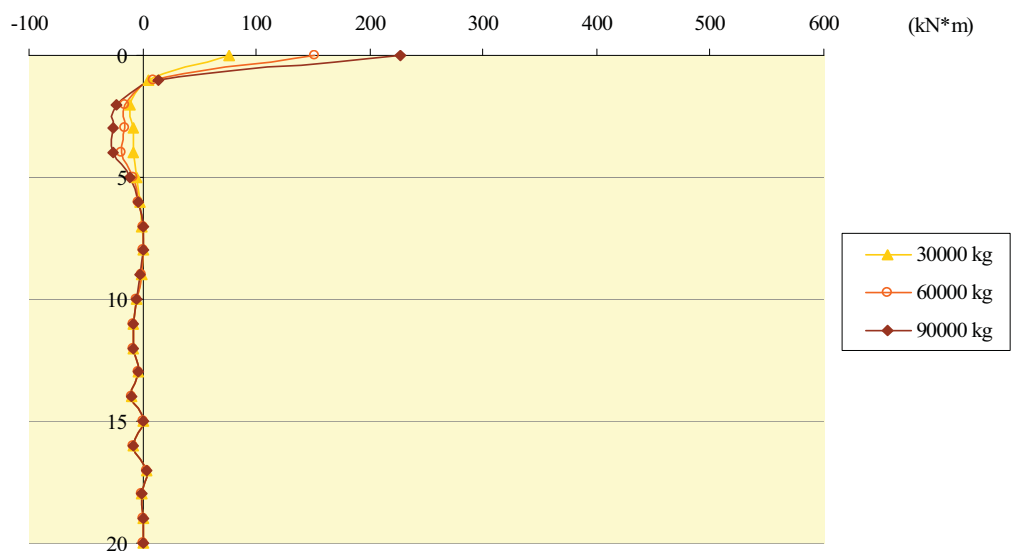
PI 30% - 0%  
 $E_2/E_1=16$

Interazione completa



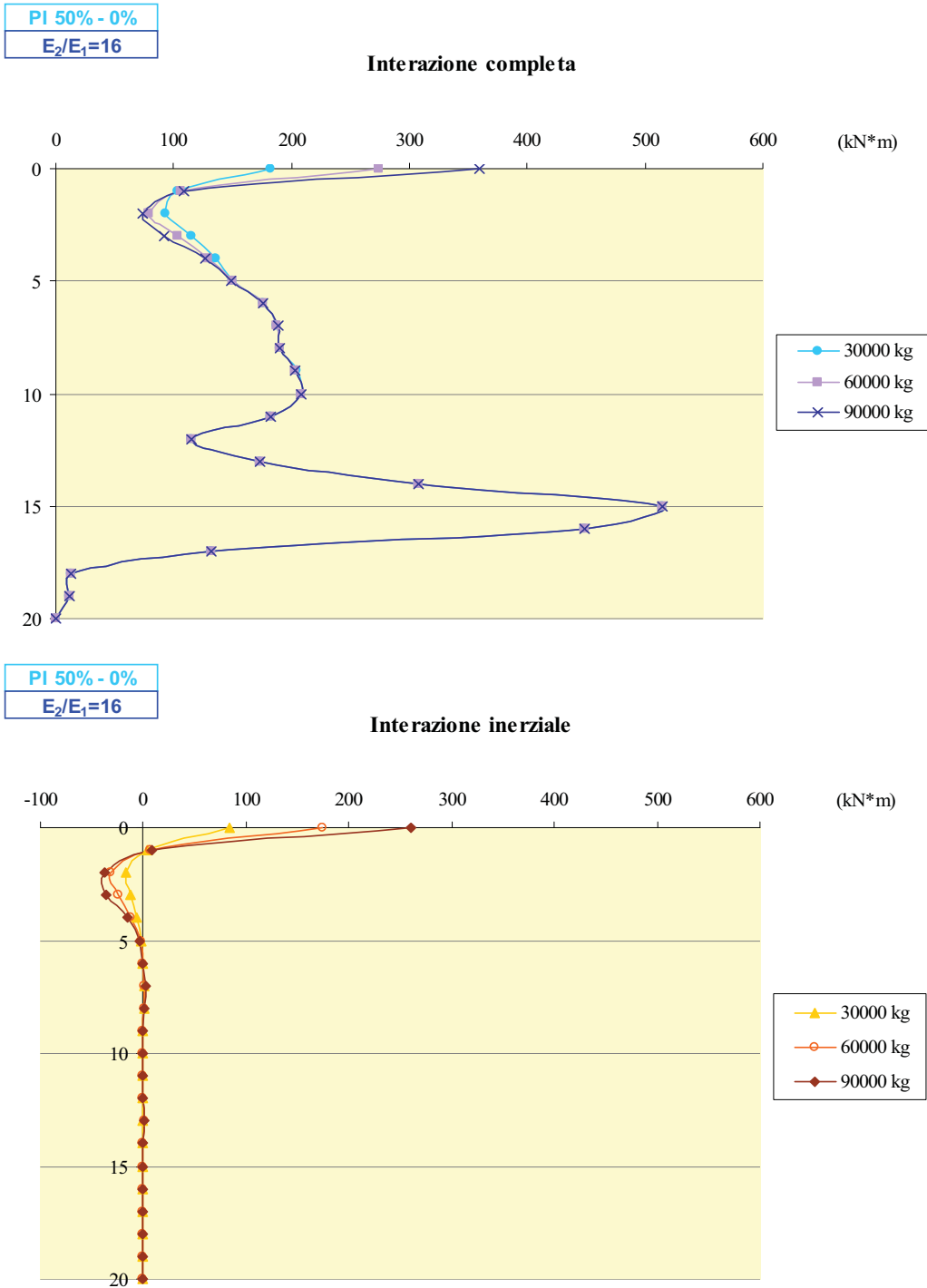
PI 30% - 0%  
 $E_2/E_1=16$

Interazione inerziale



**Figura 5.118** – Mom. dovuti all’inter. dinam. completa (a) e all’inter. inerziale (b), al variare della massa dello SDOF, per la stratigrafia S2 in campo non lineare con indice di plasticità dello strato sup.  $PI_1=30\%$  e indice di plasticità dello strato inf.  $PI_2=0\%$ , soggetta all’input I1.

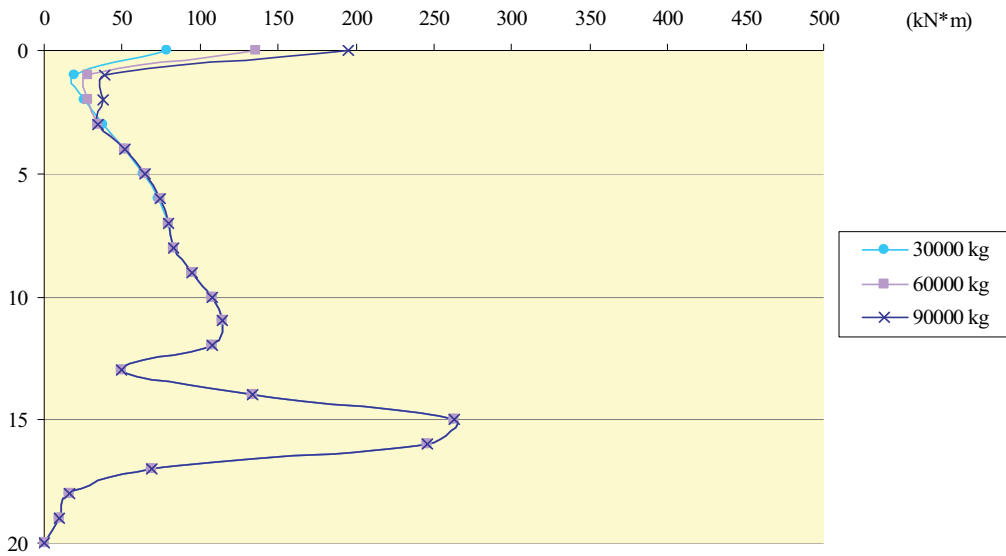




**Figura 5.119** – Mom. dovuti all’inter. dinam. completa (a) e all’inter. inerziale (b), al variare della massa dello SDOF, per la stratigrafia S2 in campo non lineare con indice di plasticità dello strato sup.  $PI_1=50\%$  e indice di plasticità dello strato inf.  $PI_2=0\%$ , soggetta all’input I1.

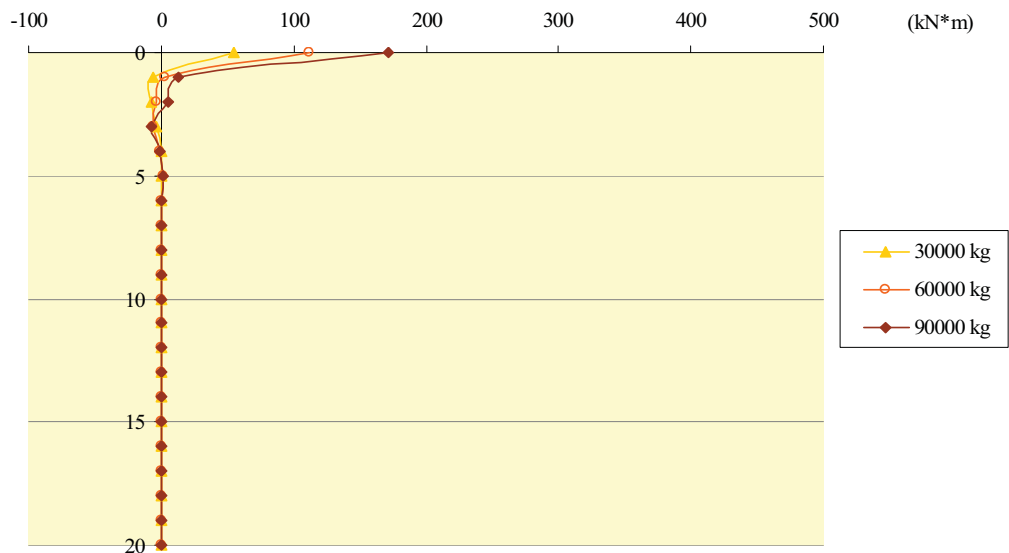
PI 15% - 0%  
 $E_2/E_1=4$

**Interazione completa**

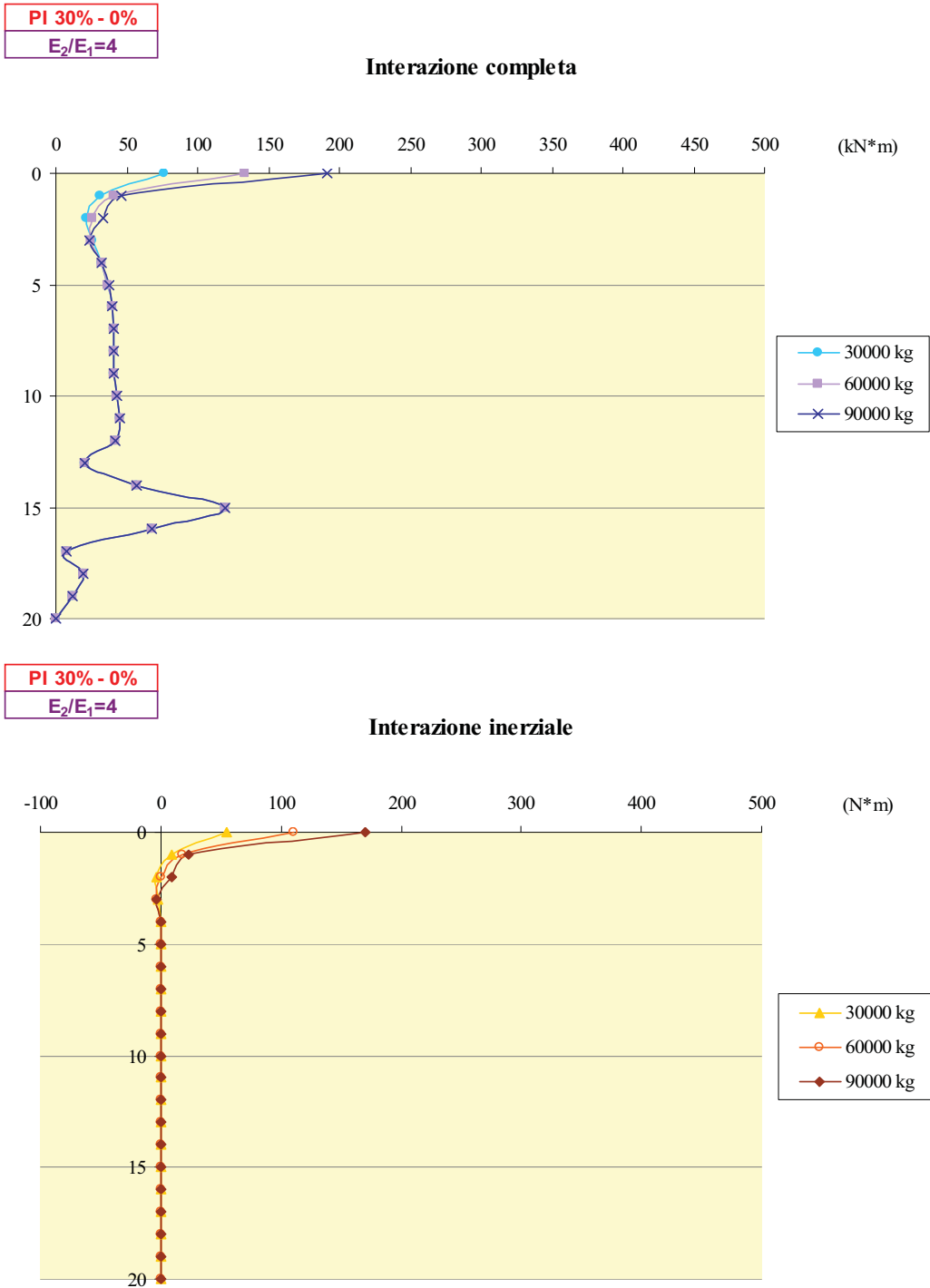


PI 15% - 0%  
 $E_2/E_1=4$

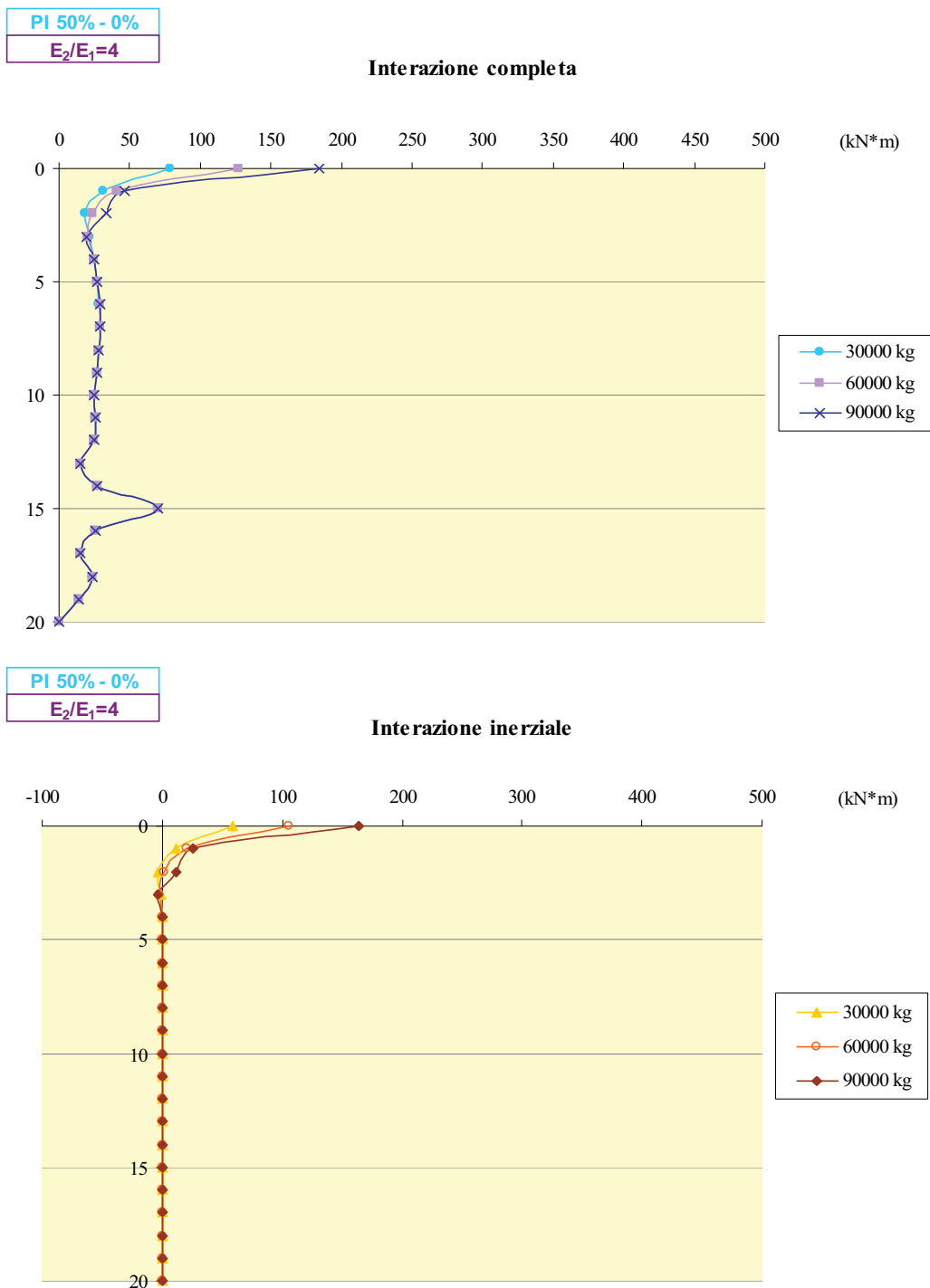
**Interazione inerziale**



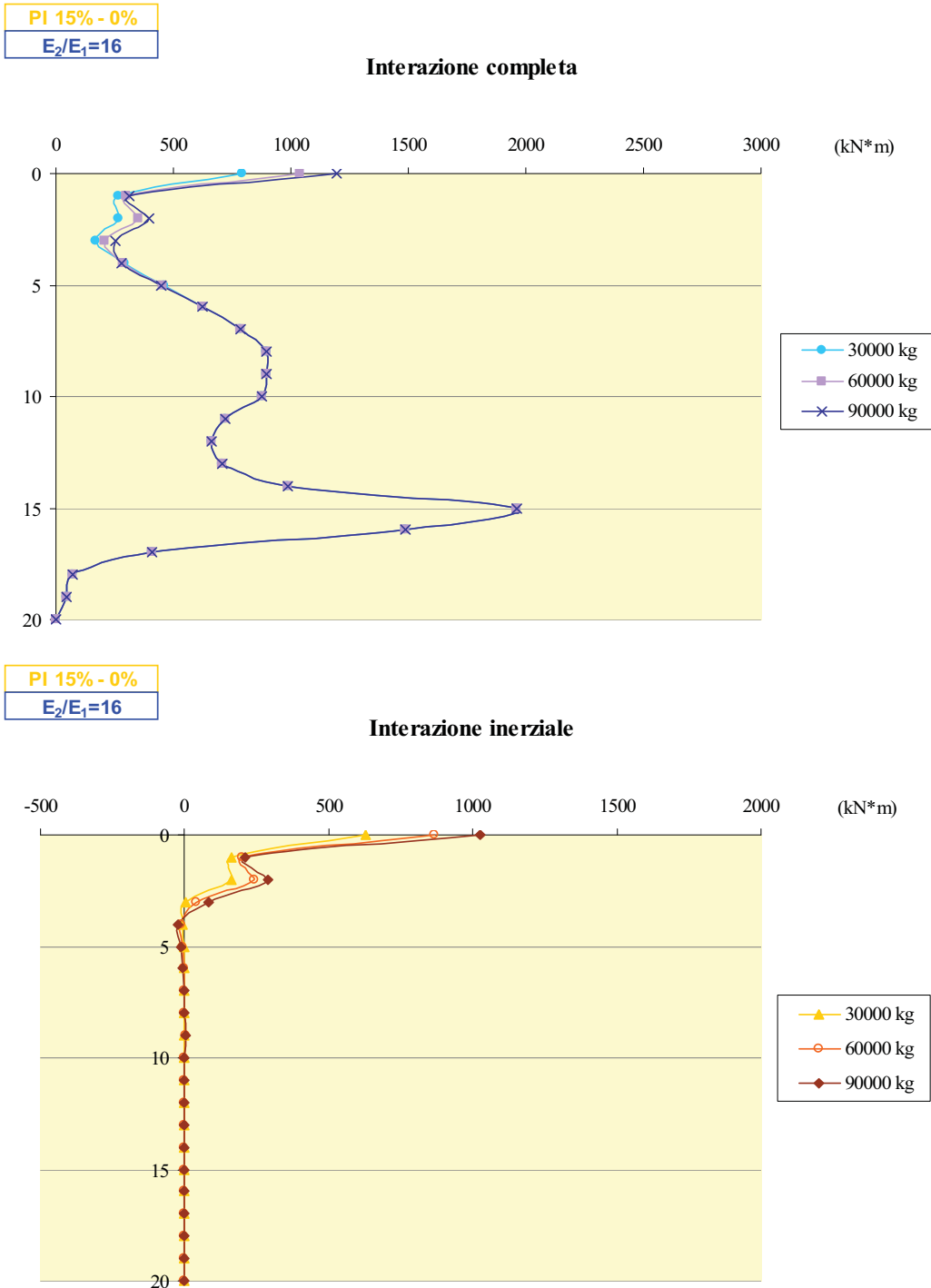
**Figura 5.120** – Mom. dovuti all’inter. dinam. completa (a) e all’inter. inerziale (b), al variare della massa dello SDOF, per la stratigrafia S3 in campo non lineare con indice di plasticità dello strato sup.  $PI_1=15\%$  e indice di plasticità dello strato inf.  $PI_2=0\%$ , soggetta all’input I1.



**Figura 5.121** – Mom. dovuti all’inter. dinam. completa (a) e all’inter. inerziale (b), al variare della massa dello SDOF, per la stratigrafia S3 in campo non lineare con indice di plasticità dello strato sup.  $PI_1=30\%$  e indice di plasticità dello strato inf.  $PI_2=0\%$ , soggetta all’input I1.



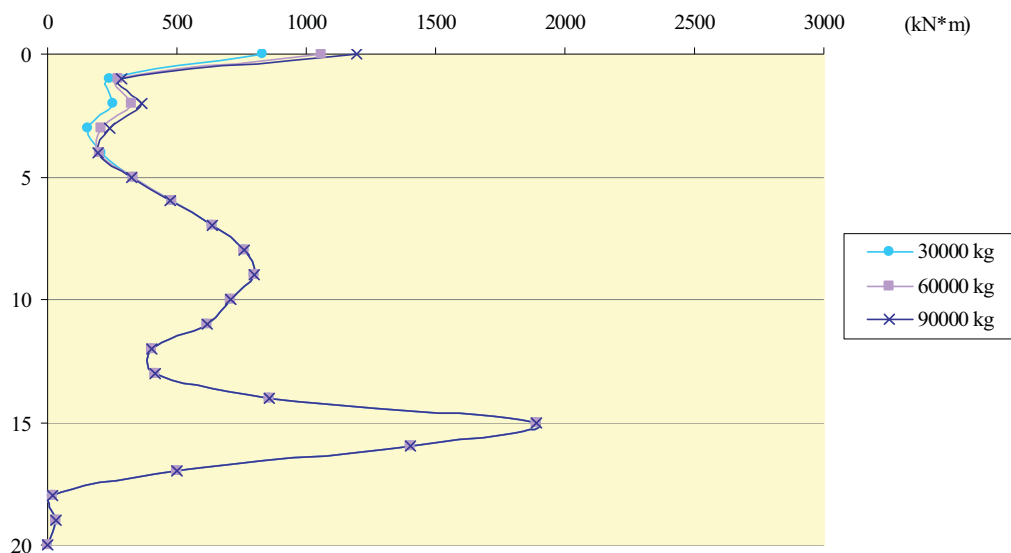
**Figura 5.122** – Mom. dovuti all’inter. dinam. completa (a) e all’inter. inerziale (b), al variare della massa dello SDOF, per la stratigrafia S3 in campo non lineare con indice di plasticità dello strato sup. PI<sub>1</sub>=50% e indice di plasticità dello strato inf. PI<sub>2</sub>=0%, soggetta all’input I1.



**Figura 5.123** – Mom. dovuti all’inter. dinam. completa (a) e all’inter. inerziale (b), al variare della massa dello SDOF, per la stratigrafia S2 in campo non lineare con indice di plasticità dello strato sup.  $PI_1=15\%$  e indice di plasticità dello strato inf.  $PI_2=0\%$ , soggetta all’input I2.

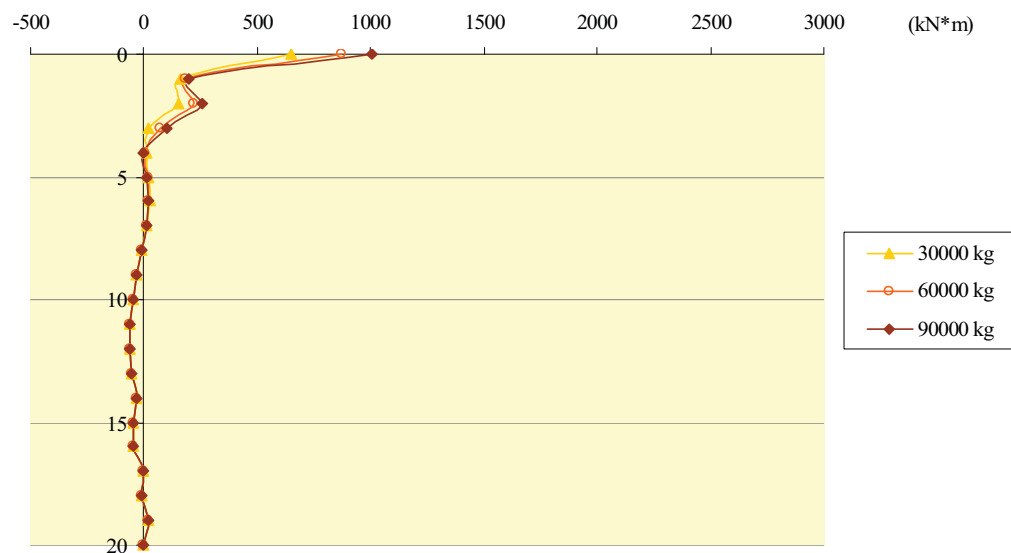
PI 30% - 0%  
 $E_2/E_1=16$

Interazione completa

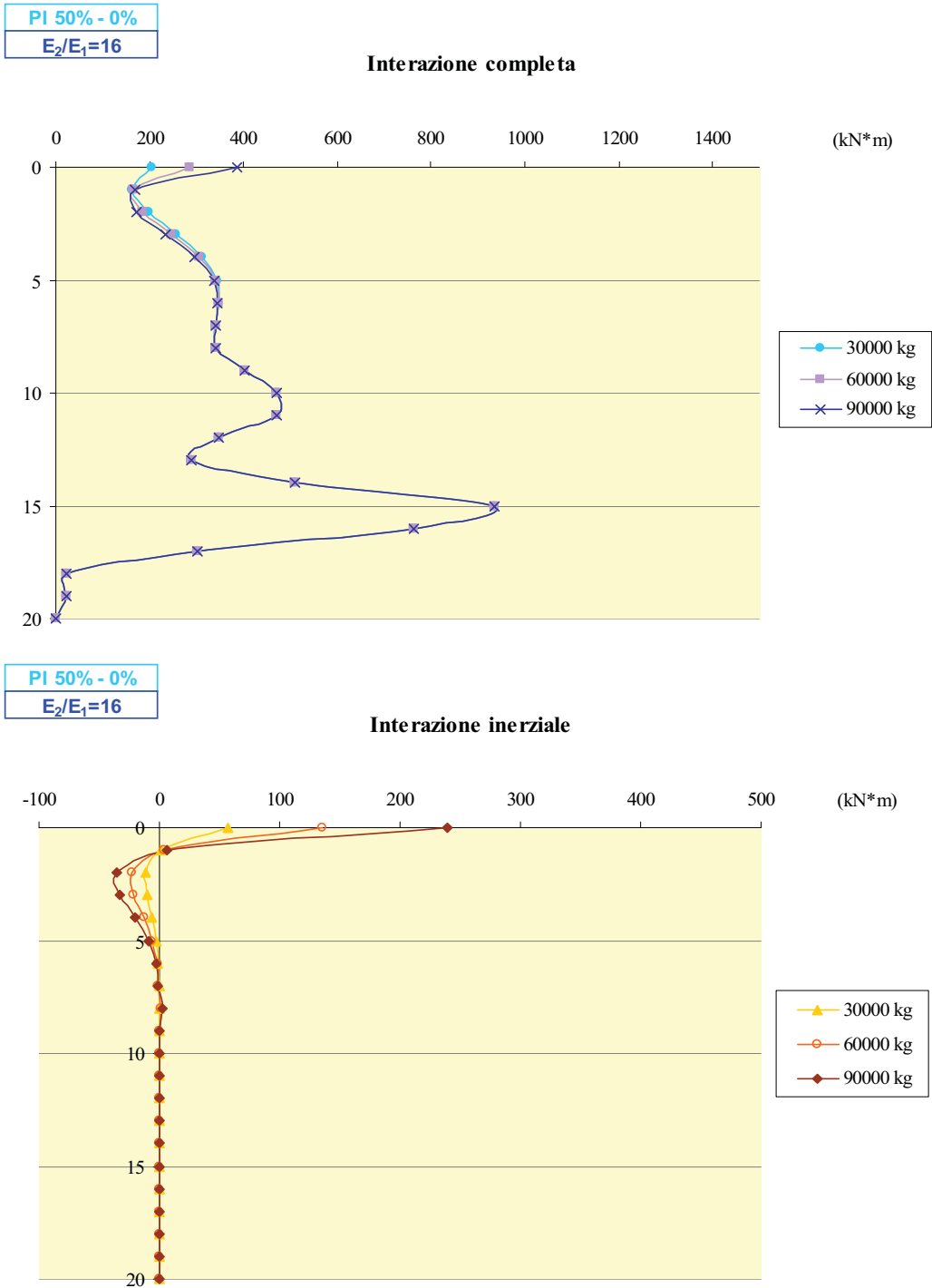


PI 30% - 0%  
 $E_2/E_1=16$

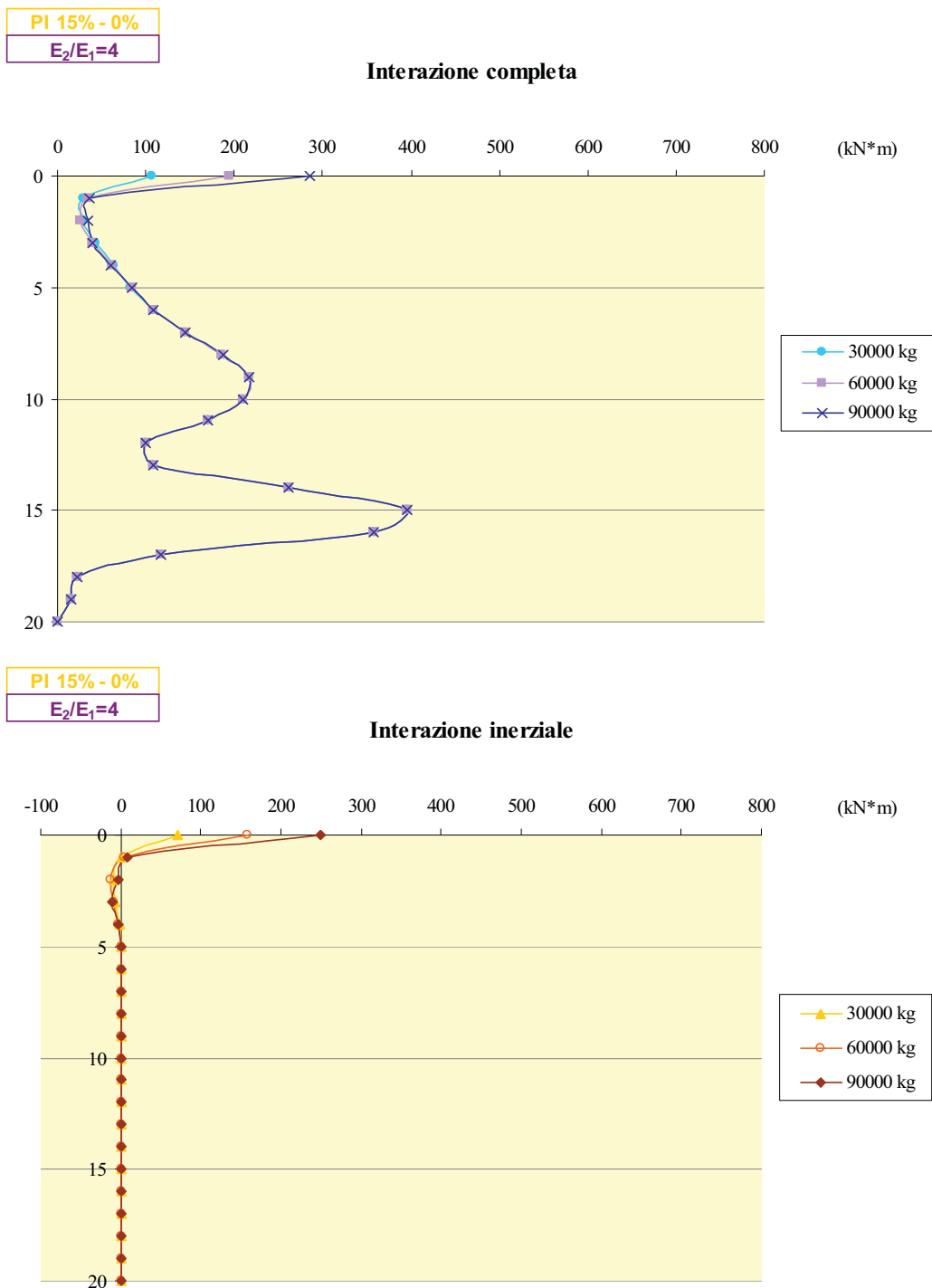
Interazione inerziale



**Figura 5.124** – Mom. dovuti all’inter. dinam. completa (a) e all’inter. inerziale (b), al variare della massa dello SDOF, per la stratigrafia S2 in campo non lineare con indice di plasticità dello strato sup.  $PI_1=30\%$  e indice di plasticità dello strato inf.  $PI_2=0\%$ , soggetta all’input I2.

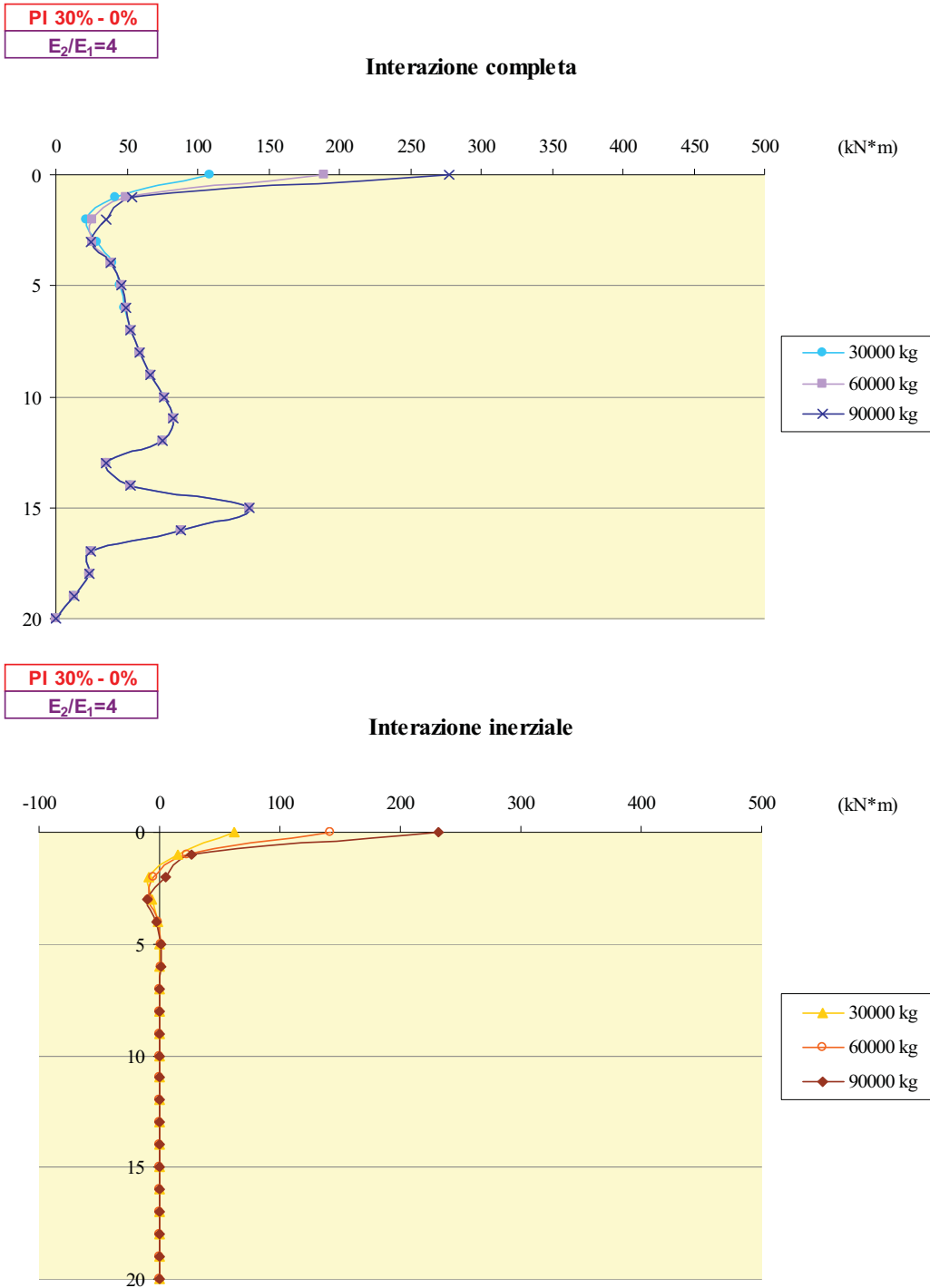


**Figura 5.125** – Mom. dovuti all’inter. dinam. completa (a) e all’inter. inerziale (b), al variare della massa dello SDOF, per la stratigrafia S2 in campo non lineare con indice di plasticità dello strato sup.  $PI_1=50\%$  e indice di plasticità dello strato inf.  $PI_2=0\%$ , soggetta all’input I2.

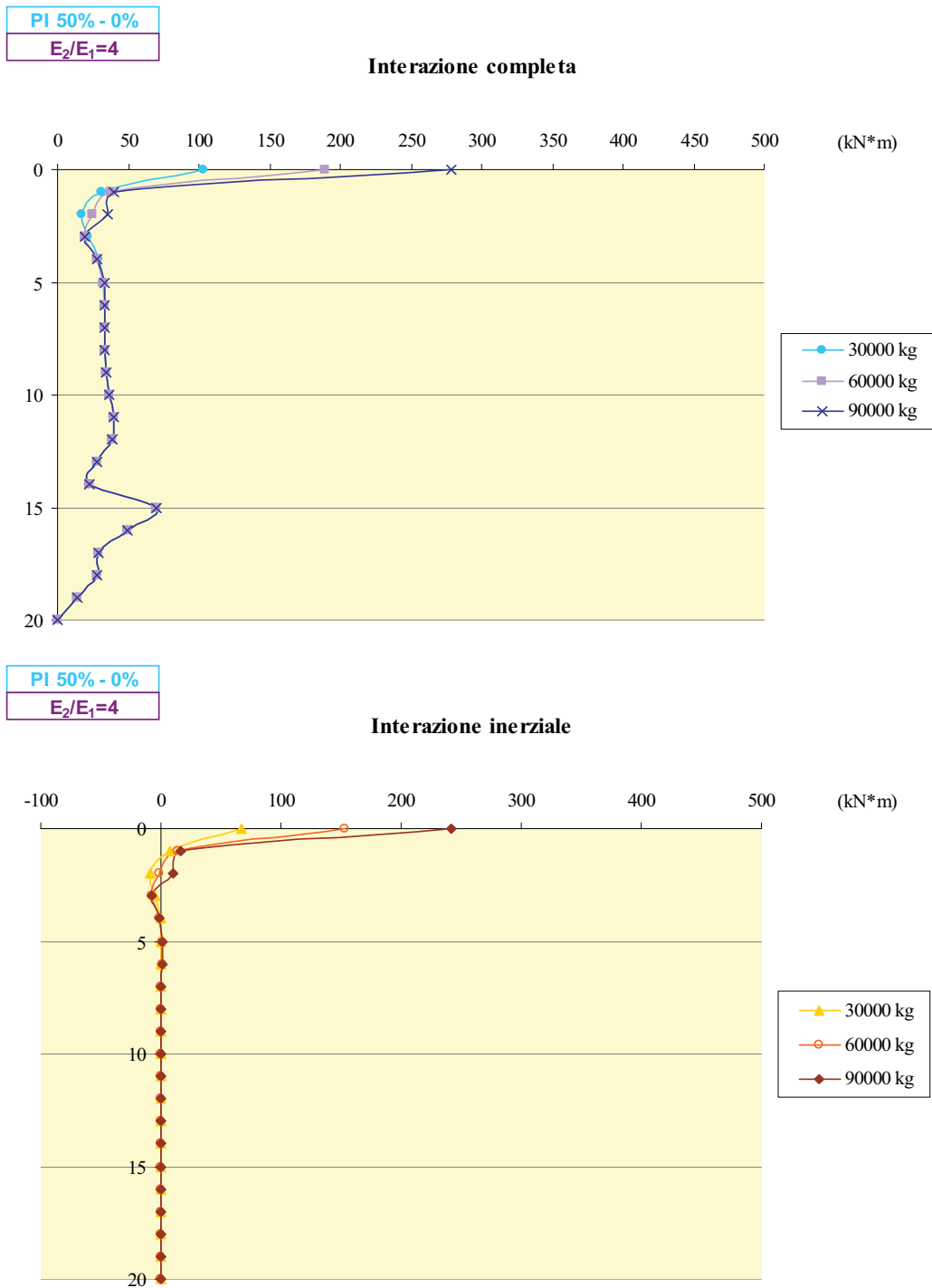


**Figura 5.126** – Mom. dovuti all’inter. dinam. completa (a) e all’inter. inerziale (b), al variare della massa dello SDOF, per la stratigrafia S3 in campo non lineare con indice di plasticità dello strato sup. PI<sub>1</sub>=15% e indice di plasticità dello strato inf. PI<sub>2</sub>=0%, soggetta all’input I2.

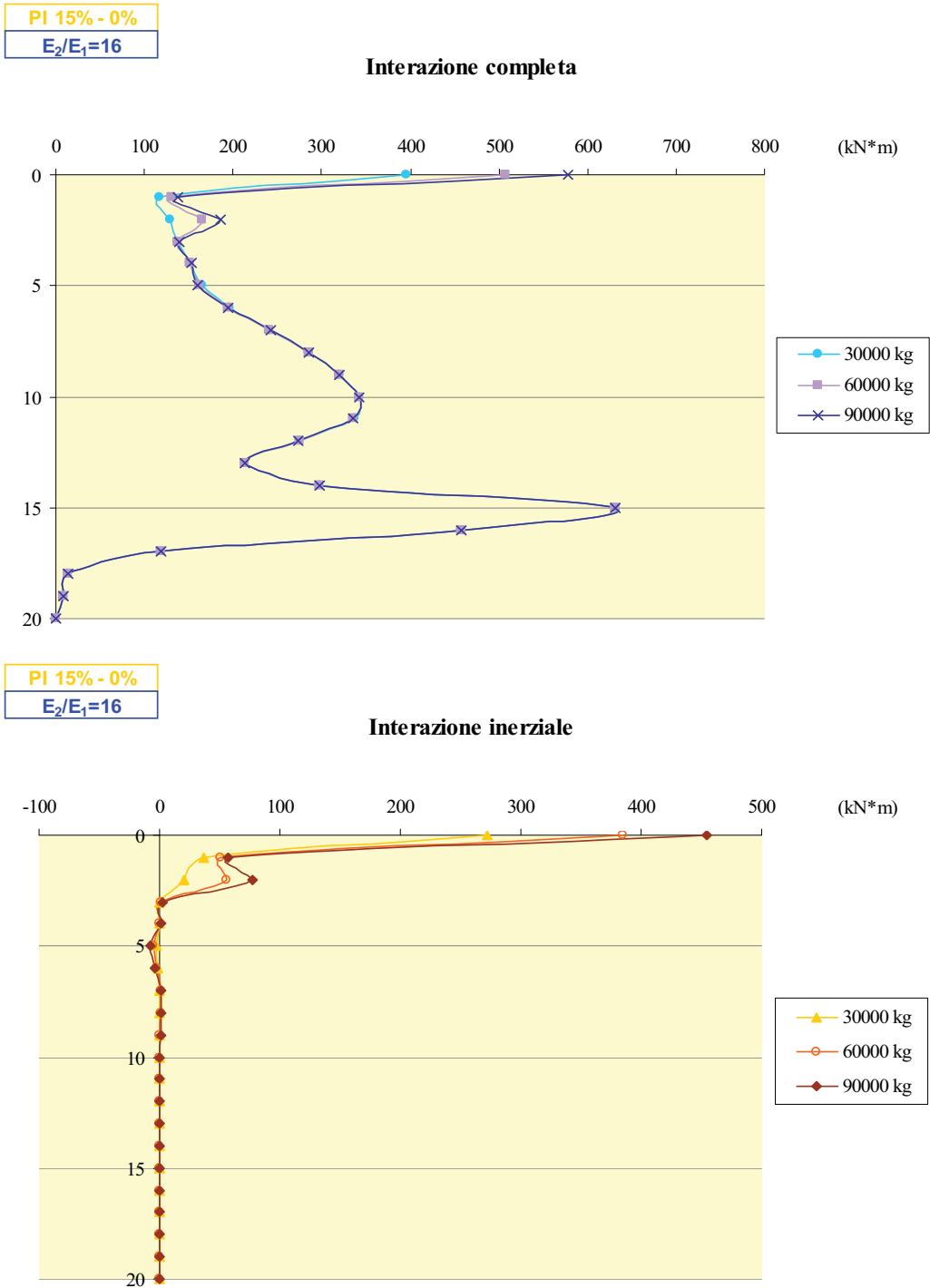




**Figura 5.127** – Mom. dovuti all’inter. dinam. completa (a) e all’inter. inerziale (b), al variare della massa dello SDOF, per la stratigrafia S3 in campo non lineare con indice di plasticità dello strato sup.  $PI_1=30\%$  e indice di plasticità dello strato inf.  $PI_2=0\%$ , soggetta all’input I2.



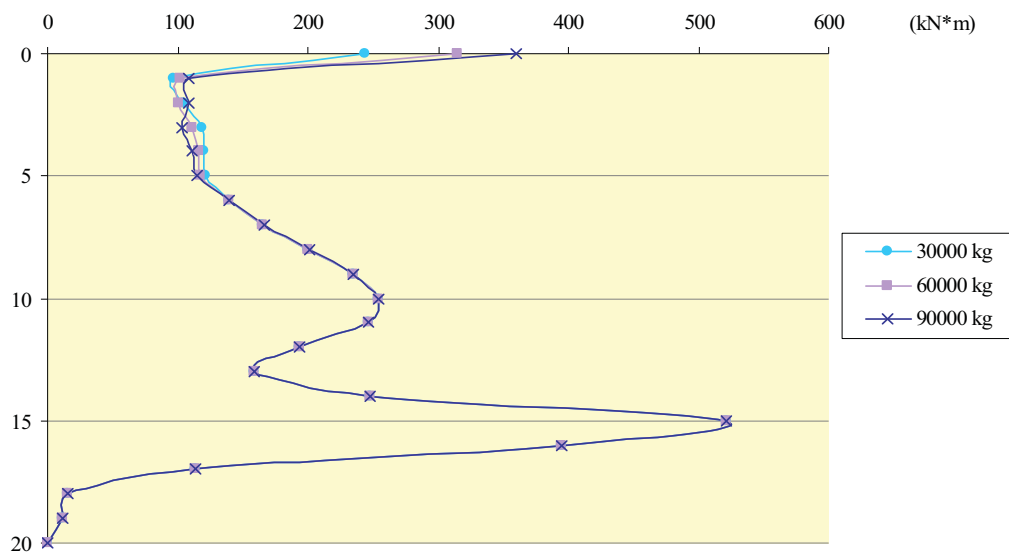
**Figura 5.128** – Mom. dovuti all’inter. din. completa (a) e all’inter. inerziale (b), al variare della massa dello SDOF, per la stratigrafia S3 in campo non lineare con indice di plasticità dello strato sup. PI<sub>1</sub>=50% e indice di plasticità dello strato inf. PI<sub>2</sub>=0%, soggetta all’input I2.



**Figura 5.129** – Mom. dovuti all’inter. dinam. completa (a) e all’inter. inerziale (b), al variare della massa dello SDOF, per la stratigrafia S2 in campo non lineare con indice di plasticità dello strato sup.  $PI_1=15\%$  e indice di plasticità dello strato inf.  $PI_2=0\%$ , soggetta all’input I3.

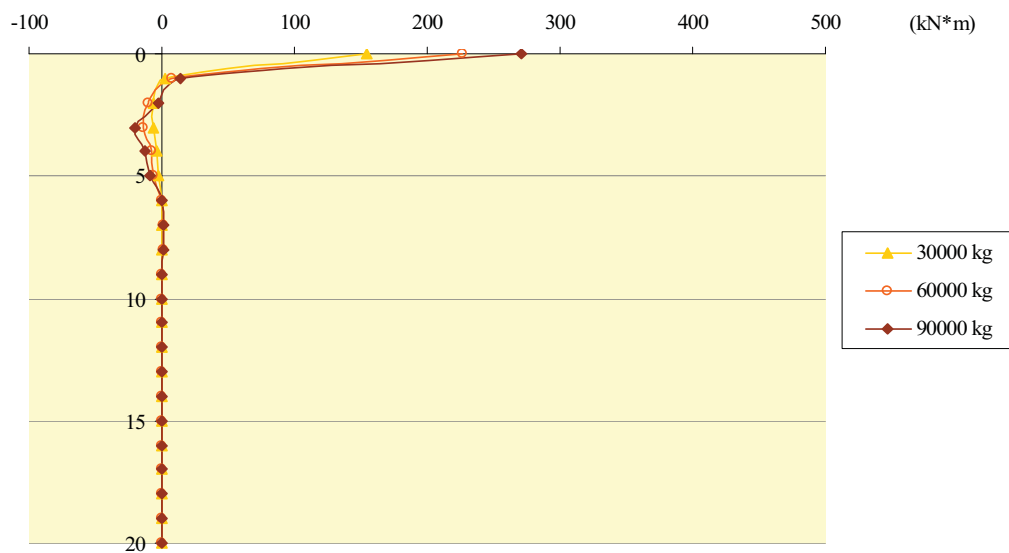
PI 30% - 0%  
 $E_2/E_1=16$

Interazione completa

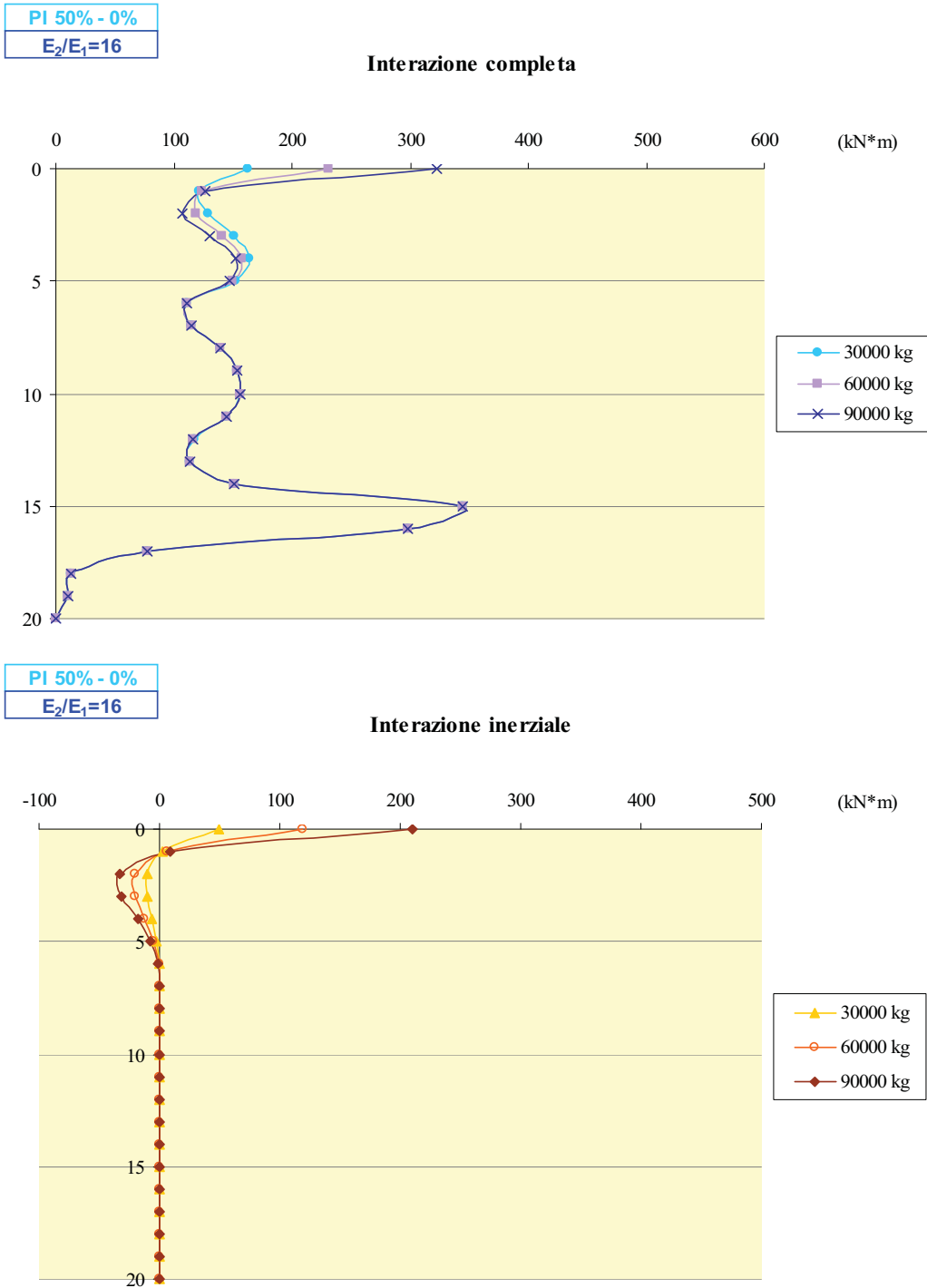


PI 30% - 0%  
 $E_2/E_1=16$

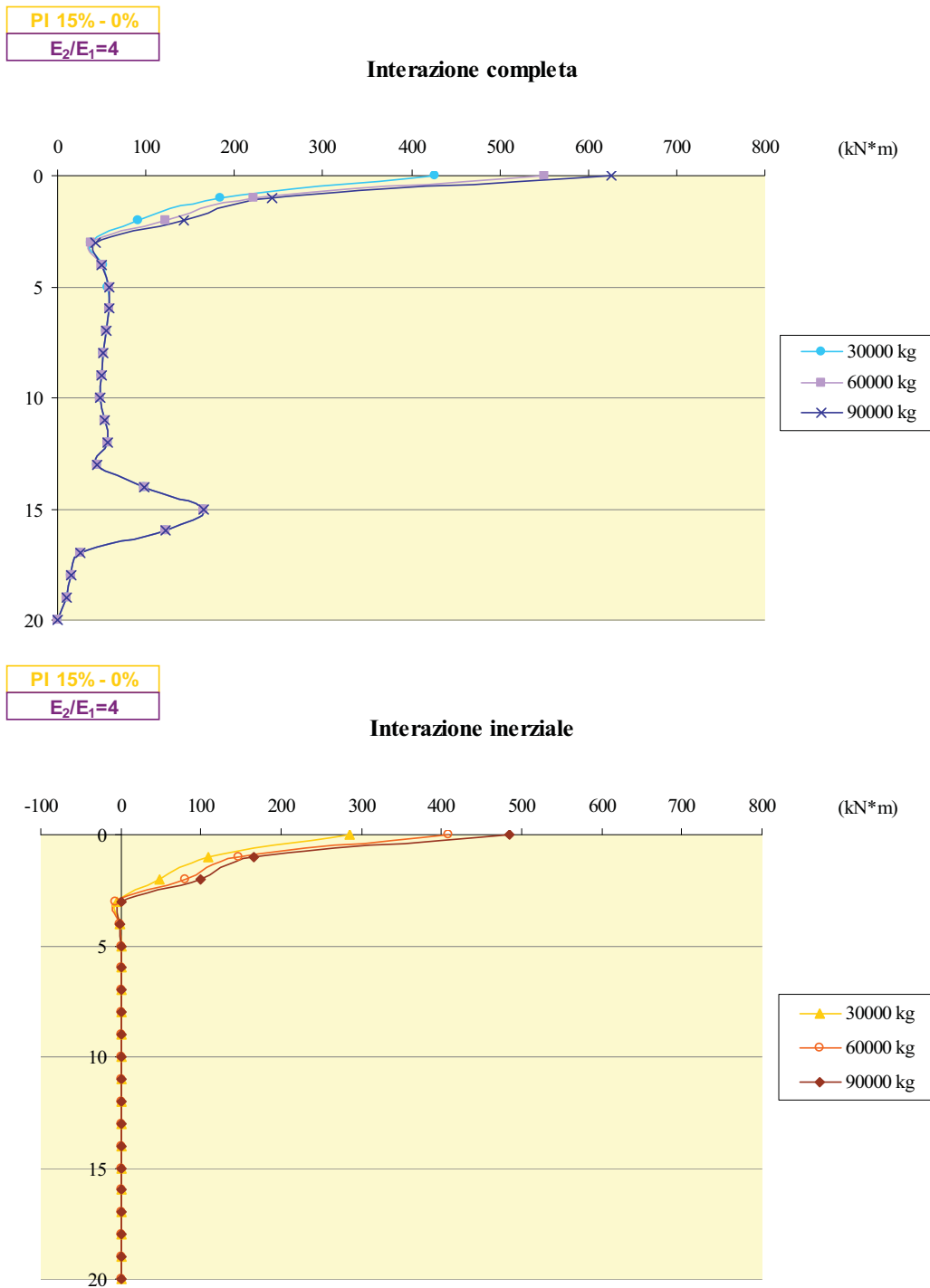
Interazione inerziale



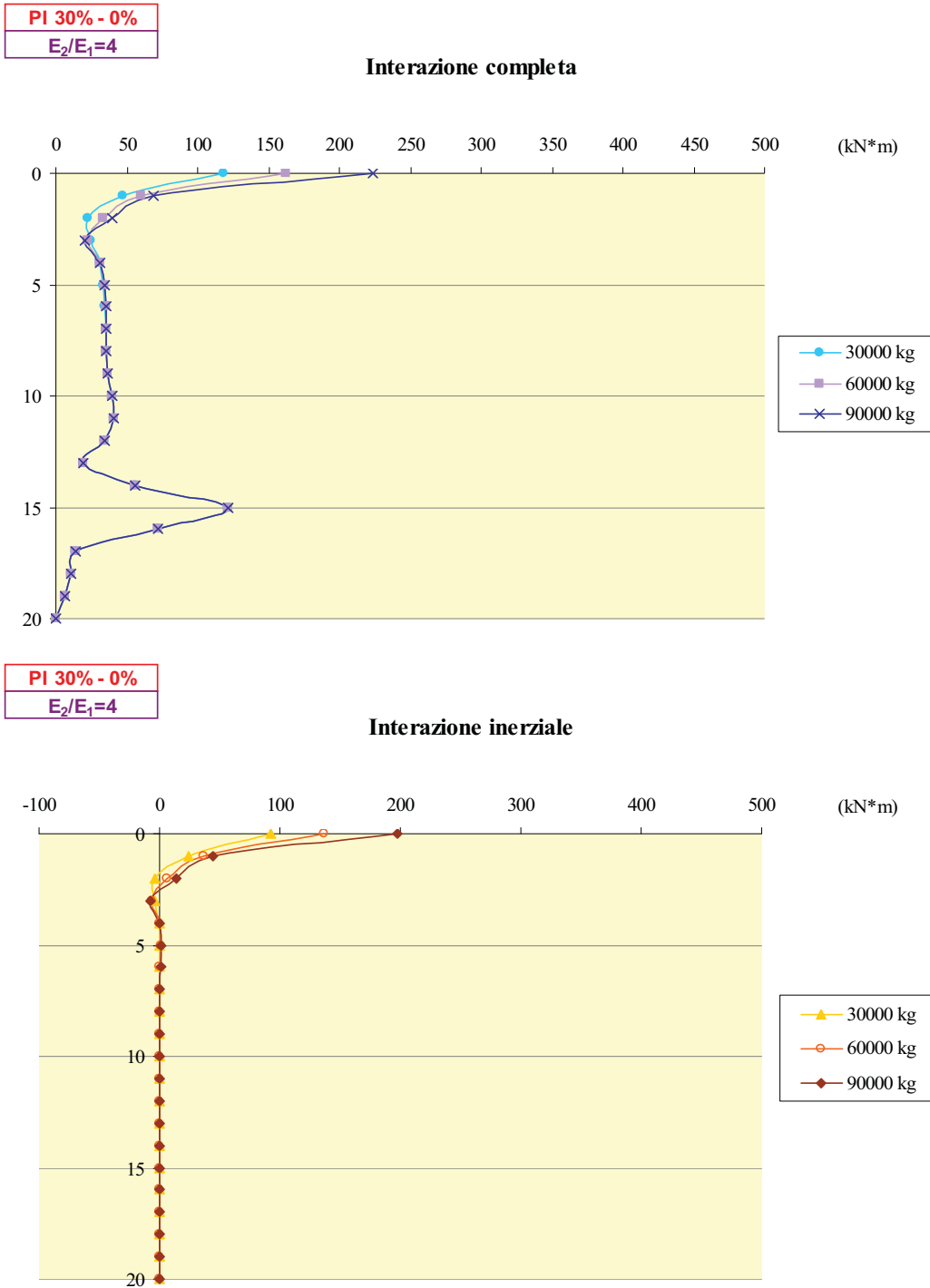
**Figura 5.130** – Mom. dovuti all’inter. dinam. completa (a) e all’inter. inerziale (b), al variare della massa dello SDOF, per la stratigrafia S2 in campo non lineare con indice di plasticità dello strato sup.  $PI_1=30\%$  e indice di plasticità dello strato inf.  $PI_2=0\%$ , soggetta all’input I3.



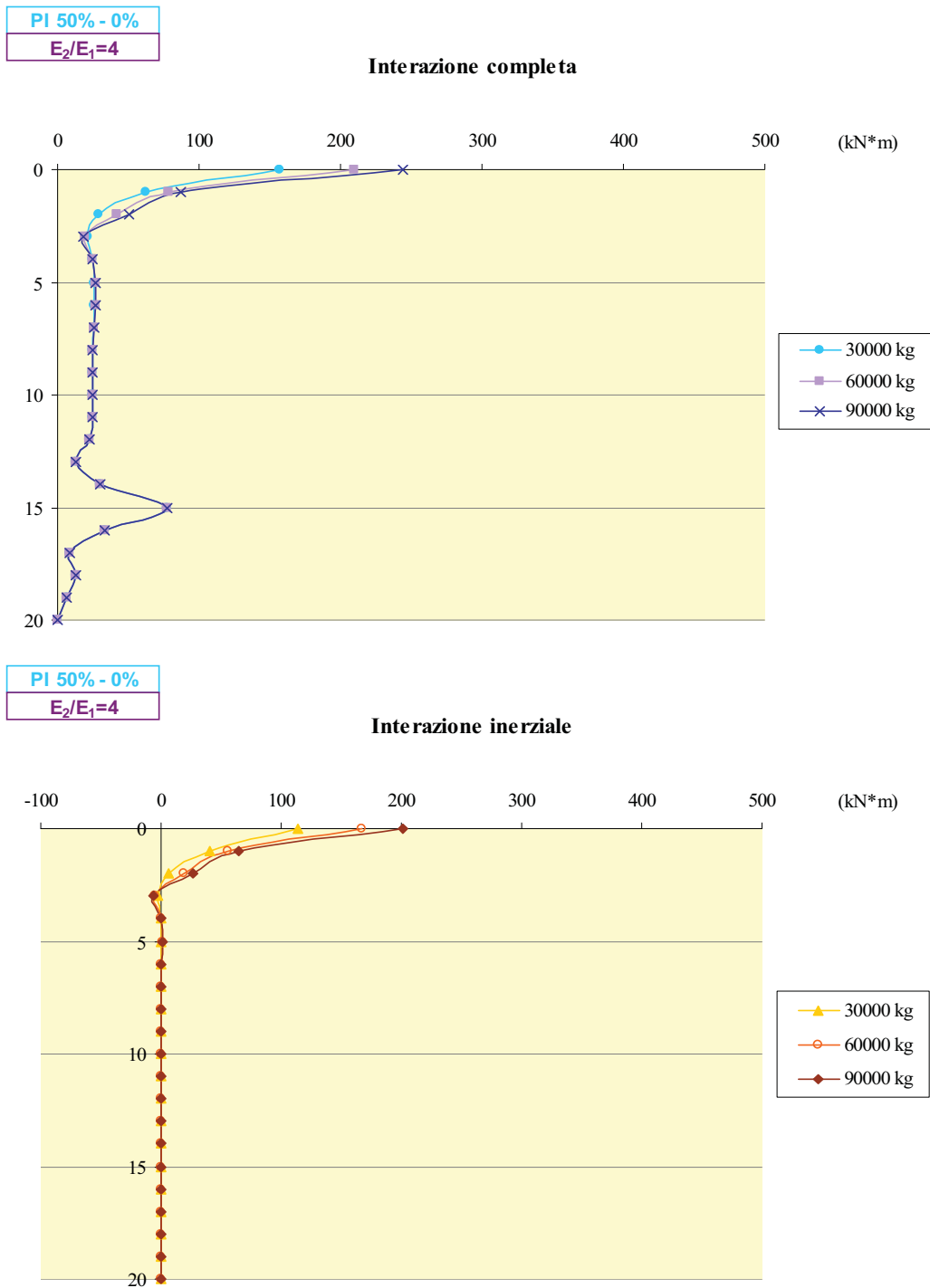
**Figura 5.131** – Mom. dovuti all’inter. dinam. completa (a) e all’inter. inerziale (b), al variare della massa dello SDOF, per la stratigrafia S2 in campo non lineare con indice di plasticità dello strato sup.  $PI_1=50\%$  e indice di plasticità dello strato inf.  $PI_2=0\%$ , soggetta all’input I3.



**Figura 5.132** – Mom. dovuti all’inter. din. completa (a) e all’inter. inerziale (b), al variare della massa dello SDOF, per la stratigrafia S3 in campo non lineare con indice di plasticità dello strato sup.  $PI_1=15\%$  e indice di plasticità dello strato inf.  $PI_2=0\%$ , soggetta all’input I3.

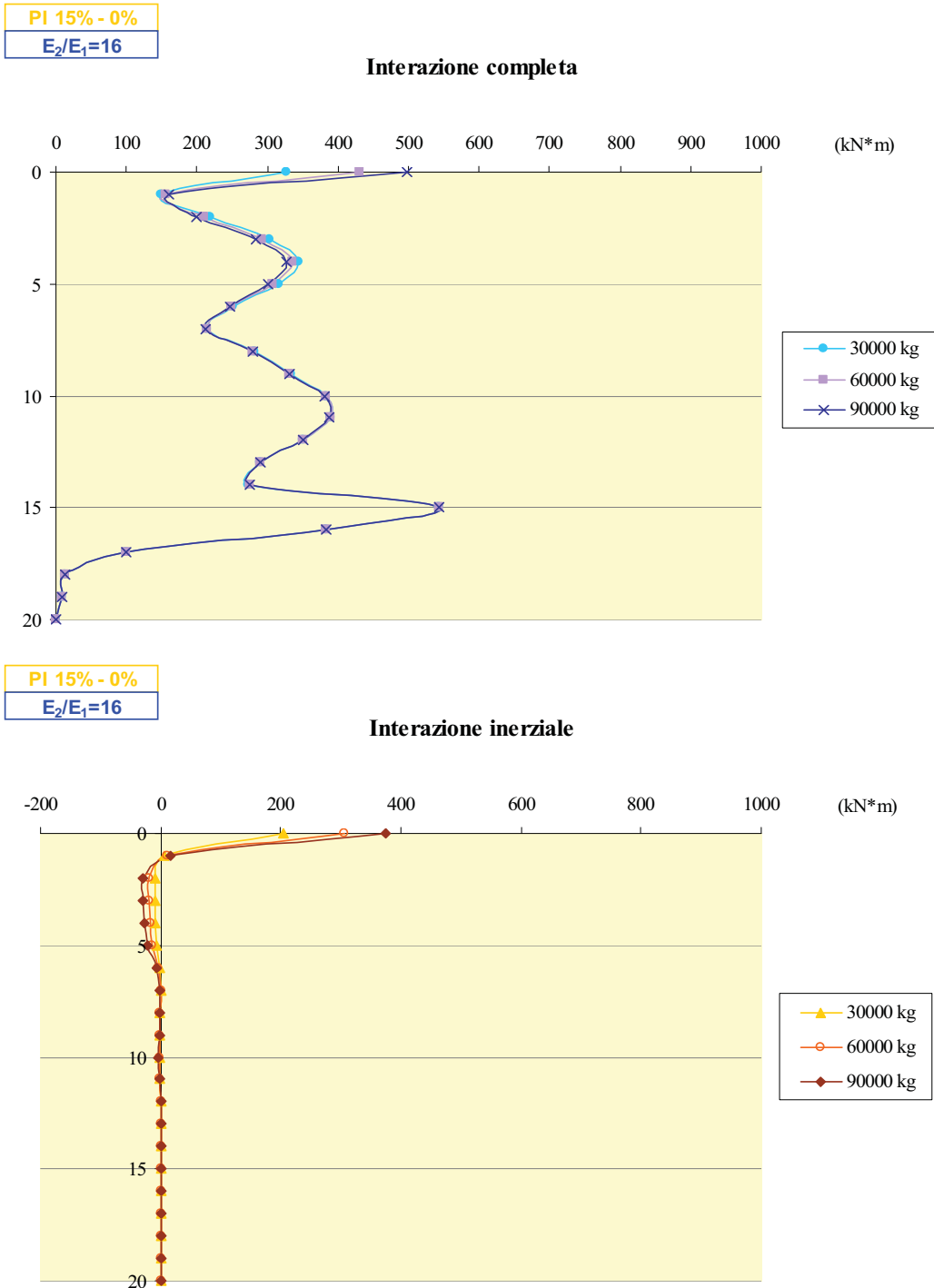


**Figura 5.133** – Mom. dovuti all’inter. dinam. completa (a) e all’inter. inerziale (b), al variare della massa dello SDOF, per la stratigrafia S3 in campo non lineare con indice di plasticità dello strato sup. PI<sub>1</sub>=30% e indice di plasticità dello strato inf. PI<sub>2</sub>=0%, soggetta all’input I3.



**Figura 5.134** – Mom. dovuti all’inter. dinam. completa (a) e all’inter. inerziale (b), al variare della massa dello SDOF, per la stratigrafia S3 in campo non lineare con indice di plasticità dello strato sup. PI<sub>1</sub>=50% e indice di plasticità dello strato inf. PI<sub>2</sub>=0%, soggetta all’input I3.

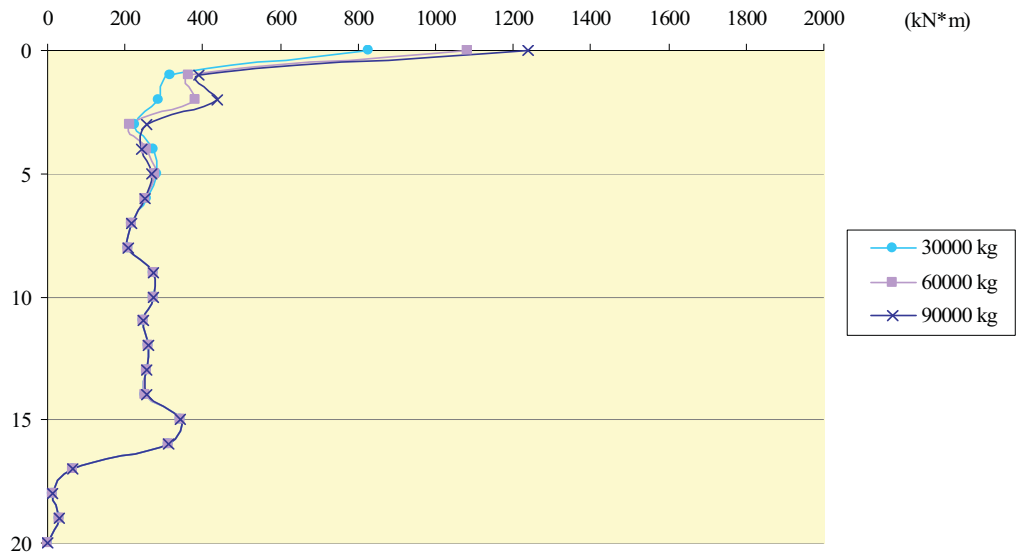




**Figura 5.135** – Mom. dovuti all’inter. dinam. completa (a) e all’inter. inerziale (b), al variare della massa dello SDOF, per la stratigrafia S2 in campo non lineare con indice di plasticità dello strato sup.  $PI_1=15\%$  e indice di plasticità dello strato inf.  $PI_2=0\%$ , soggetta all’input I4.

PI 30% - 0%  
 $E_2/E_1=16$

Interazione completa



PI 30% - 0%  
 $E_2/E_1=16$

Interazione inerziale

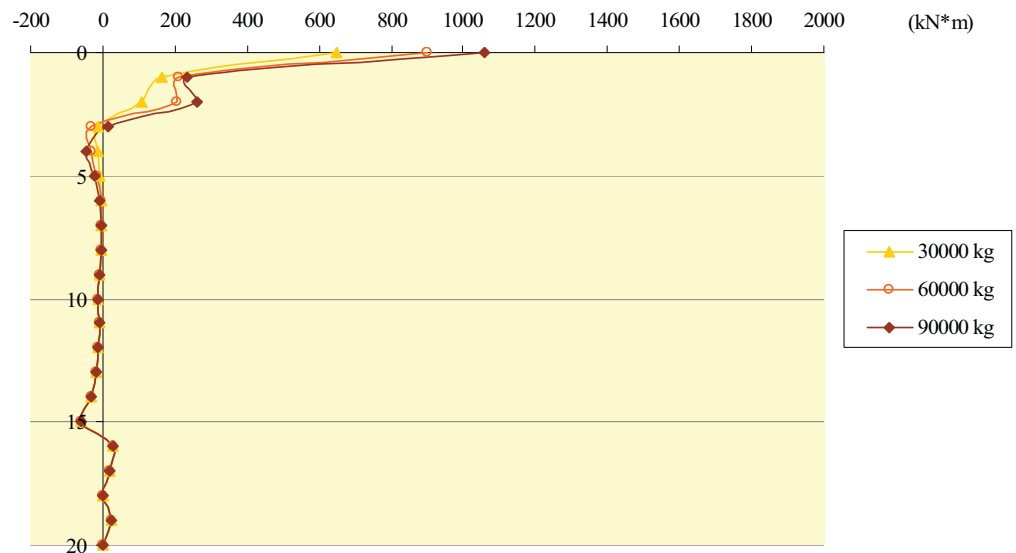
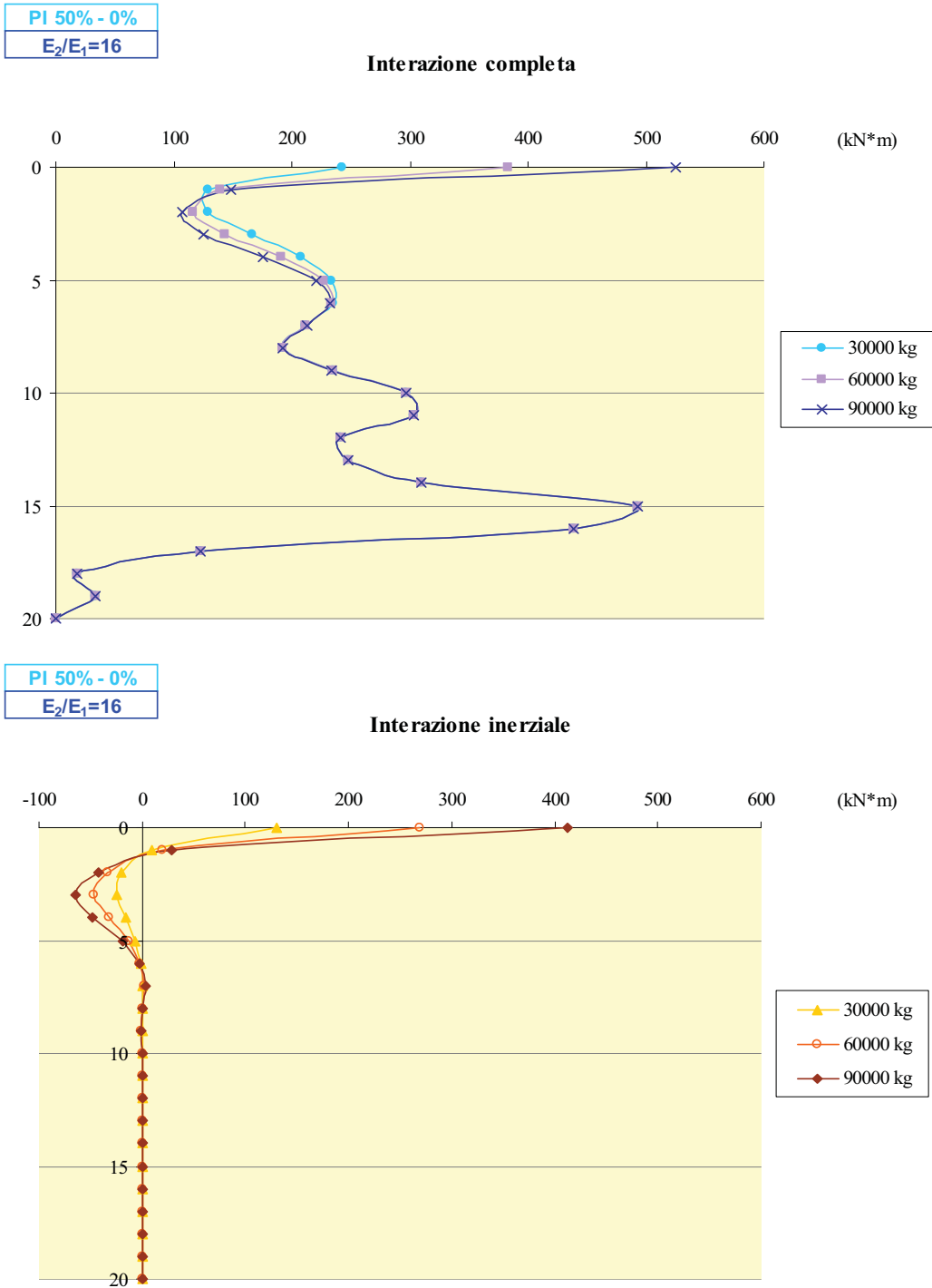
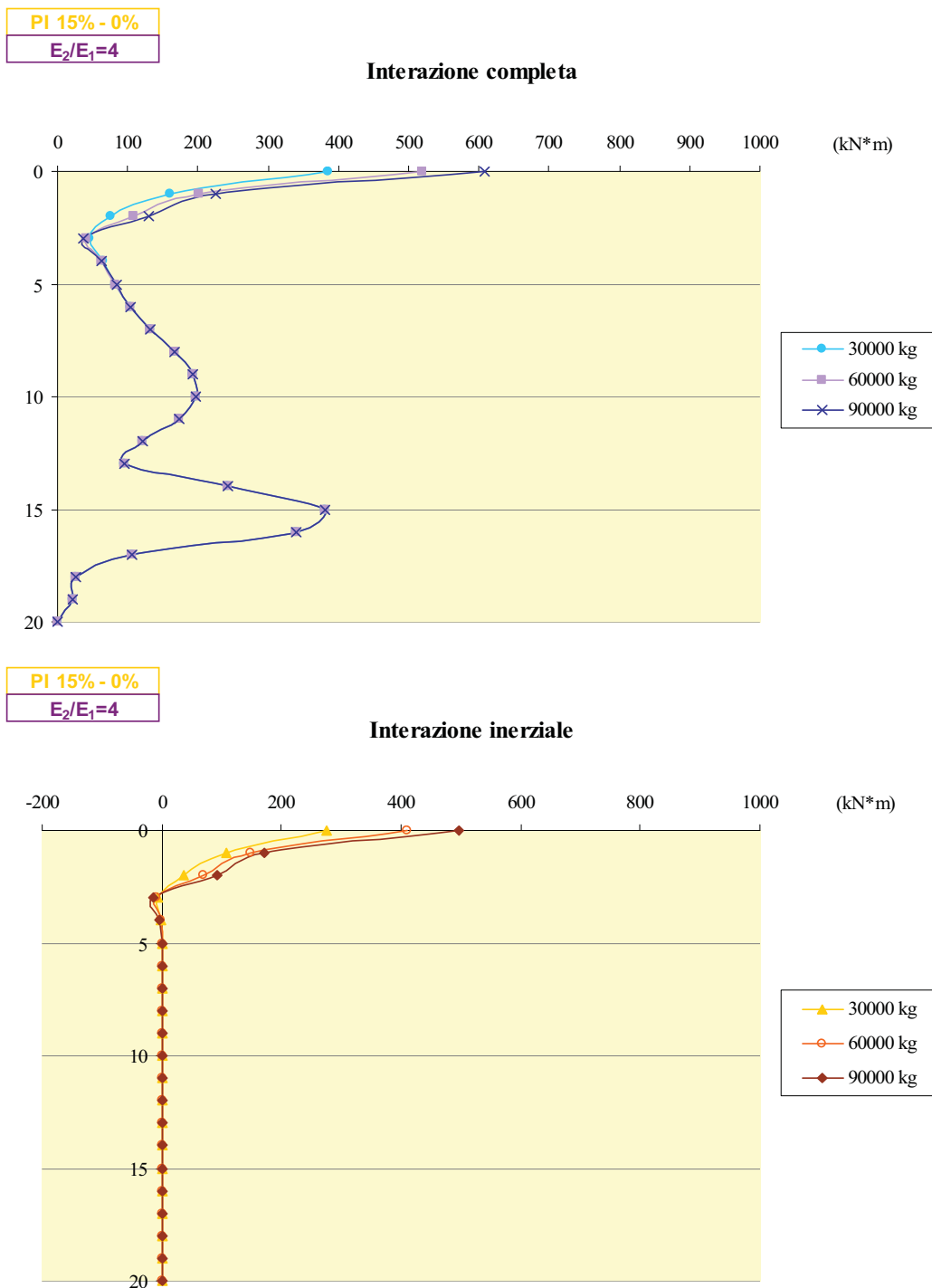


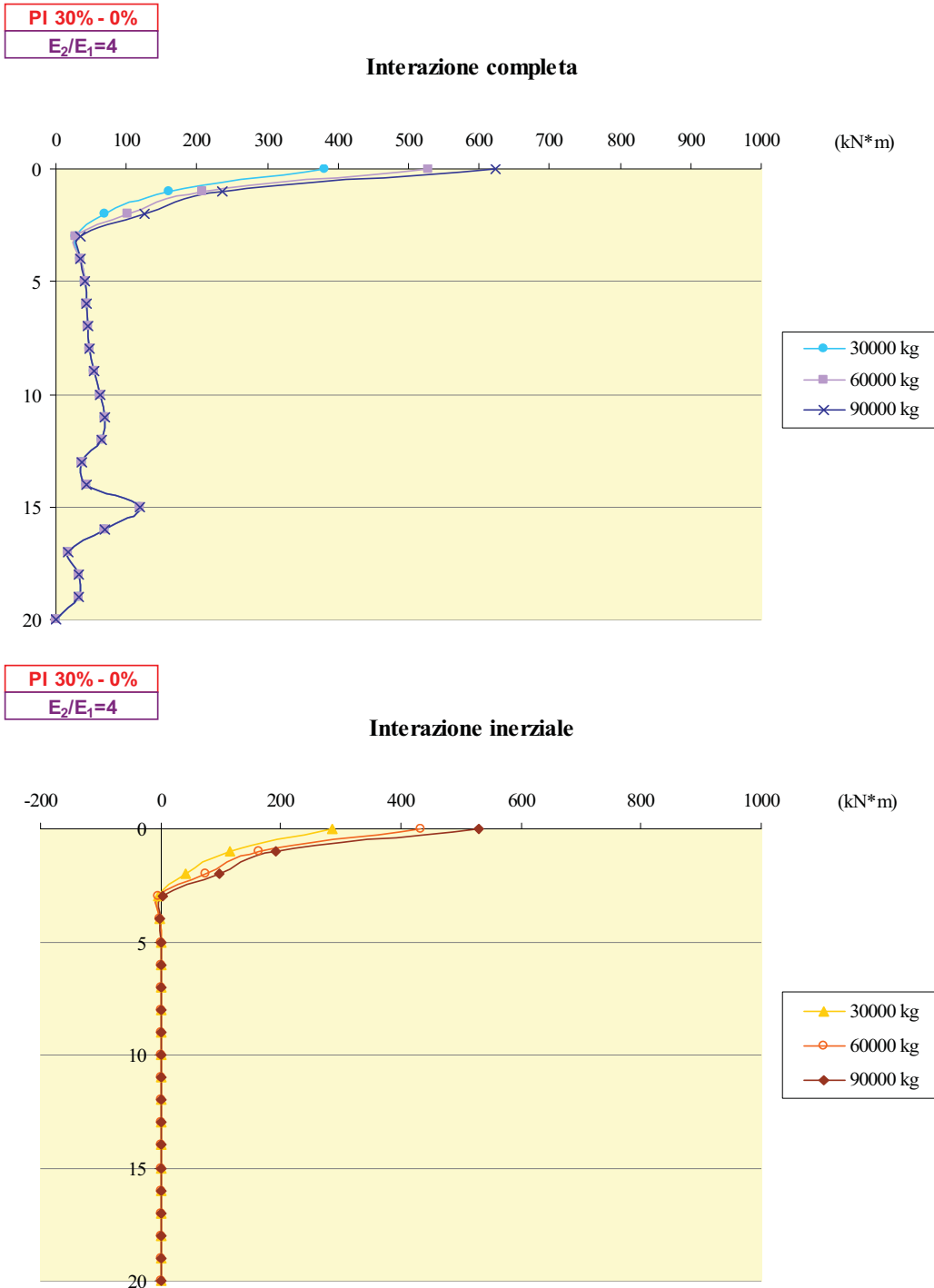
Figura 5.136 – Mom. dovuti all’inter. dinam. completa (a) e all’inter. inerziale (b), al variare della massa dello SDOF, per la stratigrafia S2 in campo non lineare con indice di plasticità dello strato sup.  $PI_1=30\%$  e indice di plasticità dello strato inf.  $PI_2=0\%$ , soggetta all’input I4.



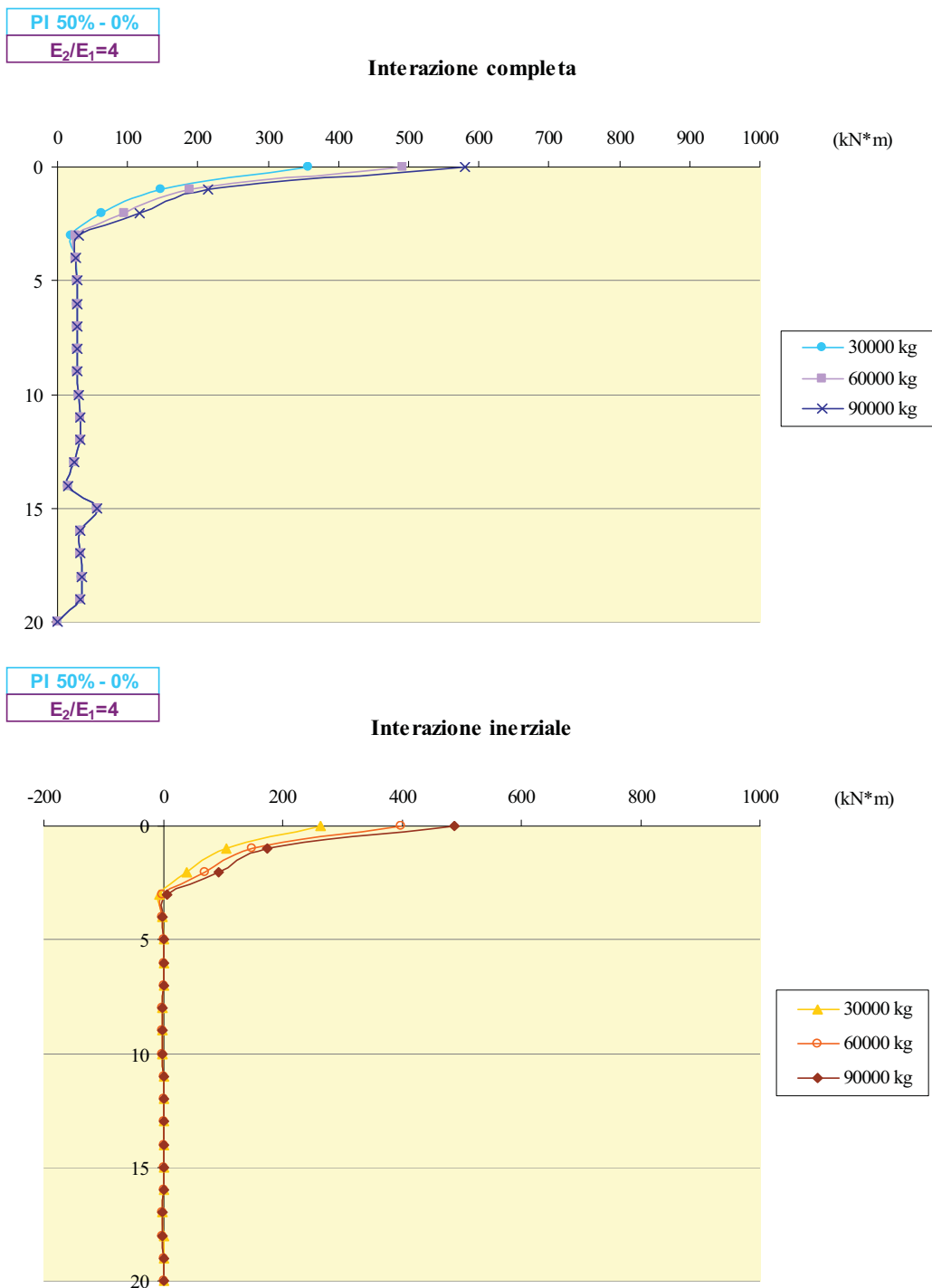
**Figura 5.137** – Mom. dovuti all’inter. dinam. completa (a) e all’inter. inerziale (b), al variare della massa dello SDOF, per la stratigrafia S2 in campo non lineare con indice di plasticità dello strato sup.  $PI_1=50\%$  e indice di plasticità dello strato inf.  $PI_2=0\%$ , soggetta all’input I4.



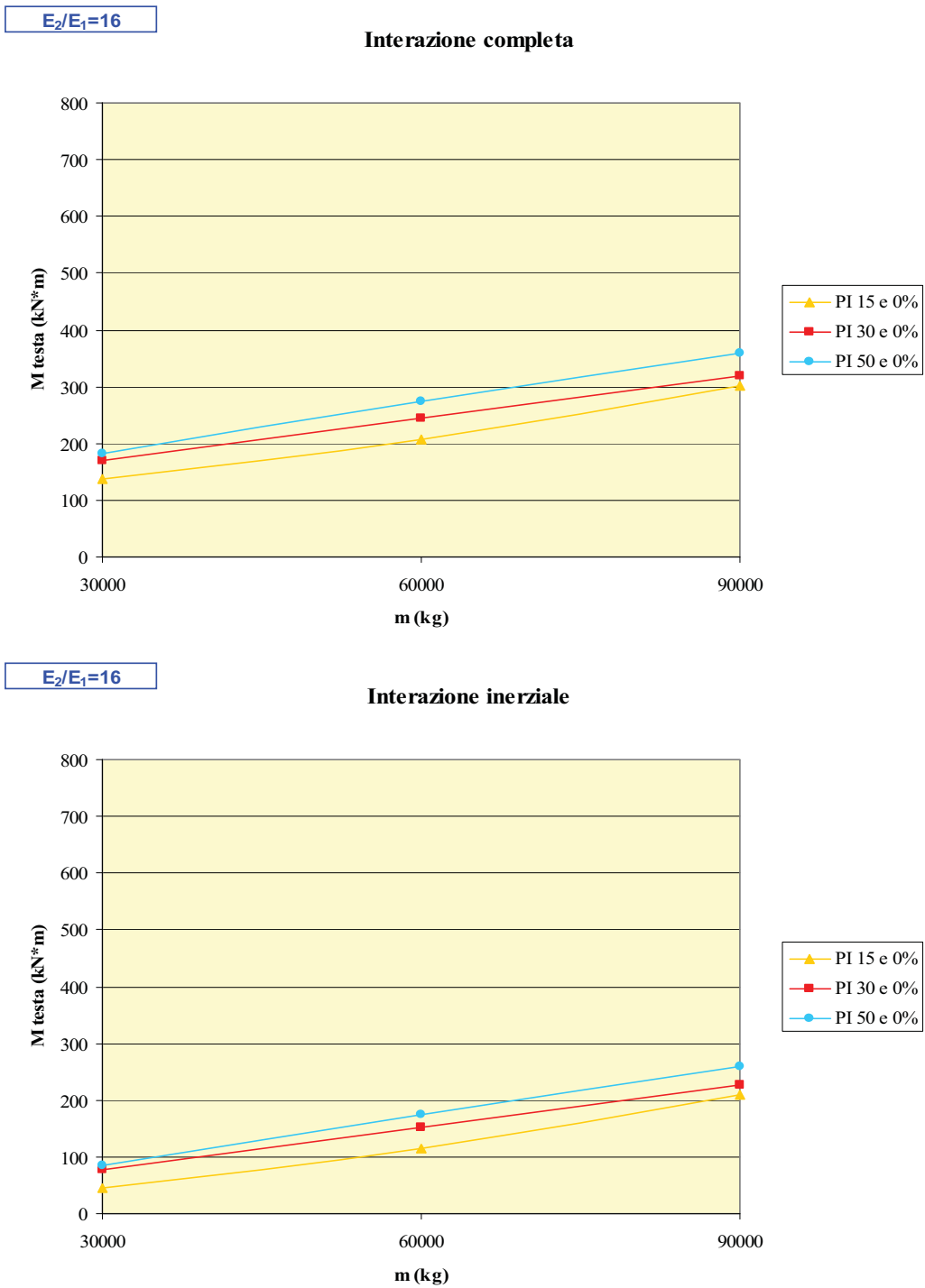
**Figura 5.138** – Mom. dovuti all’inter. din. completa (a) e all’inter. inerziale (b), al variare della massa dello SDOF, per la stratigrafia S3 in campo non lineare con indice di plasticità dello strato sup.  $PI_1=15\%$  e indice di plasticità dello strato inf.  $PI_2=0\%$ , soggetta all’input I4.



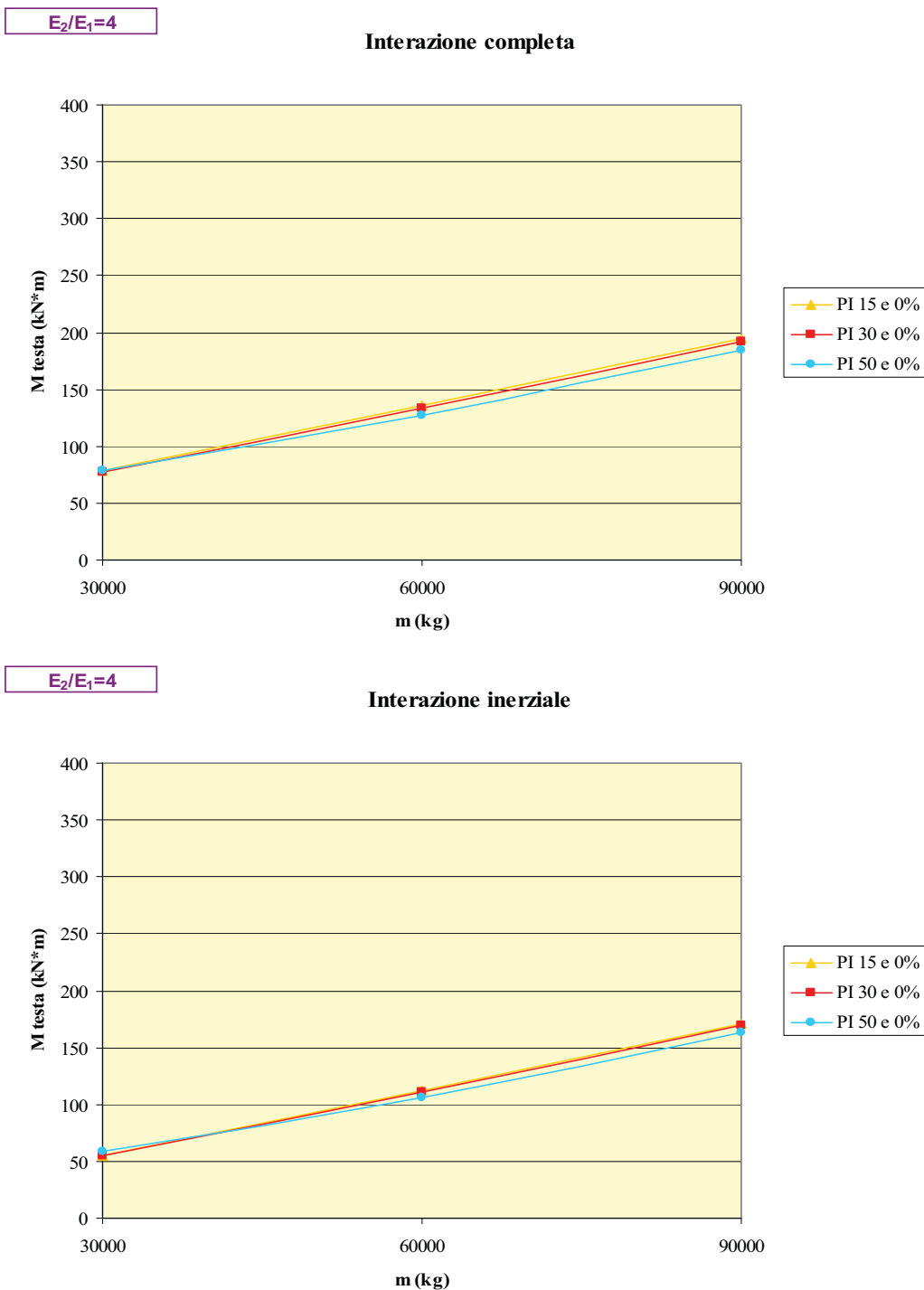
**Figura 5.139** – Mom. dovuti all’inter. dinam. completa (a) e all’inter. inerziale (b), al variare della massa dello SDOF, per la stratigrafia S3 in campo non lineare con indice di plasticità dello strato sup.  $PI_1=30\%$  e indice di plasticità dello strato inf.  $PI_2=0\%$ , soggetta all’input I4.



**Figura 5.140** – Mom. dovuti all’inter. din. completa (a) e all’inter. inerziale (b), al variare della massa dello SDOF, per la stratigrafia S3 in campo non lineare con indice di plasticità dello strato sup. PI<sub>1</sub>=50% e indice di plasticità dello strato inf. PI<sub>2</sub>=0%, soggetta all’input I4.



**Figura 5.141** – Momenti in testa al palo dovuti all’interazione dinamica completa (a) e all’interazione inerziale (b) per la stratigrafia S2 in campo non lineare e soggetta all’input I1, al variare della massa dello SDOF.



**Figura 5.142** – Momenti in testa al palo dovuti all’interazione dinamica completa (a) e all’interazione inerziale (b) per la stratigrafia S3 in campo non lineare e soggetta all’input I1, al variare della massa dello SDOF.



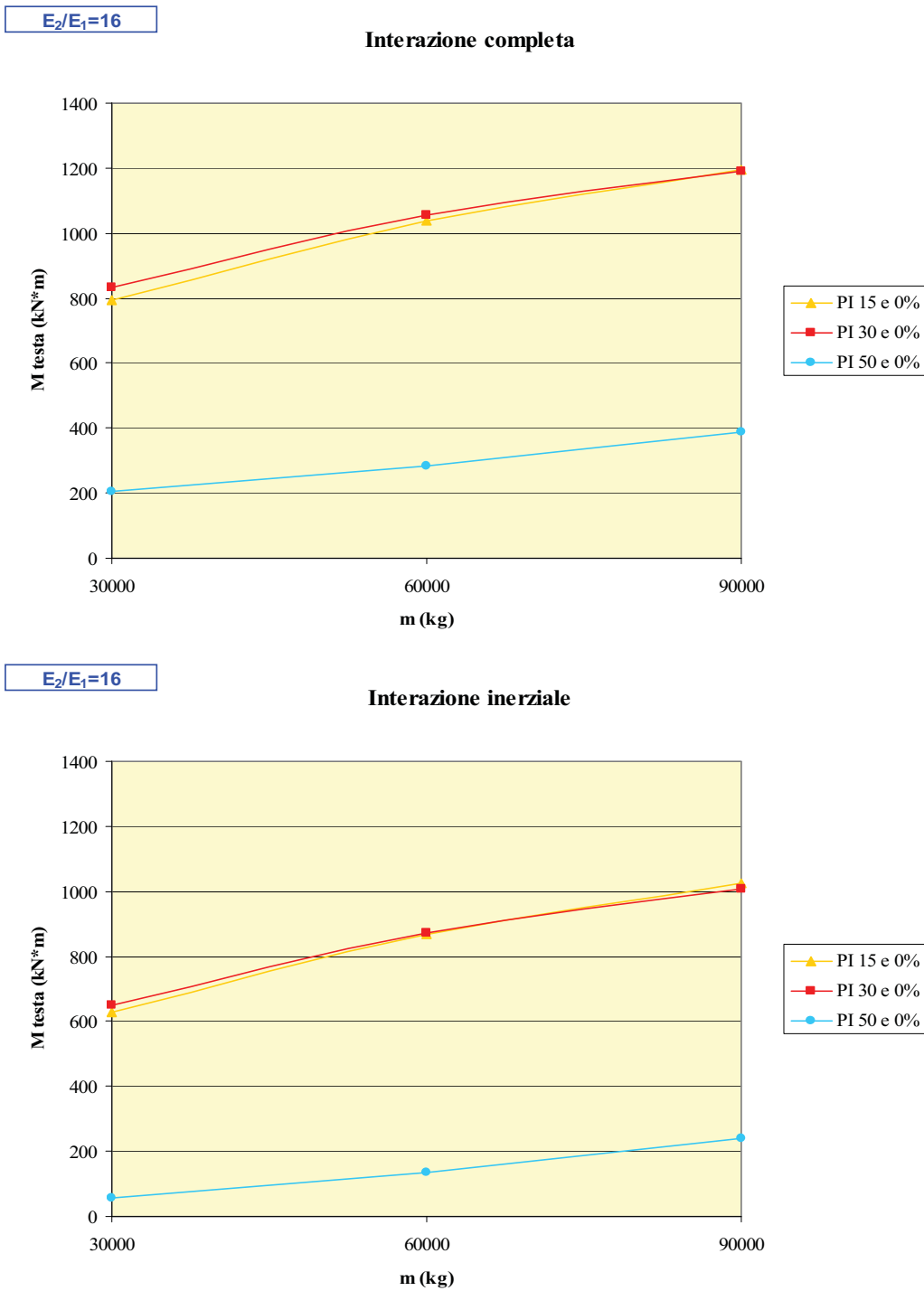
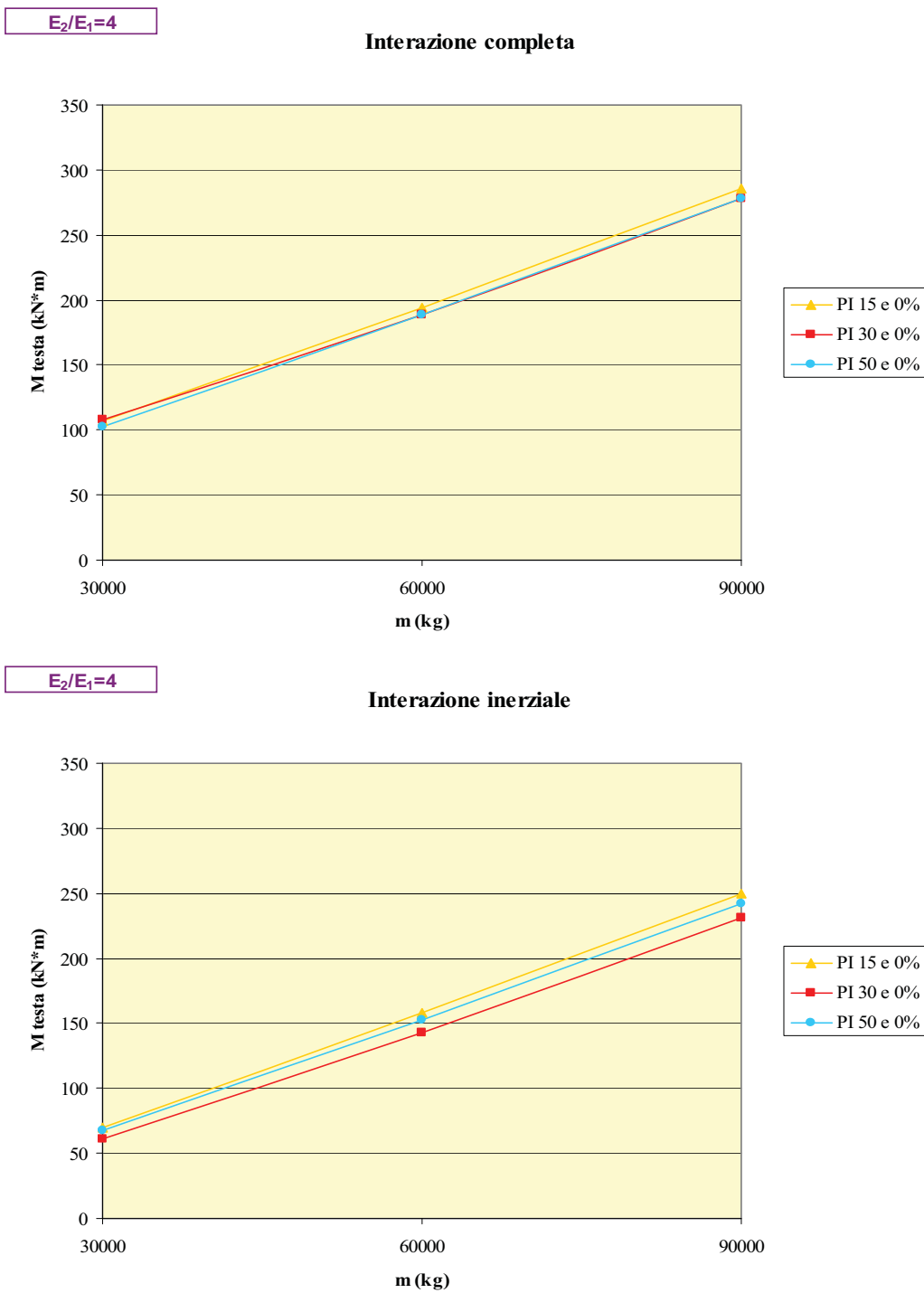
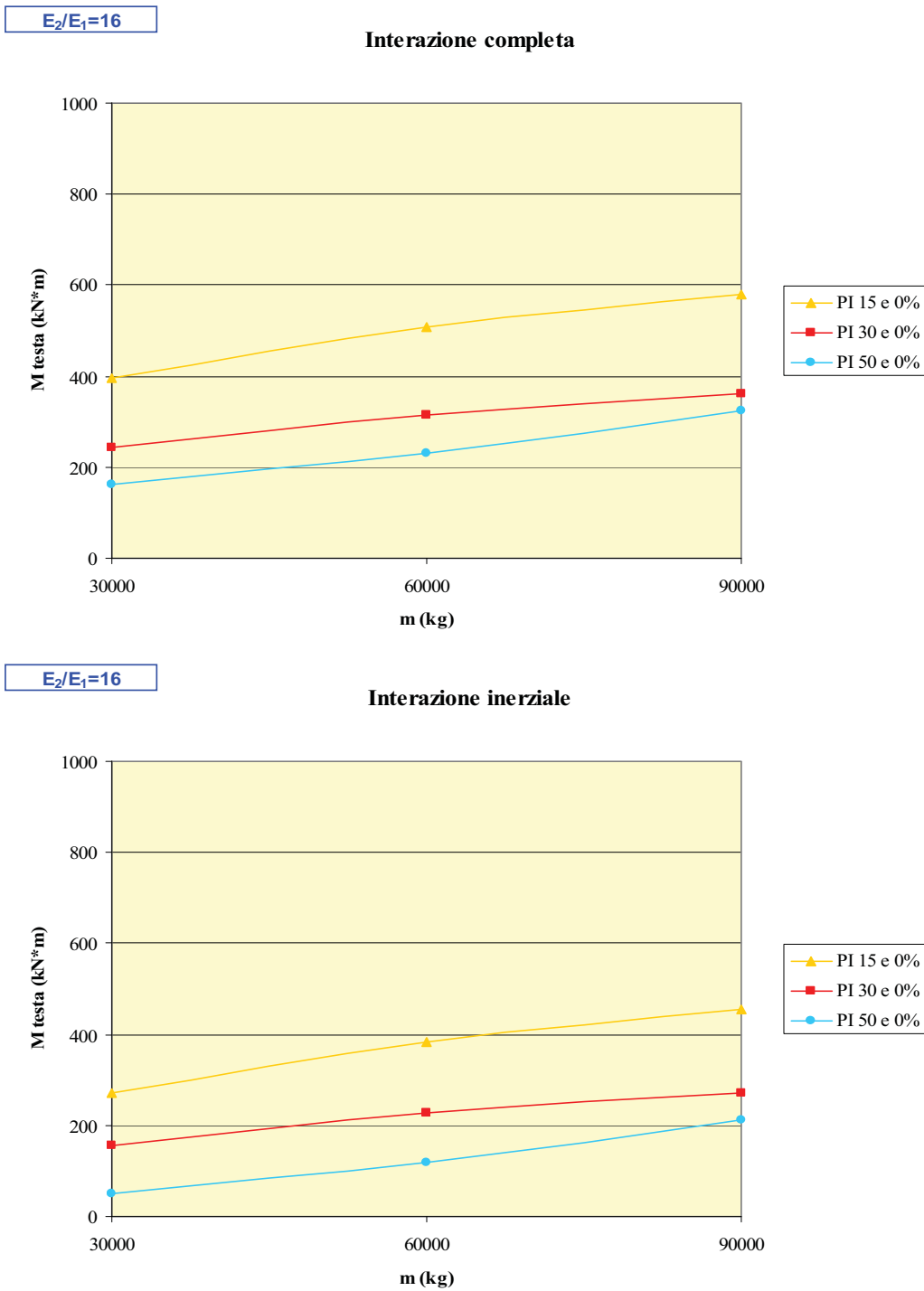


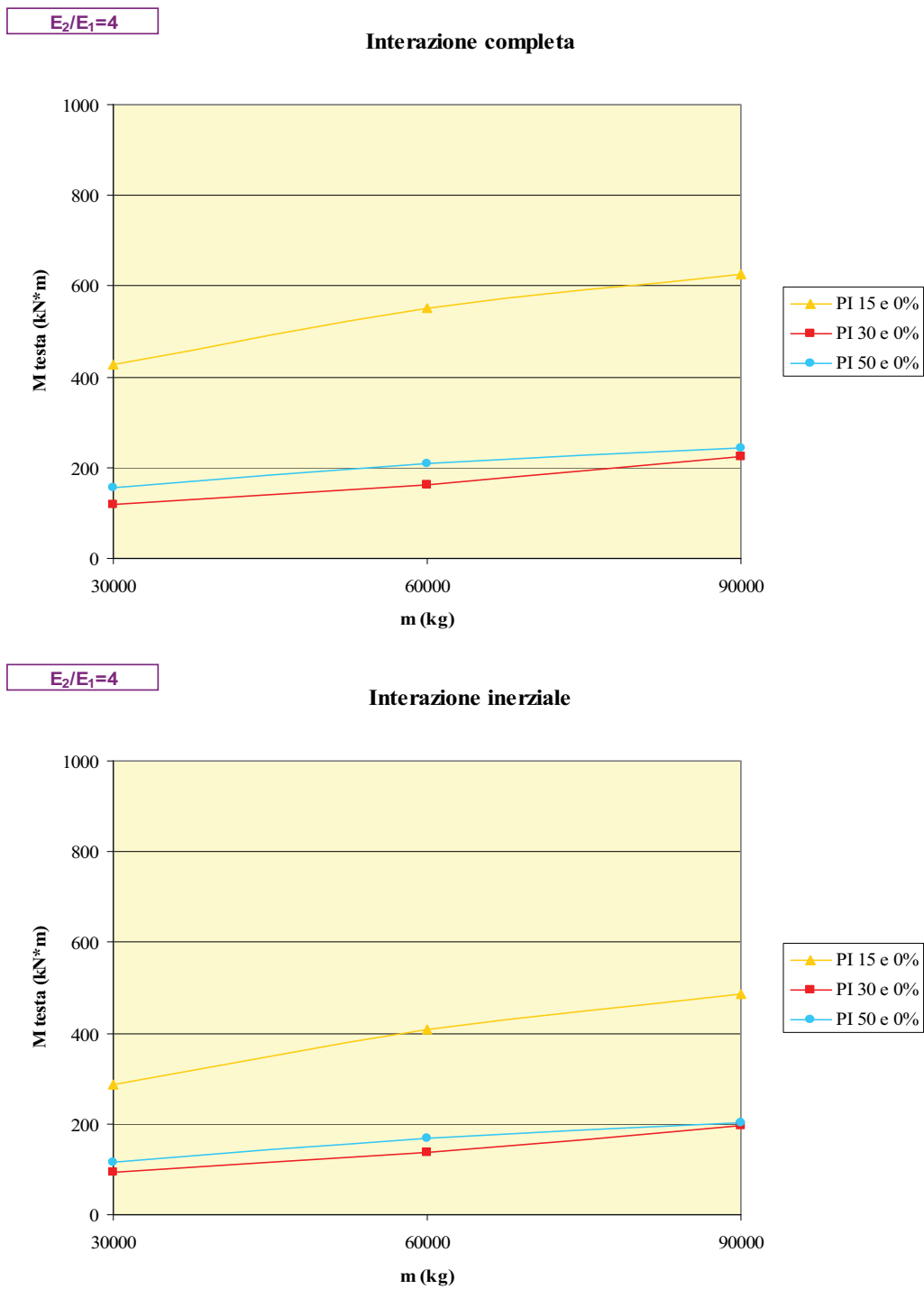
Figura 5.143 – Momenti in testa al palo dovuti all'interazione dinamica completa (a) e all'interazione inerziale (b) per la stratigrafia S2 in campo non lineare e soggetta all'input I2, al variare della massa dello SDOF.



**Figura 5.144** – Momenti in testa al palo dovuti all’interazione dinamica completa (a) e all’interazione inerziale (b) per la stratigrafia S3 in campo non lineare e soggetta all’input I2, al variare della massa dello SDOF.



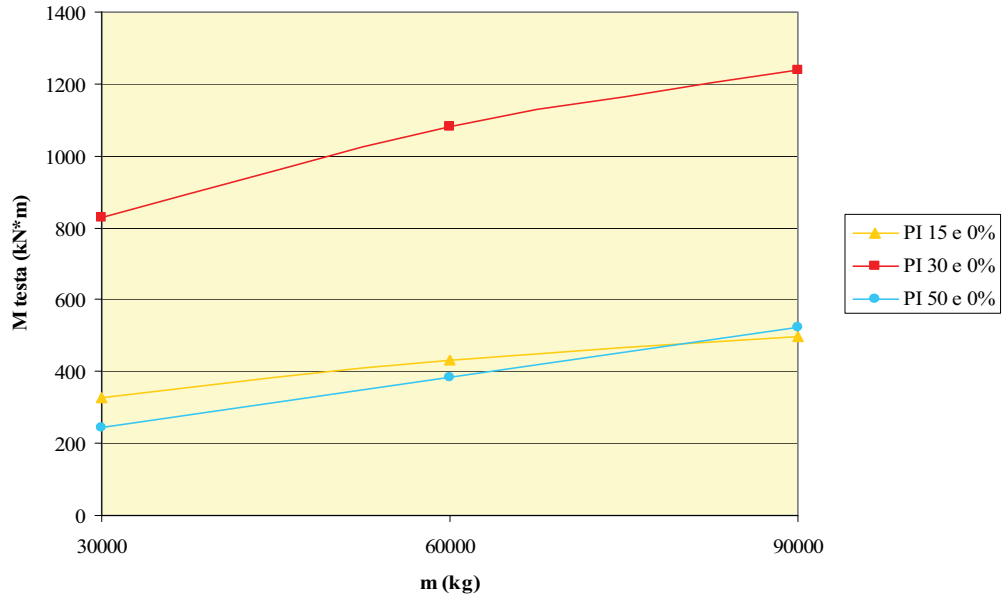
**Figura 5.145** – Momenti in testa al palo dovuti all'interazione dinamica completa (a) e all'interazione inerziale (b) per la stratigrafia S2 in campo non lineare e soggetta all'input I3, al variare della massa dello SDOF.



**Figura 5.146** – Momenti in testa al palo dovuti all’interazione dinamica completa (a) e all’interazione inerziale (b) per la stratigrafia S3 in campo non lineare e soggetta all’input I3, al variare della massa dello SDOF.

$E_2/E_1=16$

Interazione completa



$E_2/E_1=16$

Interazione inerziale

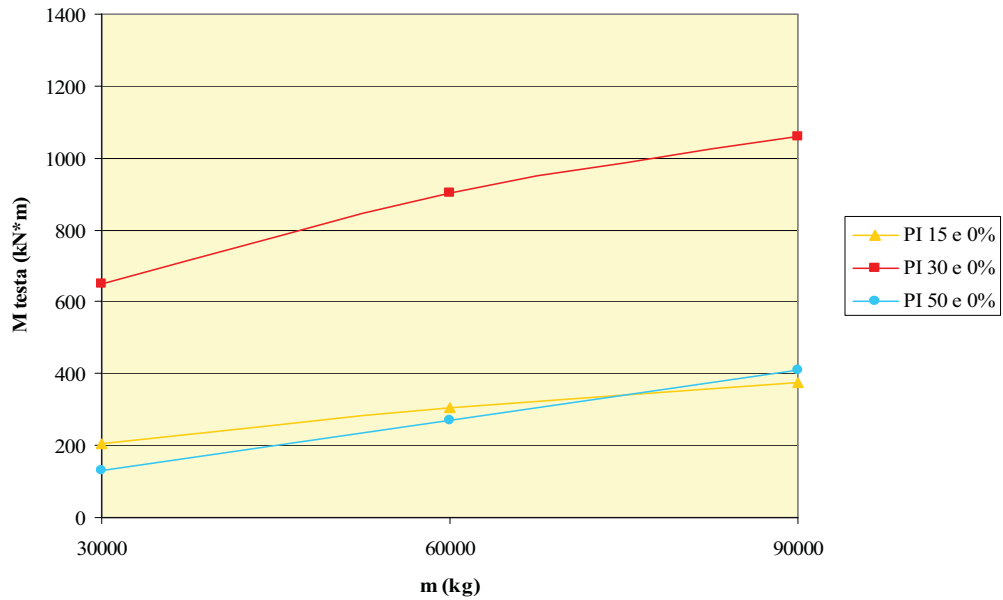
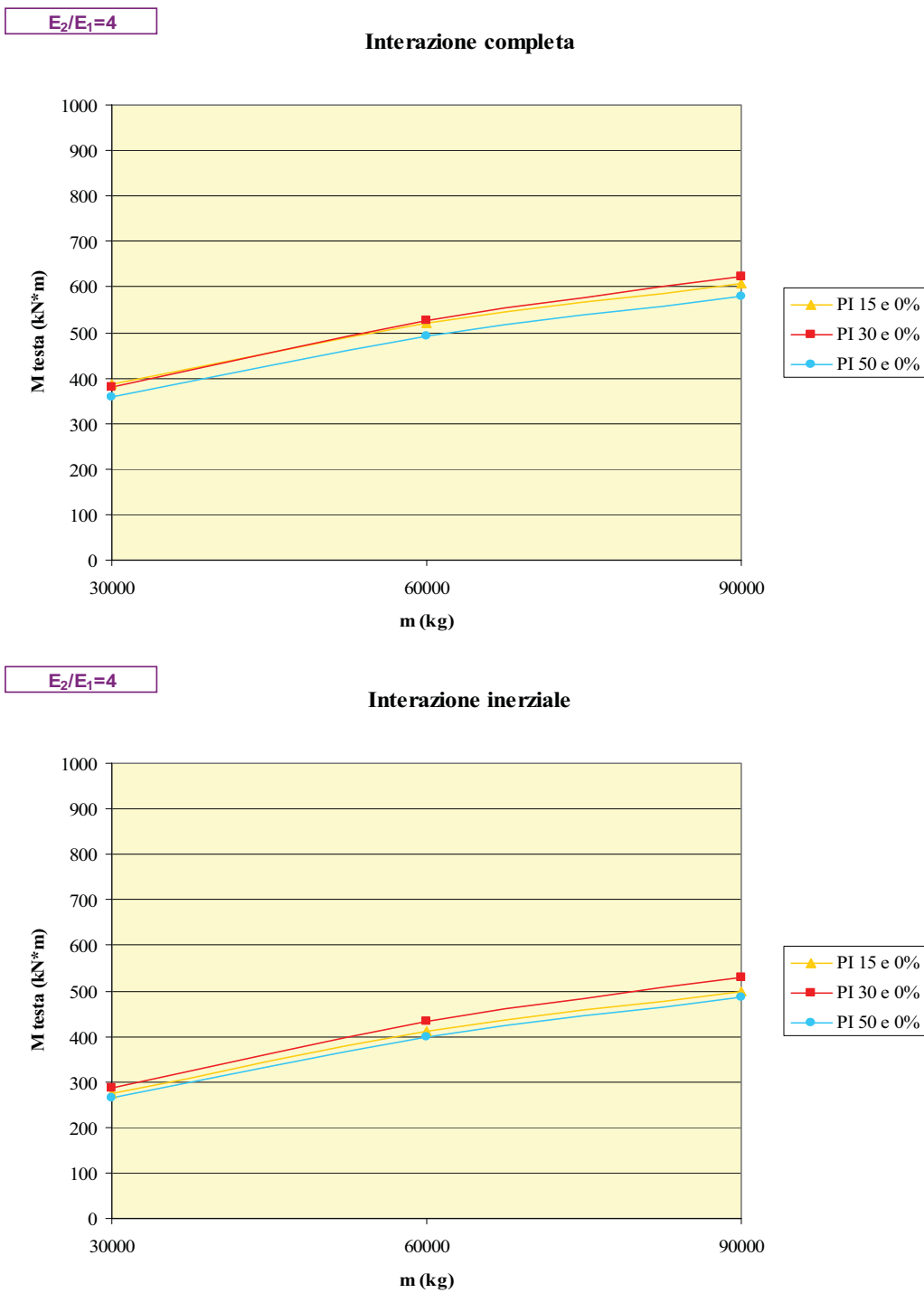


Figura 5.147 – Momenti in testa al palo dovuti all’interazione dinamica completa (a) e all’interazione inerziale (b) per la stratigrafia S2 in campo non lineare e soggetta all’input I4, al variare della massa dello SDOF.



**Figura 5.148** – Momenti in testa al palo dovuti all’interazione dinamica completa (a) e all’interazione inerziale (b) per la stratigrafia S3 in campo non lineare e soggetta all’input I4, al variare della massa dello SDOF.

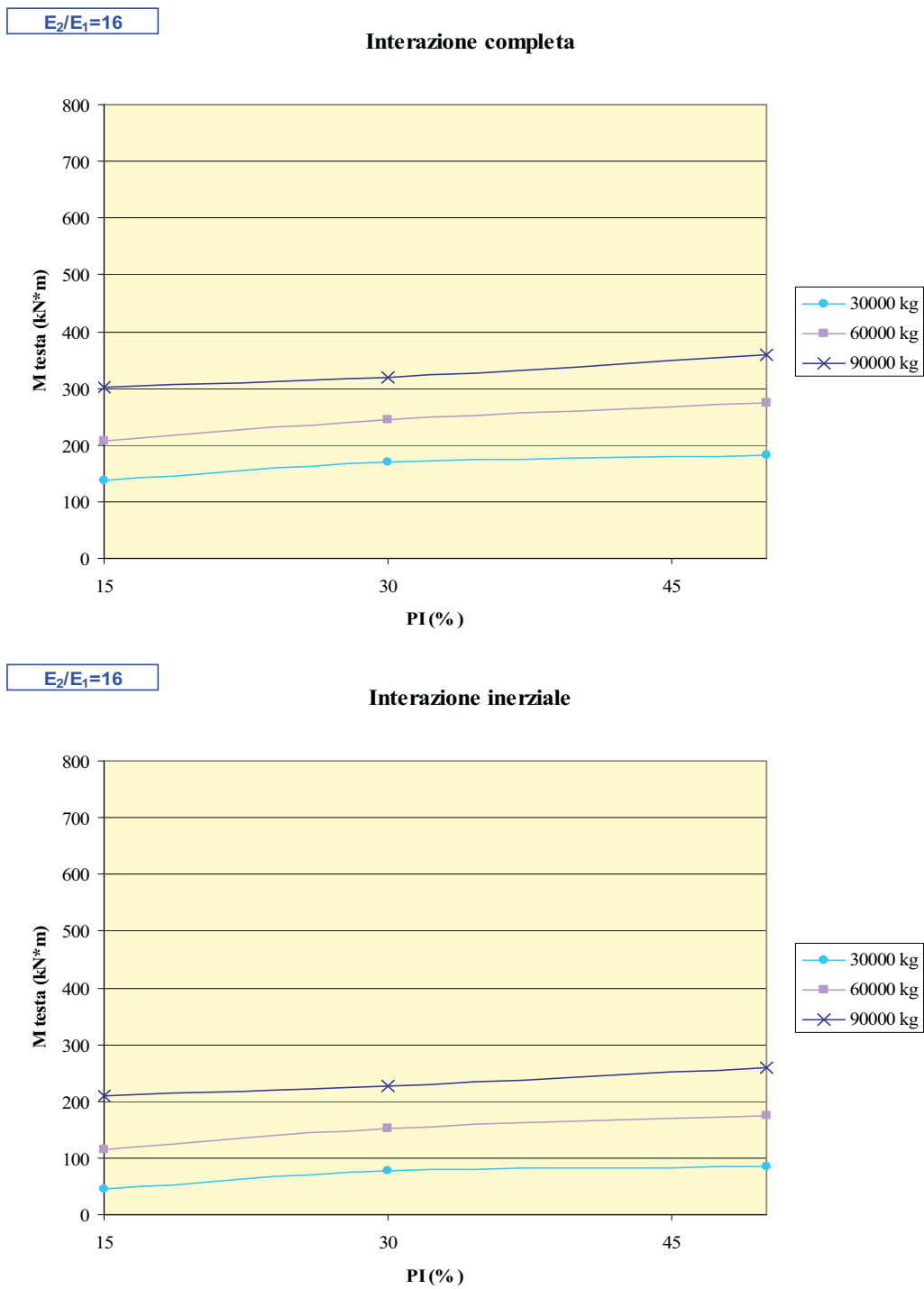
E' stato poi deciso di diagrammare i risultati ottenuti al variare dell'indice di plasticità dello strato superiore del deposito  $PI_1$ , al fine di osservare l'incidenza delle curve non lineari sulla risposta determinata.

Le figure dalla 5.149 alla 5.156 mostrano l'andamento dei momenti flettenti in testa al palo dovuti all'interazione dinamica completa (figure a) e all'interazione inerziale (figure b) al variare di  $PI$  e per i diversi valori della massa, ricavati per ciascuna stratigrafia soggetta ai differenti accelerogrammi.

E' stato riscontrato che le curve dipendono dall'evento sismico fornito come input al modello; in particolare:

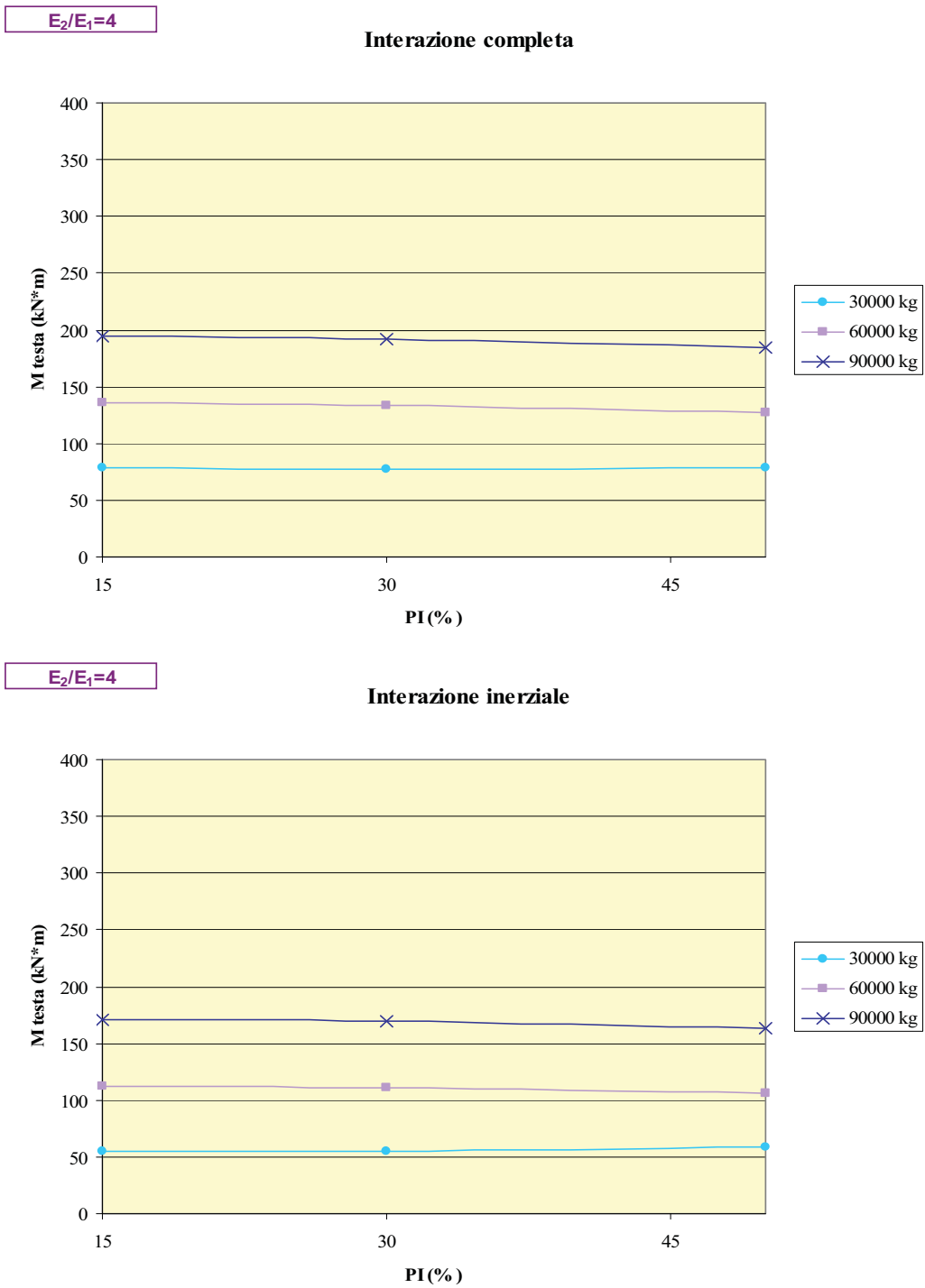
- $I1$  – Nel caso della stratigrafia  $S2$  (sottosuolo di tipo "D"), all'aumentare del valore di  $PI$  i momenti registrati in testa aumentano; nel caso della stratigrafia  $S3$  (sottosuolo di tipo "C"), essi si mantengono costanti.
- $I2$  – Nel caso di sottosuolo di tipo "D", i momenti calcolati con  $PI = 15\%$  e  $PI = 30\%$  si equivalgono, mentre si riducono notevolmente quelli determinati con  $PI = 50\%$ ; nel caso di sottosuolo di tipo "C" essi si mantengono costanti.
- $I3$  - Per quanto riguarda la stratigrafia  $S2$ , all'aumentare di  $PI$  i momenti si riducono; per quanto concerne la stratigrafia  $S3$ , in corrispondenza di  $PI = 30\%$  si registra un minimo, qualunque sia la massa in testa.
- $I4$  – I valori maggiori di momento in testa si registrano in corrispondenza di  $PI = 30\%$  nel caso della stratigrafia  $S2$ ; nel caso della stratigrafia  $S3$  gli andamenti dei momenti sono costanti, come già espresso per gli input  $I1$  e  $I2$ .

Queste considerazioni valgono sia per l'analisi completa che per quella inerziale.

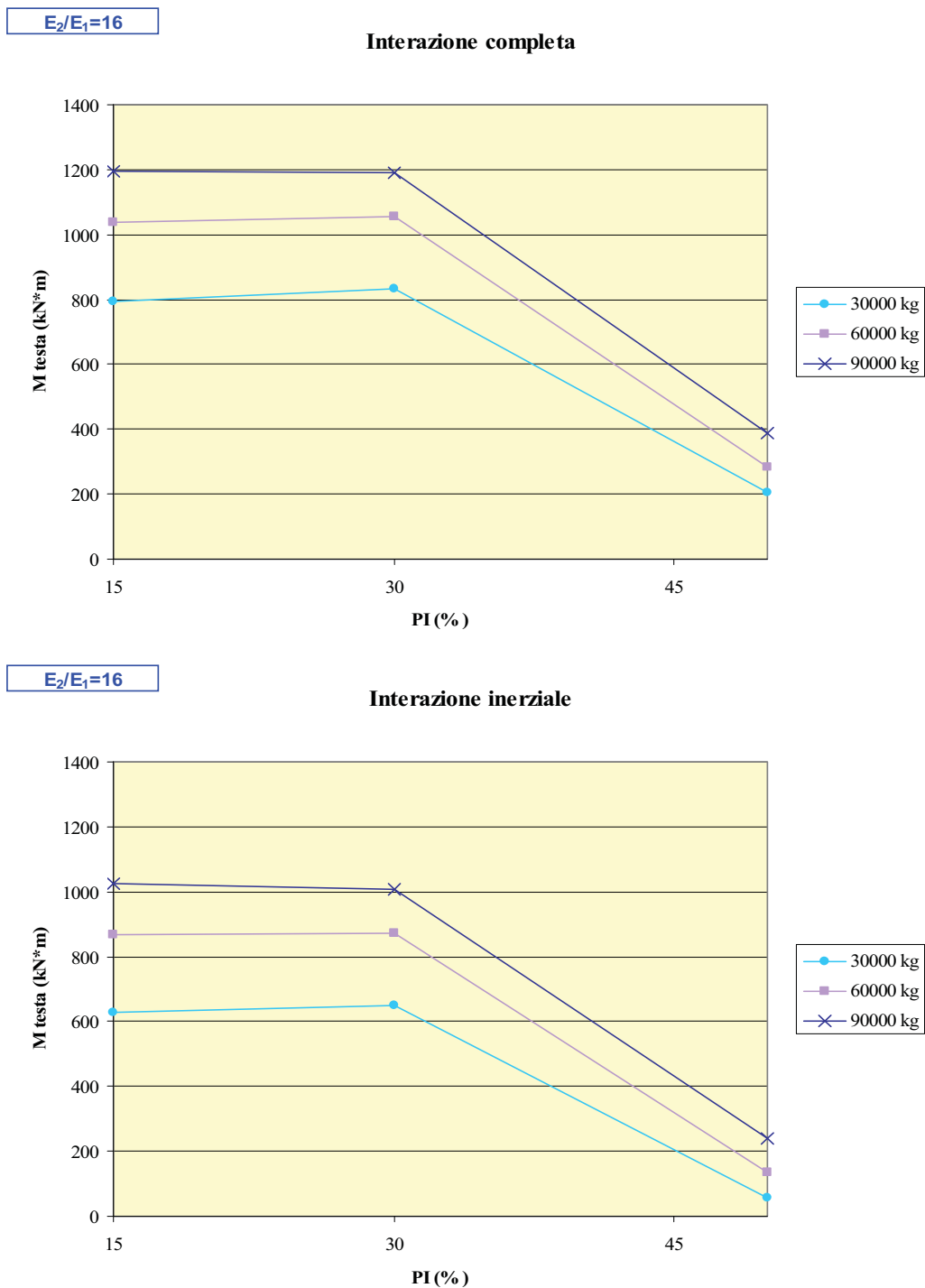


**Figura 5.149** – Momenti in testa al palo dovuti all’interazione dinamica completa (a) e all’interazione inerziale (b) per la stratigrafia S2 in campo non lineare e soggetta all’input I1, al variare dell’indice di plasticità PI.

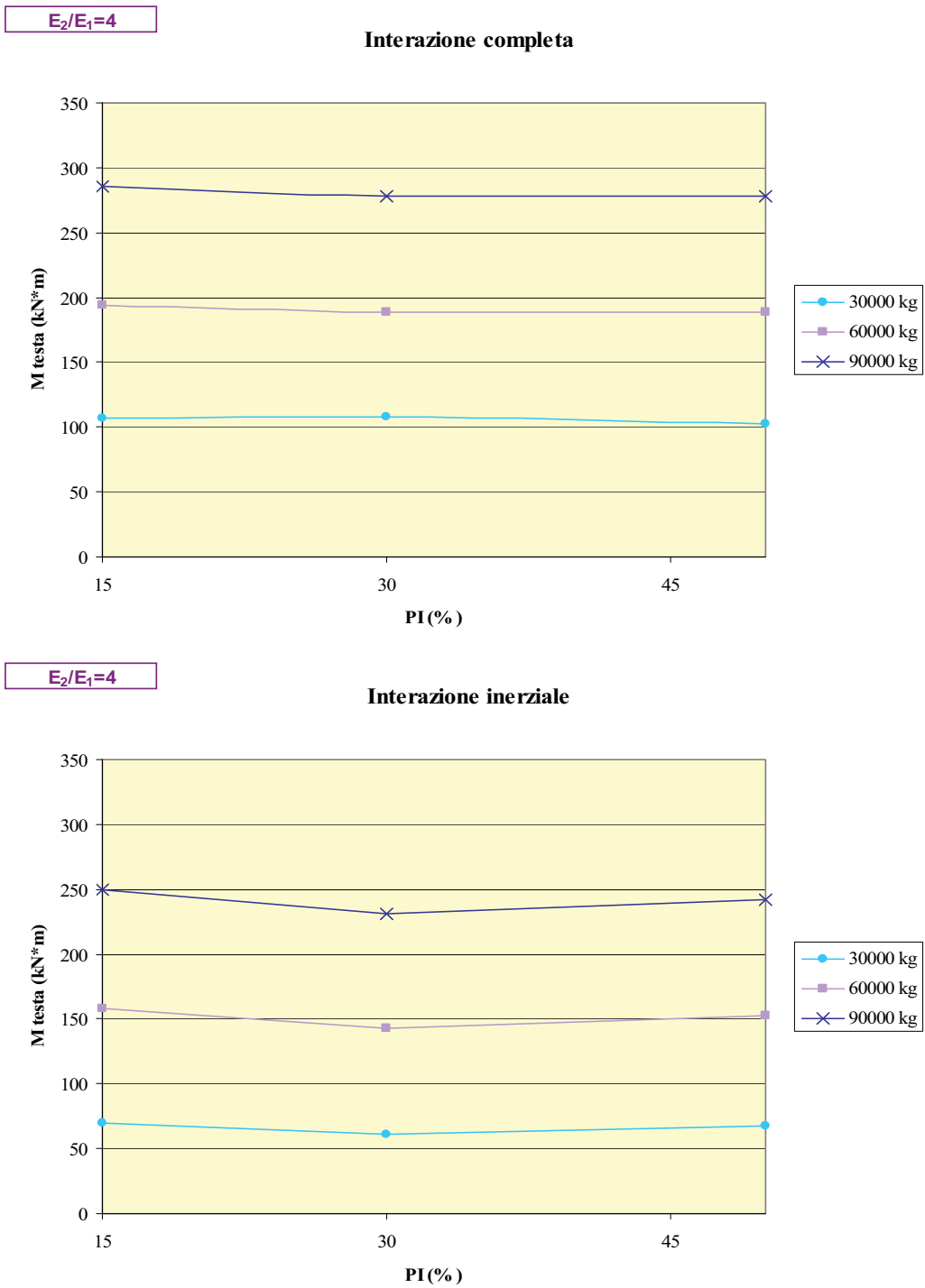




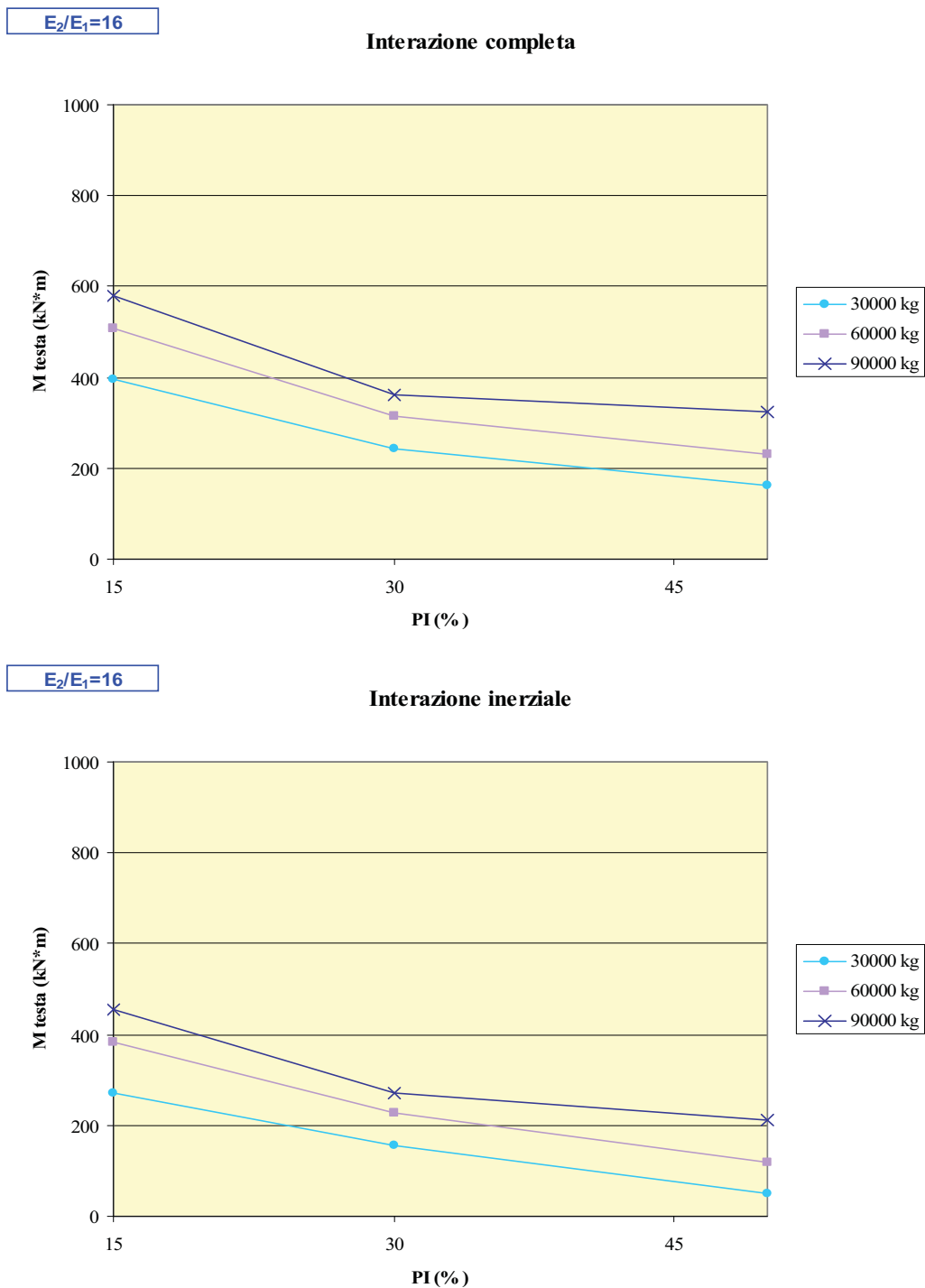
**Figura 5.150** – Momenti in testa al palo dovuti all’interazione dinamica completa (a) e all’interazione inerziale (b) per la stratigrafia S3 in campo non lineare e soggetta all’input I1, al variare dell’indice di plasticità PI.



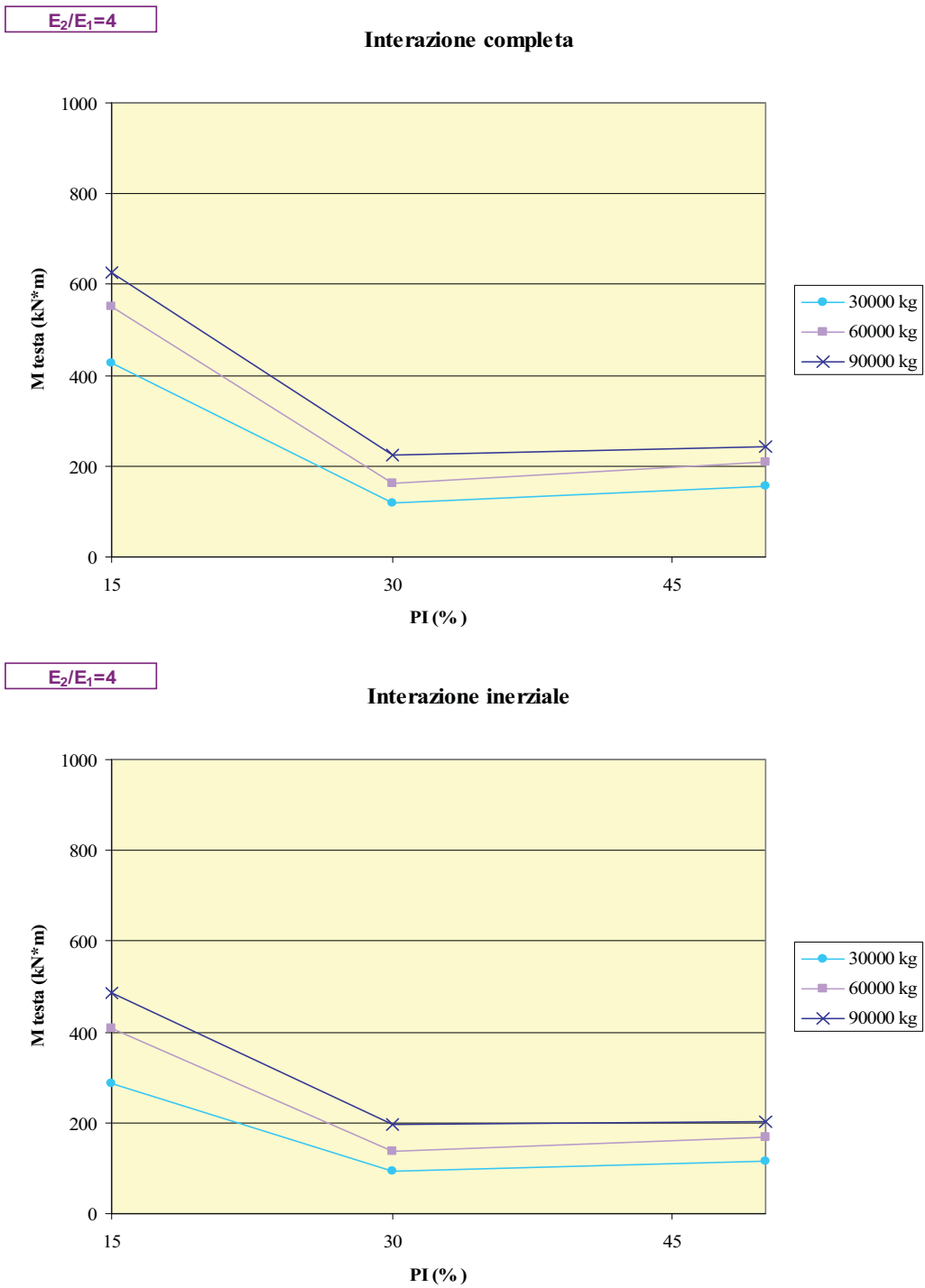
**Figura 5.151** – Momenti in testa al palo dovuti all’interazione dinamica completa (a) e all’interazione inerziale (b) per la stratigrafia S2 in campo non lineare e soggetta all’input I2, al variare dell’indice di plasticità PI.



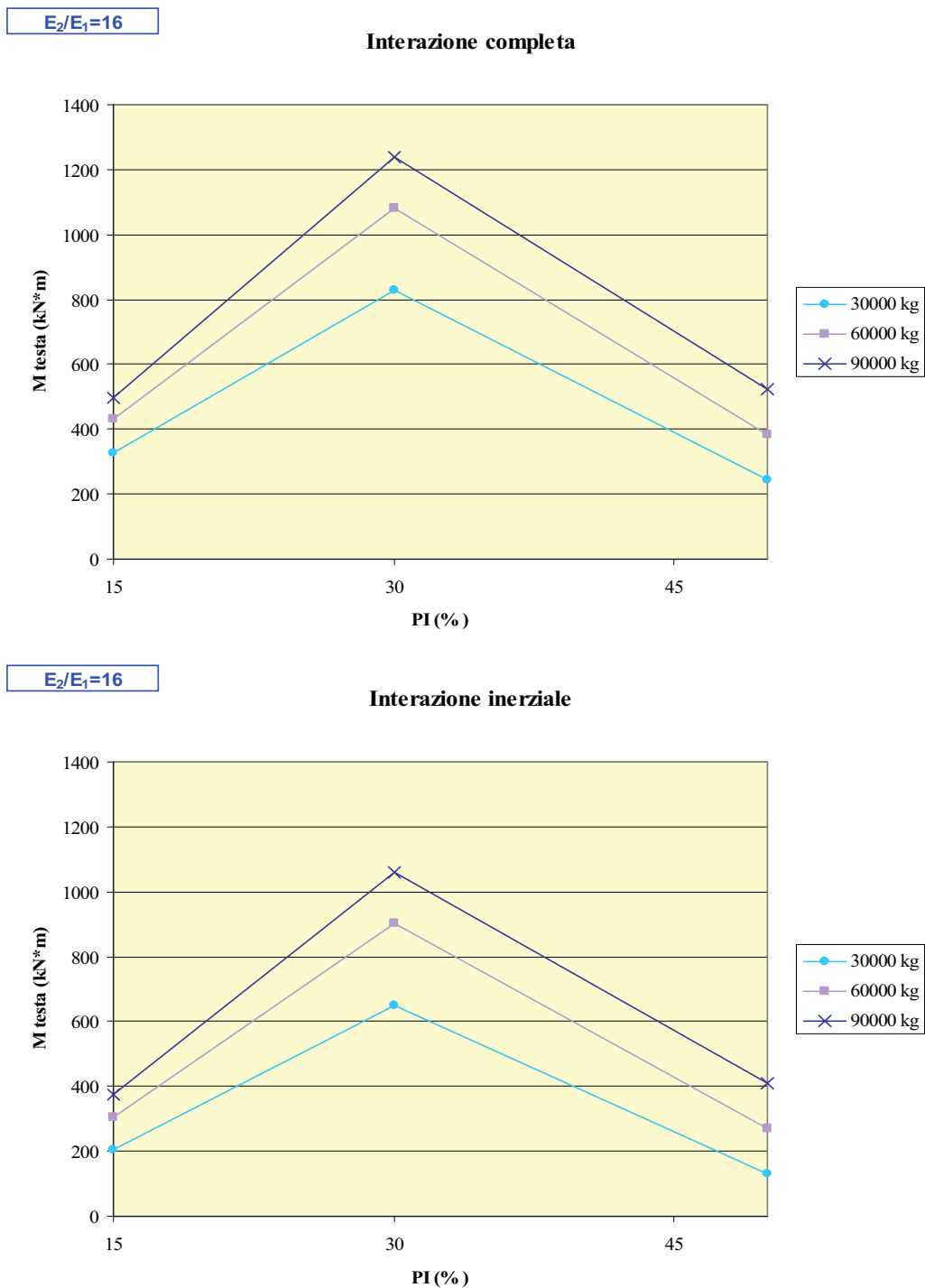
**Figura 5.152** – Momenti in testa al palo dovuti all’interazione dinamica completa (a) e all’interazione inerziale (b) per la stratigrafia S3 in campo non lineare e soggetta all’input I2, al variare dell’indice di plasticità PI.



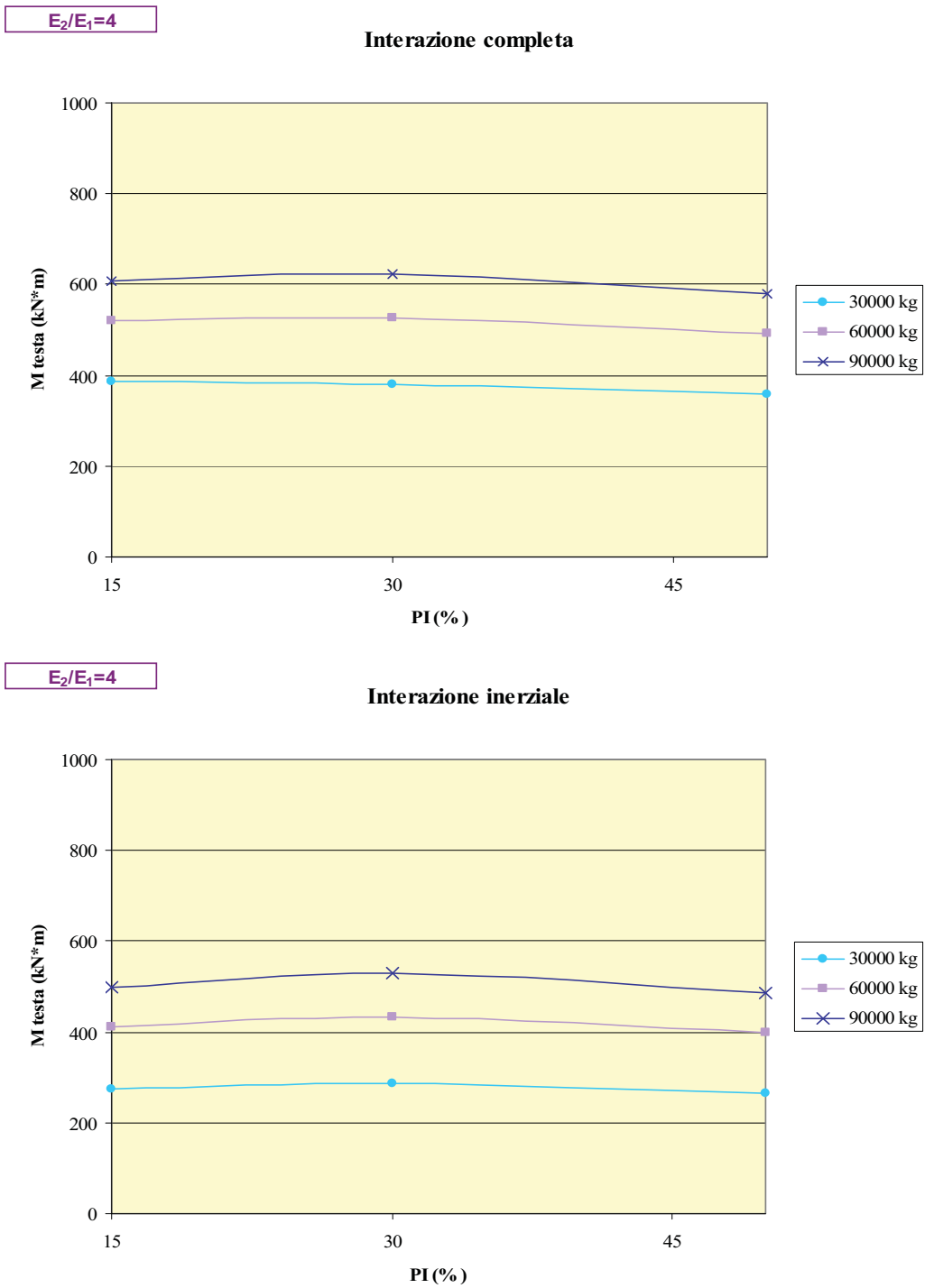
**Figura 5.153** – Momenti in testa al palo dovuti all’interazione dinamica completa (a) e all’interazione inerziale (b) per la stratigrafia S2 in campo non lineare e soggetta all’input I3, al variare dell’indice di plasticità PI.



**Figura 5.154** – Momenti in testa al palo dovuti all’interazione dinamica completa (a) e all’interazione inerziale (b) per la stratigrafia S3 in campo non lineare e soggetta all’input I3, al variare dell’indice di plasticità PI.



**Figura 5.155** – Momenti in testa al palo dovuti all’interazione dinamica completa (a) e all’interazione inerziale (b) per la stratigrafia S2 in campo non lineare e soggetta all’input I4, al variare dell’indice di plasticità PI.



**Figura 5.156** – Momenti in testa al palo dovuti all’interazione dinamica completa (a) e all’interazione inerziale (b) per la stratigrafia S3 in campo non lineare e soggetta all’input I4, al variare dell’indice di plasticità PI.

### 6.2.2. *Analisi relativa alle stratigrafie aventi rigidità linearmente crescente con la profondità*

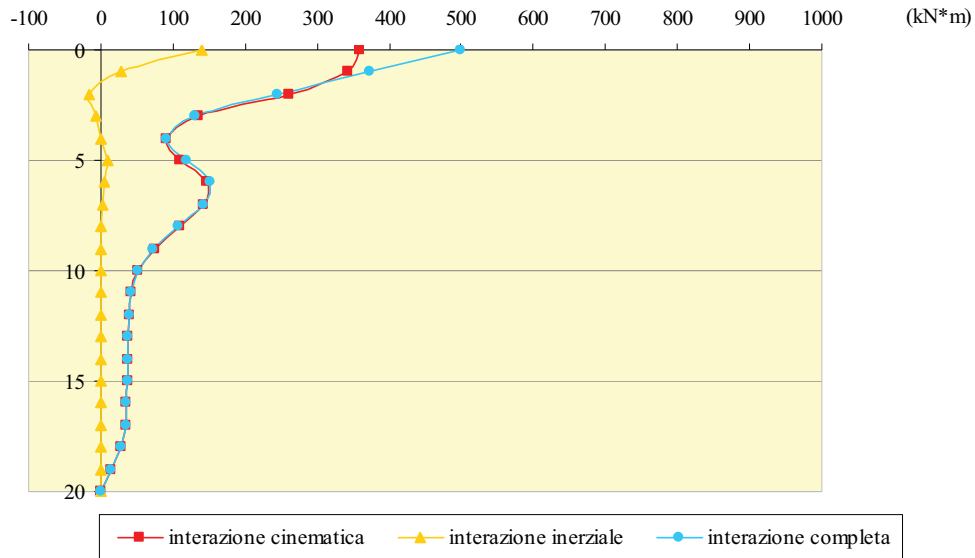
E' stata condotta un'analisi dinamica completa anche per le stratigrafie *S5* e *S6* la cui rigidità varia linearmente con la profondità. Il comportamento visco-elastico, anch'esso studiato nella presente ricerca, non è stato riportato per economia di testo in quanto i risultati sono stati considerati meno significativi rispetto a quelli ottenuti per la modellazione in campo non lineare. E' stato scelto come input l'accelerogramma *I3* e sono state fatte variare sia la massa dello SDOF in testa al palo che gli indici di plasticità del deposito di terreno. I risultati riportati nelle figure dalla 5.157 alla 5.168 mostrano, per i diversi valori di  $m$  e  $PI$ , il confronto tra gli involucri dei momenti flettenti massimi ottenuti dall'interazione dinamica completa e quelli dei momenti ottenuti dall'interazione cinematica; per sottrazione tra essi sono stati ricavati e diagrammati anche i momenti inerziali del palo. Dall'osservazione dei suddetti grafici si evince che:

- i momenti dovuti all'interazione inerziale aumentano all'aumentare della massa in testa al palo, qualunque sia l'indice di plasticità considerato e per entrambi i tipi di sottosuolo;
- a parità di massa, per la stratigrafia *S6* (sottosuolo di tipo "C") il contributo maggiore sul momento totale registrato in testa al palo è quello dato dalla componente inerziale, per qualsiasi indice di plasticità computato nel calcolo. Nel caso della stratigrafia *S5*, ovvero di sottosuolo "D" meno rigido, il momento cinematico è generalmente più rivelante sul totale.



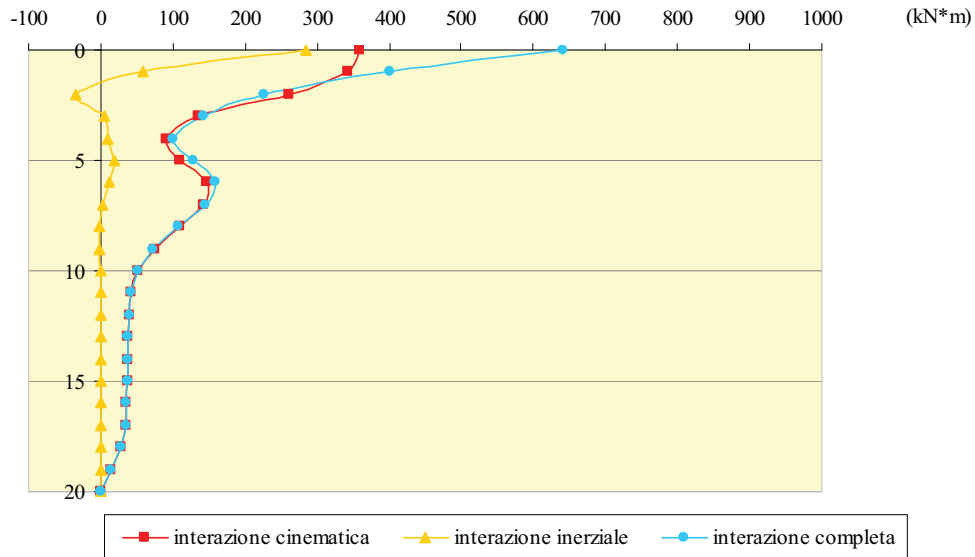
$m_1 = 30000 \text{ kg}$

Suolo D - PI 15%

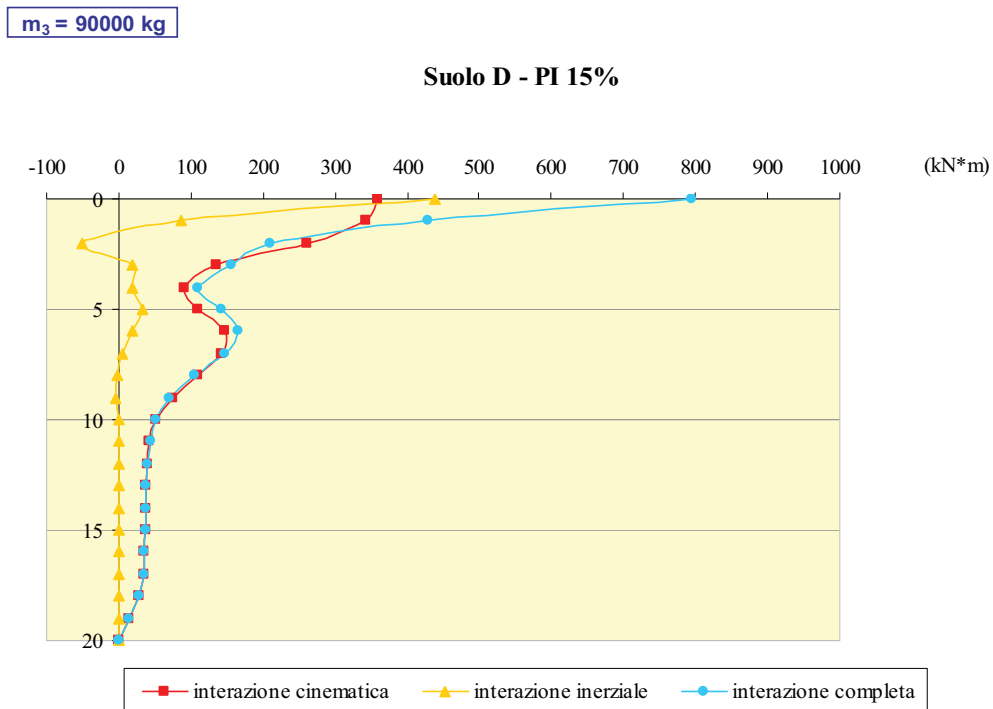


$m_2 = 60000 \text{ kg}$

Suolo D - PI 15%



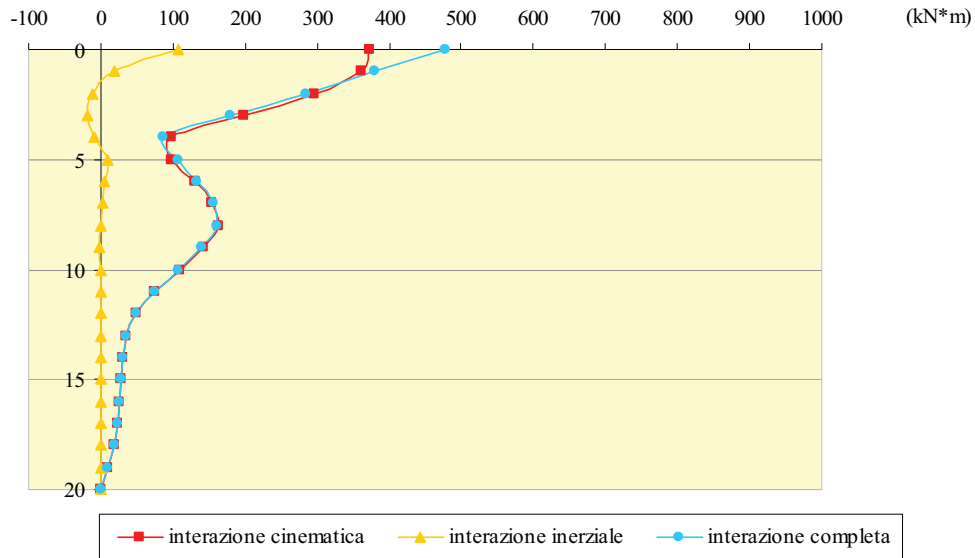
**Figura 5.157** – Involuppo dei max momenti ottenuti con le diverse interazioni, per la stratigr. S5 in campo non lineare, con indice di plasticità del deposito PI=15% e soggetta all’input I3, avendo considerato uno SDOF in testa al palo rispettivamente con massa  $m_1$  (a) e  $m_2$  (b).



**Figura 5.158** – Involuppo dei max momenti ottenuti con le diverse interazioni, per la stratigrafia S5 in campo non lineare, con indice di plasticità del deposito PI=15% e soggetta all'input I3, avendo considerato uno SDOF in testa al palo con massa  $m_3$ .

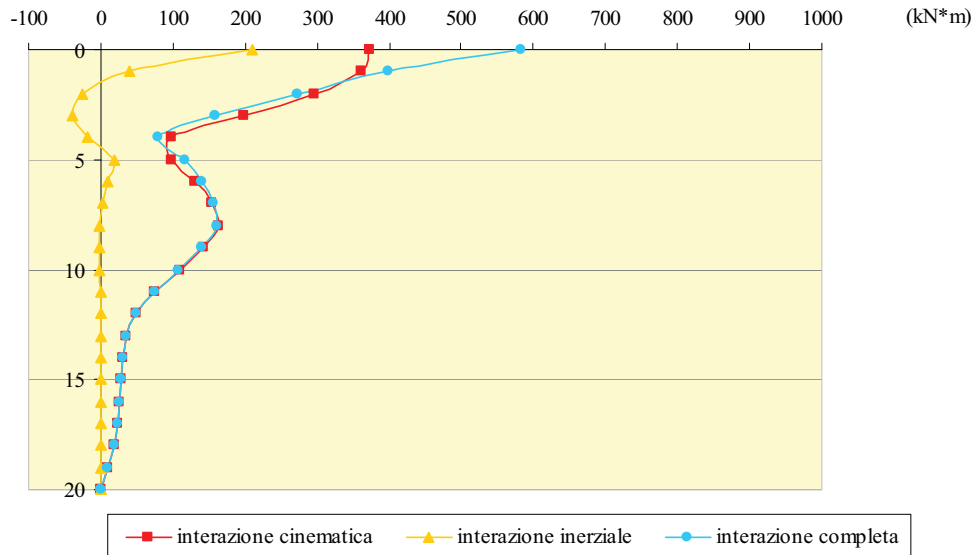
$m_1 = 30000 \text{ kg}$

Suolo D - PI 30%

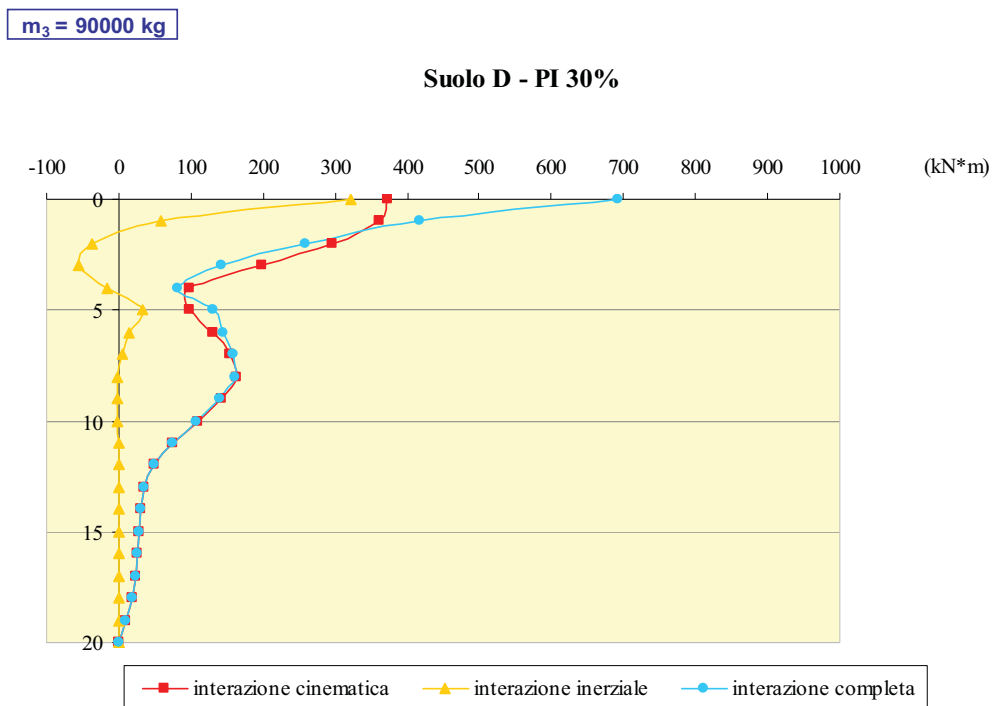


$m_2 = 60000 \text{ kg}$

Suolo D - PI 30%



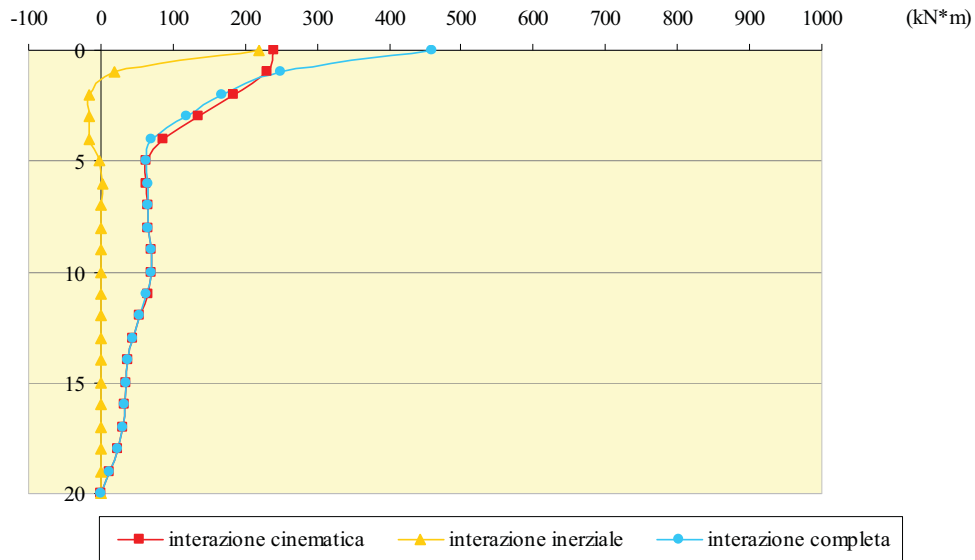
**Figura 5.159** – Involuppo dei max momenti ottenuti con le diverse interazioni, per la stratigr. S5 in campo non lineare, con indice di plasticità del deposito PI=30% e soggetta all'input I3, avendo considerato uno SDOF in testa al palo rispettivamente con massa  $m_1$  (a) e  $m_2$  (b).



**Figura 5.160** – Involuppo dei max momenti ottenuti con le diverse interazioni, per la stratigrafia S5 in campo non lineare, con indice di plasticità del deposito PI=30% e soggetta all'input I3, avendo considerato uno SDOF in testa al palo con massa  $m_3$ .

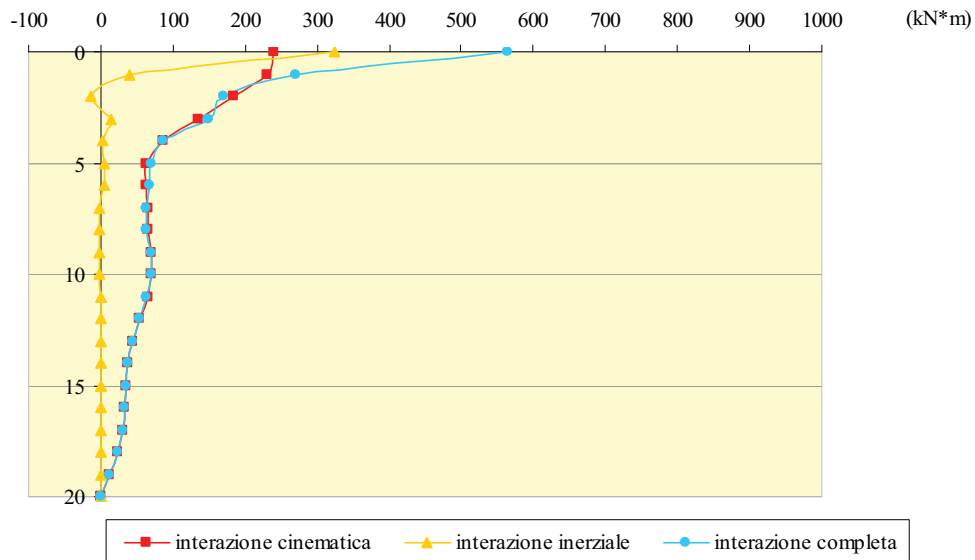
$m_1 = 30000 \text{ kg}$

Suolo D - PI 50%

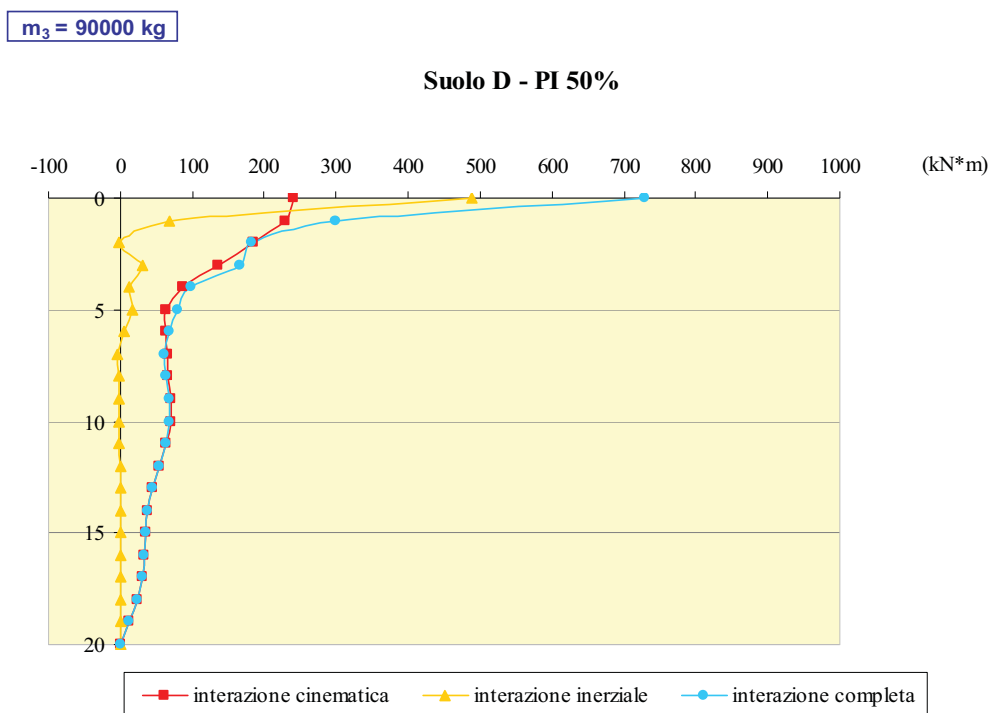


$m_2 = 60000 \text{ kg}$

Suolo D - PI 50%



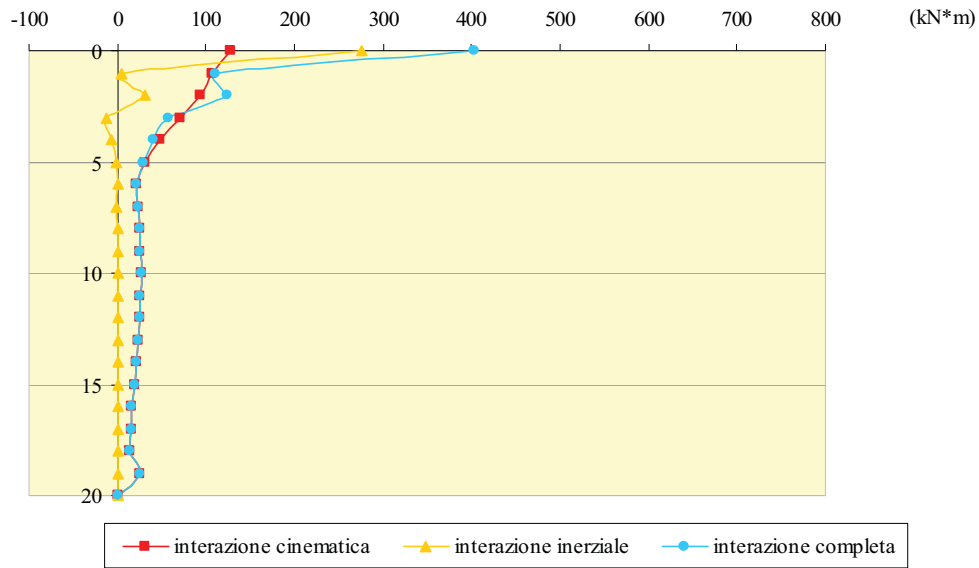
**Figura 5.161** – Involuppo dei max momenti ottenuti con le diverse interazioni, per la stratigr. S5 in campo non lineare, con indice di plasticità del deposito PI=50% e soggetta all'input I3, avendo considerato uno SDOF in testa al palo rispettivamente con massa  $m_1$  (a) e  $m_2$  (b).



**Figura 5.162** – Involuppo dei max momenti ottenuti con le diverse interazioni, per la stratigrafia S5 in campo non lineare, con indice di plasticità del deposito PI=50% e soggetta all'input I3, avendo considerato uno SDOF in testa al palo con massa  $m_3$ .

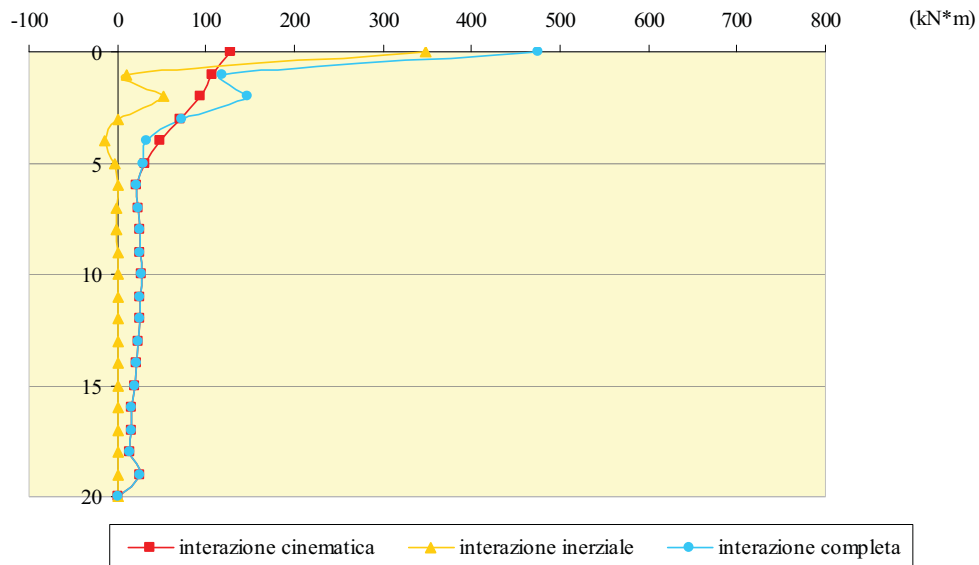
$m_1 = 30000 \text{ kg}$

Suolo C - PI 15%



$m_2 = 60000 \text{ kg}$

Suolo C - PI 15%



**Figura 5.163** – Involuppo dei max momenti ottenuti con le diverse interazioni, per la stratigr. S6 in campo non lineare, con indice di plasticità del deposito PI=15% e soggetta all'input I3, avendo considerato uno SDOF in testa al palo rispettivamente con massa  $m_1$  (a) e  $m_2$  (b).

$m_3 = 90000 \text{ kg}$

Suolo C - PI 15%

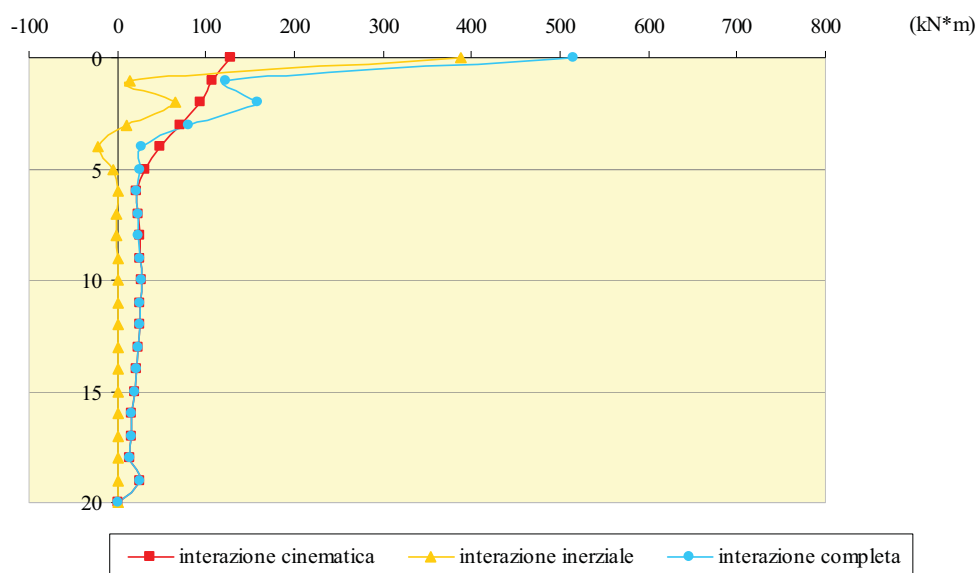
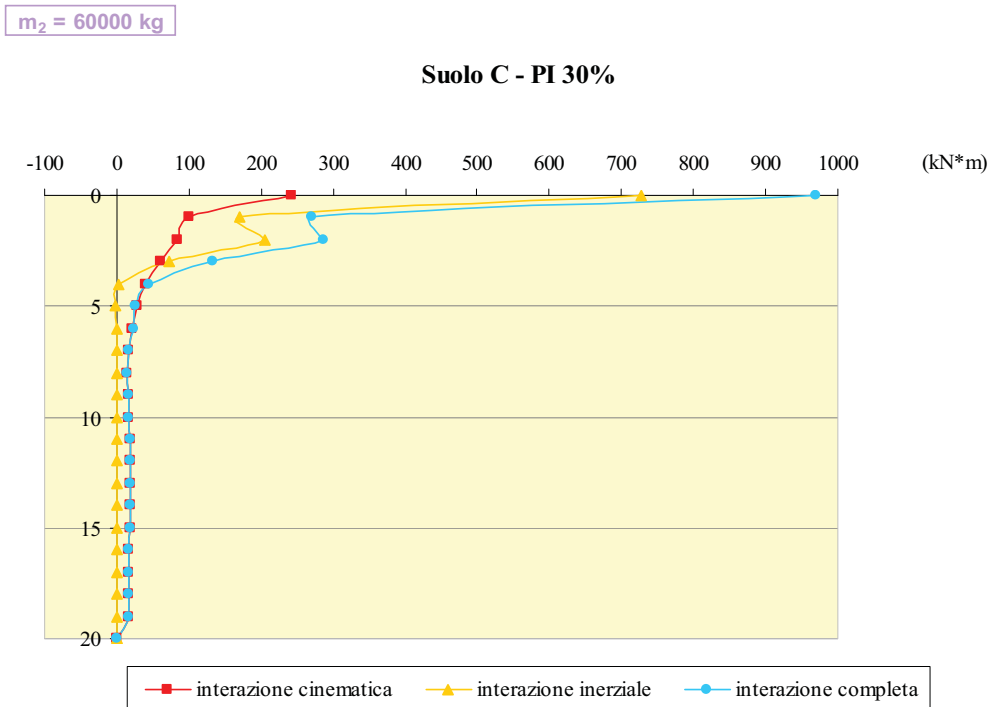
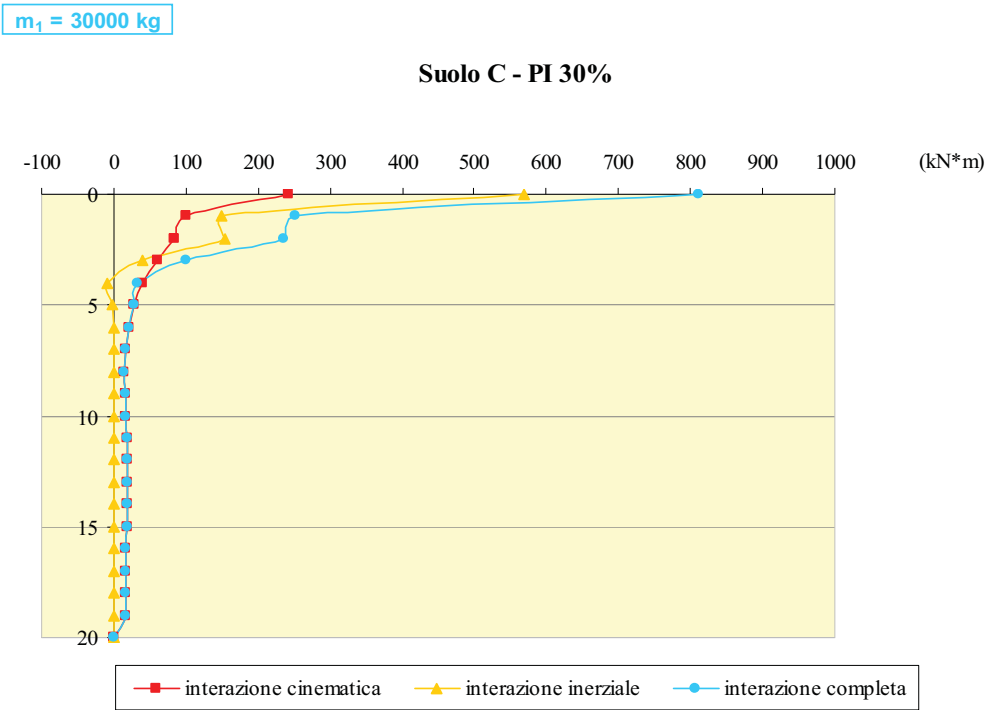
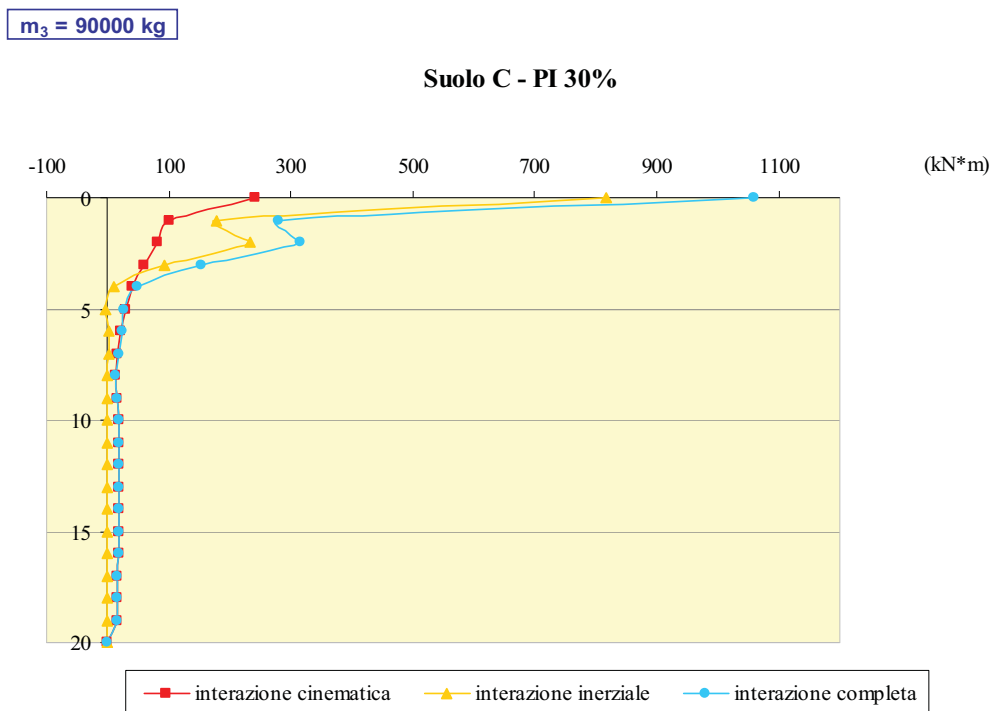


Figura 5.164 – Involuppo dei max momenti ottenuti con le diverse interazioni, per la stratigrafia S6 in campo non lineare, con indice di plasticità del deposito PI=15% e soggetta all'input I3, avendo considerato uno SDOF in testa al palo con massa  $m_3$ .

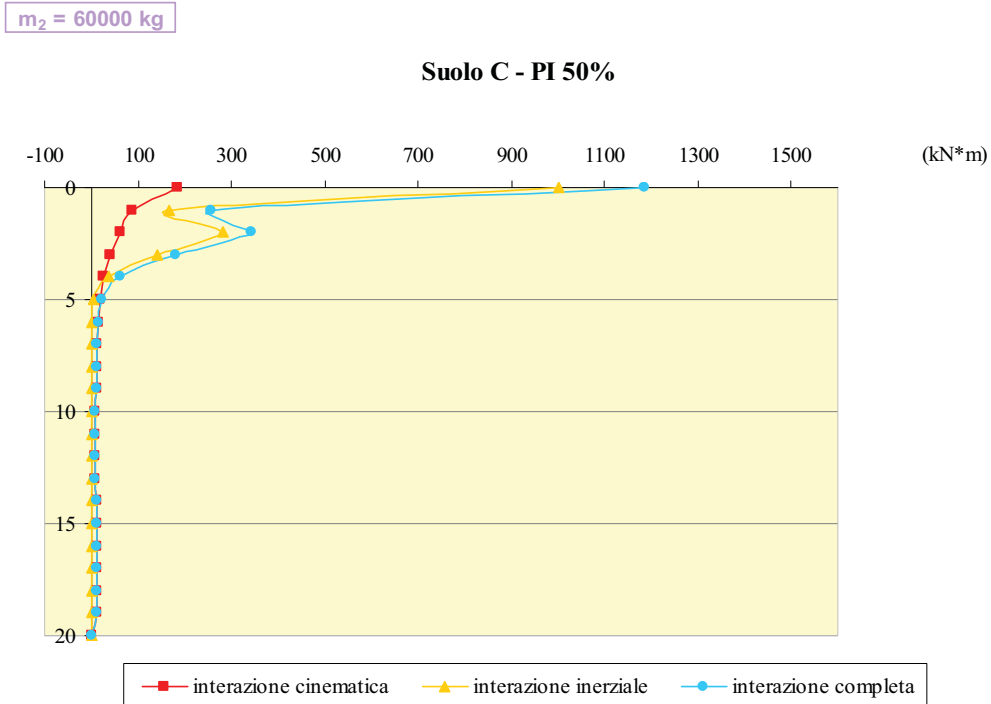
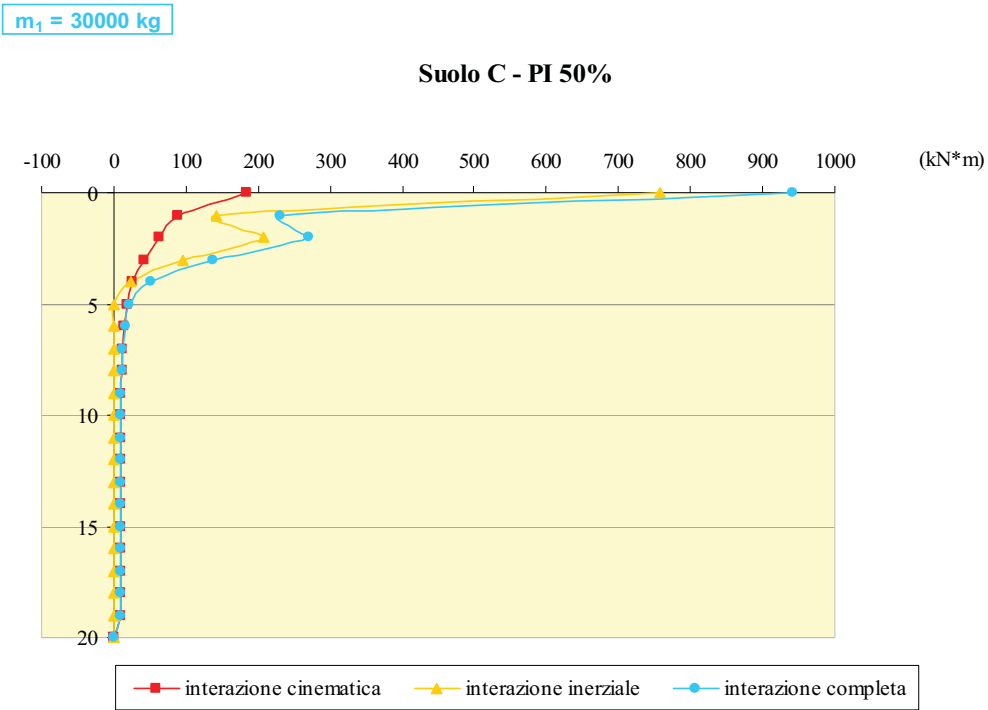




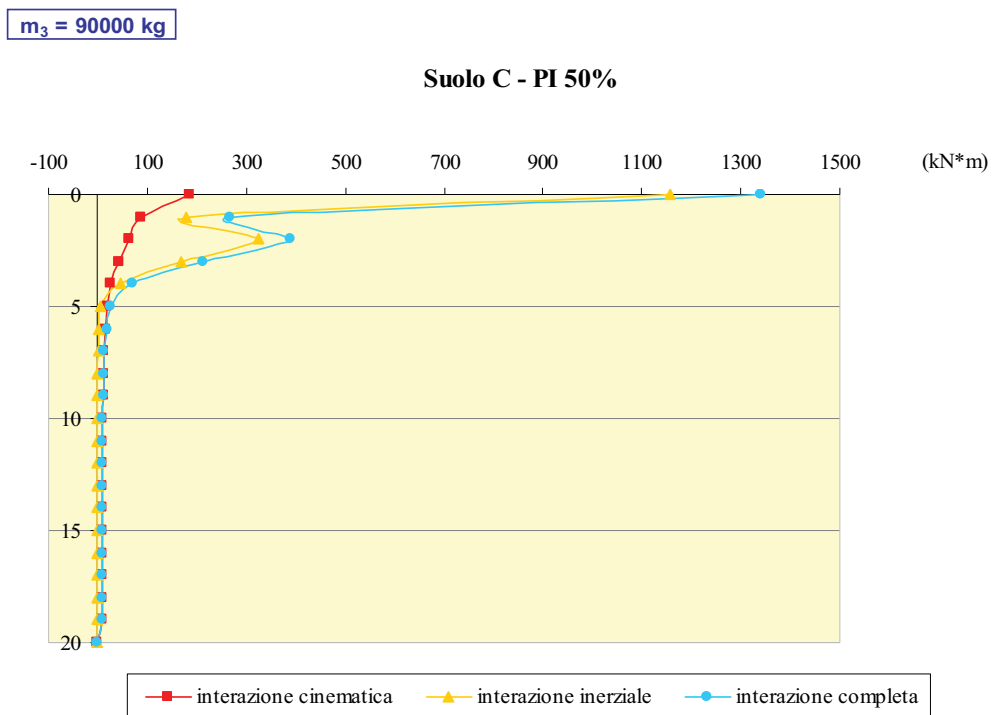
**Figura 5.165** – Involuppo dei max momenti ottenuti con le diverse interazioni, per la stratigr. S6 in campo non lineare, con indice di plasticità del deposito PI=30% e soggetta all'input I3, avendo considerato uno SDOF in testa al palo rispettivamente con massa  $m_1$  (a) e  $m_2$  (b).



**Figura 5.166** – Involuppo dei max momenti ottenuti con le diverse interazioni, per la stratigrafia S6 in campo non lineare, con indice di plasticità del deposito PI=30% e soggetta all'input I3, avendo considerato uno SDOF in testa al palo con massa  $m_3$ .



**Figura 5.167** – Involuppo dei max momenti ottenuti con le diverse interazioni, per la stratigr. S6 in campo non lineare, con indice di plasticità del deposito PI=50% e soggetta all'input I3, avendo considerato uno SDOF in testa al palo rispettivamente con massa  $m_1$  (a) e  $m_2$  (b).



**Figura 5.168** – Involuppo dei max momenti ottenuti con le diverse interazioni, per la stratigrafia S6 in campo non lineare, con indice di plasticità del deposito PI=50% e soggetta all'input I3, avendo considerato uno SDOF in testa al palo con massa  $m_3$ .

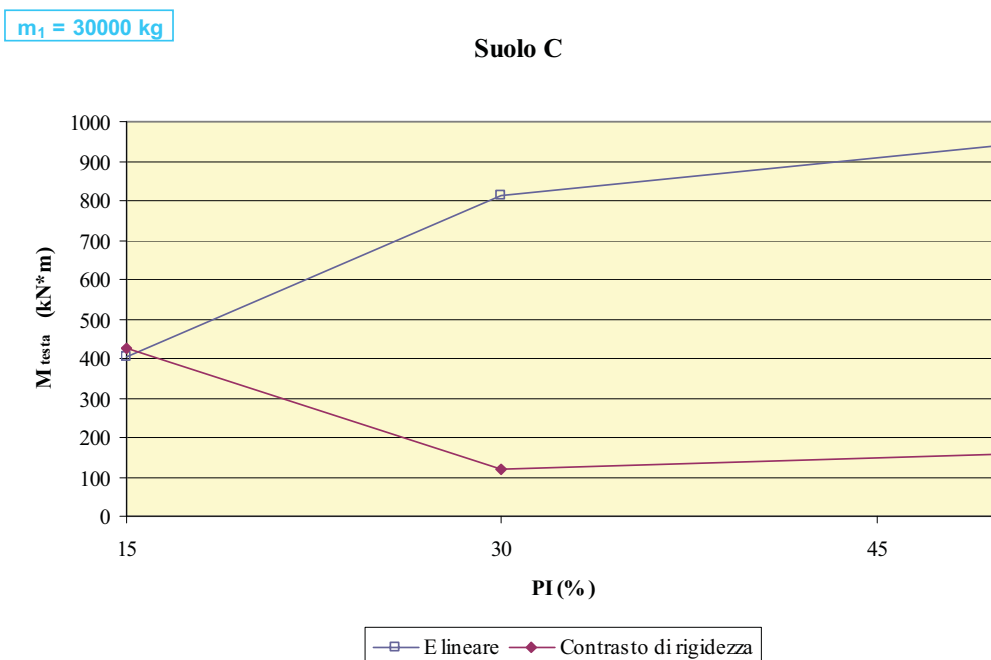
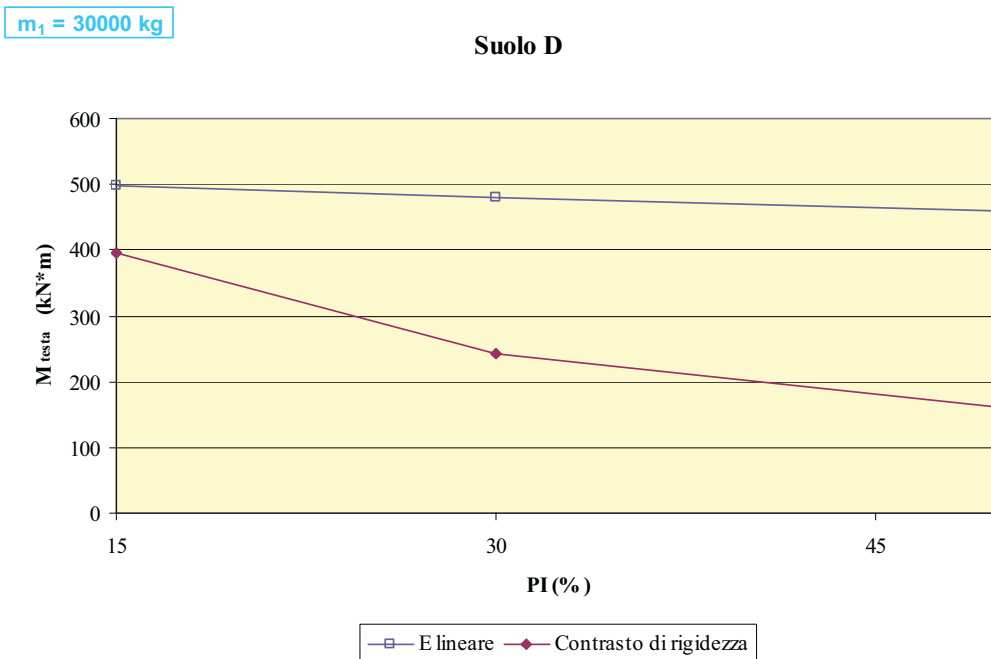
6.2.3. *Confronto fra stratigrafie con contrasto di rigidezza e stratigrafie con rigidezza variabile linearmente con la profondità*

E' stato infine operato un confronto tra i momenti in testa al palo calcolati per le stratigrafie aventi rigidezza variabile lungo il profilo e quelli calcolati per le stratigrafie comparate alle prime per equivalenza tra le velocità delle onde di taglio  $V_{s,30}$ , ma dotate di interfaccia meccanica posta a 15 m dal piano campagna.

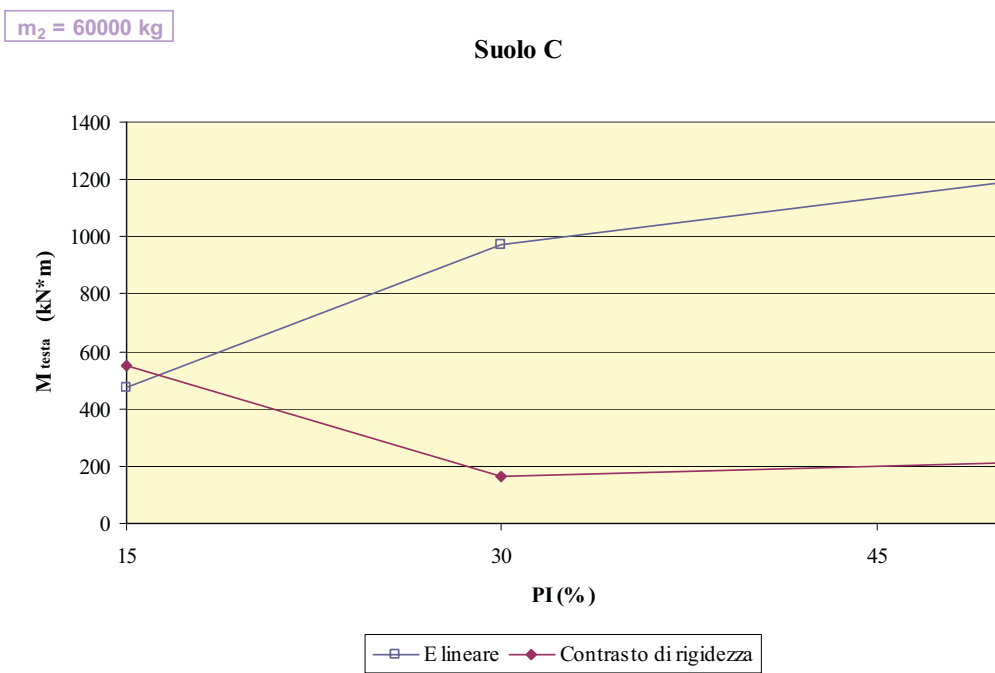
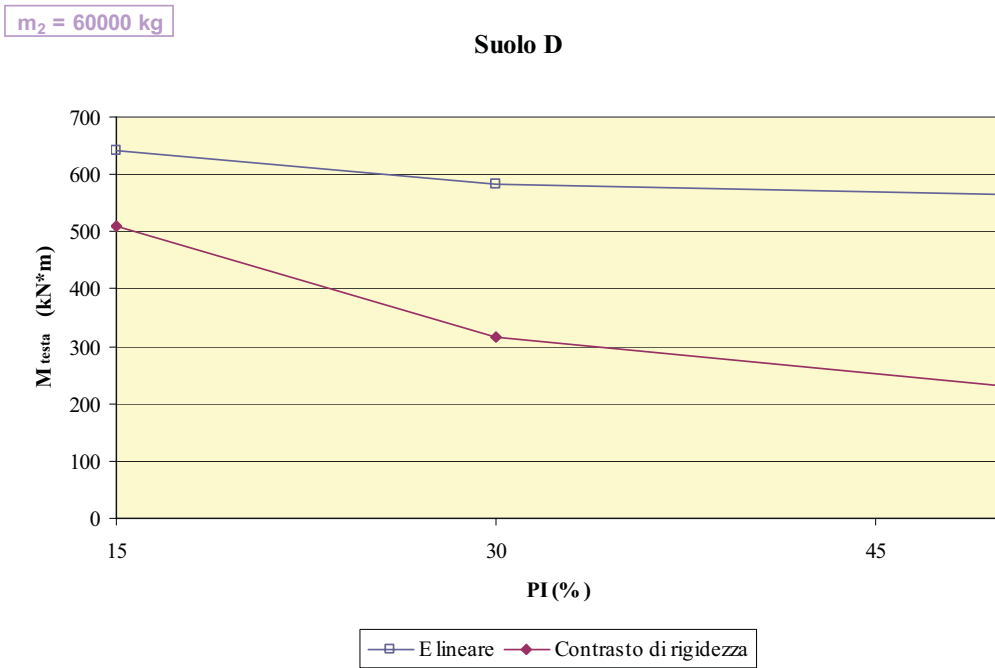
I risultati, ottenuti per l'input sismico *I3*, sono riportati nelle figure dalla 5.169 alla 5.171 al variare dell'indice di plasticità *PI* espresso in percentuale e per ogni valore della massa dell'oscillatore semplice.

Esattamente come accaduto per la sola interazione cinematica, anche nel caso di analisi dinamica completa condotta in campo non lineare i valori più elevati di momento si registrano generalmente per le stratigrafie la cui rigidezza varia linearmente con la profondità rispetto a quelle che presentano una discontinuità netta.

Pertanto è possibile asserire che, nell'ambito della casistica analizzata, la condizione per cui la rigidezza di un banco di terreno aumenta linearmente con la profondità risulta essere la più pericolosa in quanto produce caratteristiche della sollecitazione maggiori.



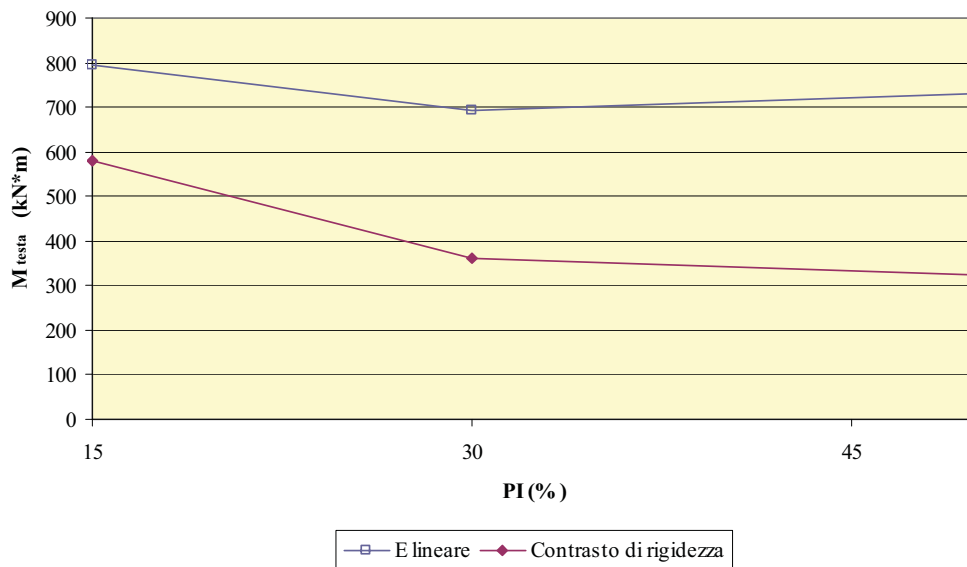
**Figura 5.169** – Confronto tra i momenti dinamici del palo calcolati per le stratigrafie S2 e S5 (a) e per le stratigrafie S3 e S6 (b) in campo non lineare, al variare dell'indice di plasticità del deposito e soggette all'input I3, avendo considerato uno SDOF con massa  $m_1$ .



**Figura 5.170** – Confronto tra i momenti dinamici del palo calcolati per le stratigrafie S2 e S5 (a) e per le stratigrafie S3 e S6 (b) in campo non lineare, al variare dell'indice di plasticità del deposito e soggette all'input I3, avendo considerato uno SDOF con massa  $m_2$ .

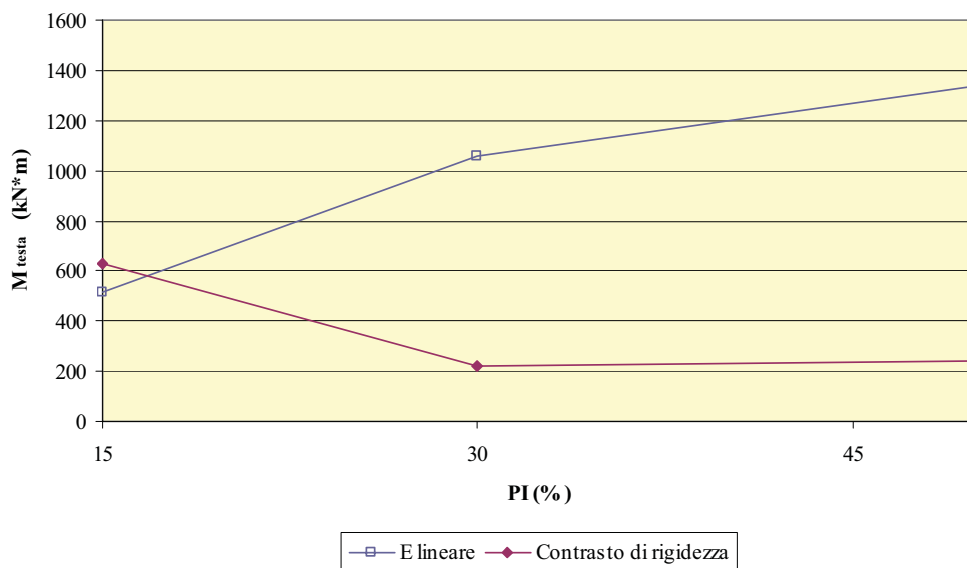
$m_3 = 90000 \text{ kg}$

**Suolo D**



$m_3 = 90000 \text{ kg}$

**Suolo C**



**Figura 5.171** – Confronto tra i momenti dinamici del palo calcolati per le stratigrafie S2 e S5 (a) e per le stratigrafie S3 e S6 (b) in campo non lineare, al variare dell'indice di plasticità del deposito e soggette all'input I3, avendo considerato uno SDOF con massa  $m_3$ .



Un andamento linearmente crescente con la profondità è caratteristico delle argille normalmente consolidate, le quali presentano scarsa resistenza in prossimità del piano campagna. Ciò implica che le molle, rappresentative dell'interfaccia palo-terreno, in testa al palo e nelle sue immediate vicinanze risultano facilmente plasticizzabili.

Trascurando l'interazione cinematica si rischia di sottodimensionare il palo in quanto essa, dimostrato in questo studio il suo contributo notevole anche per questi particolari profili di terreno, potrebbe far nascere in combinazione con la componente inerziale una cerniera in testa al palo e una dove le molle si sono snervate, con conseguente cinematismo alla Broms (1964) tipico dei pali lunghi (figura 172).

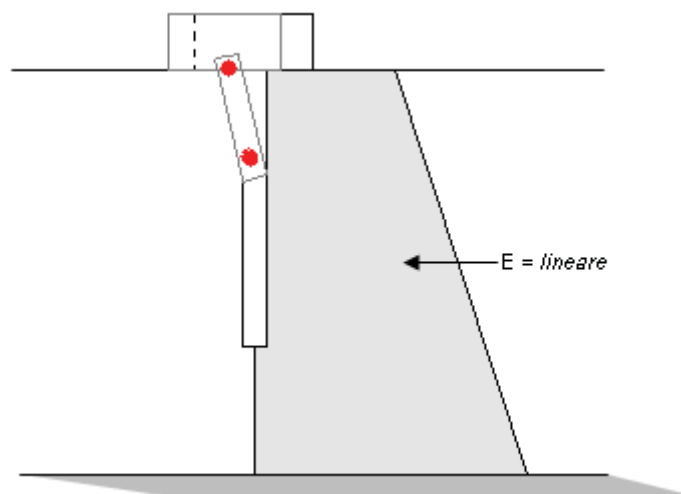


Figura 5.172 – Cinematismo con doppia cerniera per pali lunghi (Broms, 1964).



## CONCLUSIONI

La presente Tesi di Dottorato si è posta l'obiettivo di analizzare l'interazione terreno-fondazione in campo dinamico attraverso la realizzazione di un software di calcolo che traduca nella piattaforma informatica un modello matematico semplificato, consentendo adattabilità e immediatezza d'uso nella pratica professionale sia perché dotato di un'interfaccia intuitiva che per i ridotti tempi di elaborazione, senza tuttavia dimenticare l'affidabilità necessaria a un buon prodotto, ottenendo previsioni in linea con quelle ricavabili attraverso l'uso di metodi più rigorosi.

La modellazione numerica utilizzata nella presente ricerca è stata creata sulla base dei metodi alla Winkler, i quali schematizzano il palo come elemento "asta" connesso al deposito di terreno attraverso un insieme di dispositivi caratterizzanti il comportamento meccanico e la dissipazione di energia del sistema palo-terreno.

Il codice di calcolo, sviluppato in linguaggio VISUAL BASIC, ha permesso di risolvere il sistema di equazioni differenziali del problema geotecnico in esame rappresentandolo analiticamente; esso fornisce la risposta di un palo singolo sospeso e vincolato in testa (adattabile a palo libero e portante di punta) immerso in varie stratigrafie di terreno, simulando per quest'ultimo sia un comportamento visco-elastico che un comportamento non lineare reso attraverso la procedura lineare-equivalente.

La modellazione matematica e il software necessario alla realizzazione delle elaborazioni numeriche sono stati verificati effettuando diversi confronti con altri studi di letteratura.

E' stata successivamente eseguita un'estensiva analisi parametrica per studiare l'interazione cinematica e l'interazione dinamica semplificata del palo di fondazione, elaborando i risultati in termini di inviluppo dei massimi momenti flettenti e spostamenti relativi e valutando in essi l'influenza della forzante sismica di input, delle caratteristiche di rigidità dei banchi di terreno e della massa dell'ipotetica sovrastruttura considerata in testa al palo quando si è ricercato il contributo inerziale.

Allo scopo di cercare conferma dei risultati già noti in letteratura sono state investigate stratigrafie con doppio strato di rigidità; per trarre nuove osservazioni sono stati poi analizzati tipi di profilo poco studiati allo stato attuale nel campo dell'interazione cinematica, investigando pertanto anche stratigrafie che presentano una rigidità variabile linearmente con la profondità. Queste ultime sono state rese equivalenti alle prime per mezzo delle velocità delle onde di taglio, in maniera tale da avere un parametro di base comune per operare confronti tra le due tipologie di risposta ottenute.

Tutte le stratigrafie analizzate rientrano nelle categorie di sottosuolo "C" e "D" (D.M. 14 Gennaio 2008): per esse, tramite la teoria della propagazione monodimensionale delle onde di taglio, sono stati ricavati gli spostamenti in campo libero, applicando questi ultimi ai modelli del palo come dati di input.

Dalle analisi effettuate sono state tratte svariate considerazioni di carattere generale, raggruppate per tipologia investigata ed elencate qui di seguito.

**Stratigrafie con contrasto di rigidità**Risposta cinematica in campo visco-elastico:

- nelle stratigrafie con doppio strato di terreno a differente rigidità, la risposta del palo in termini di momento flettente cinematico varia al variare delle differenti frequenze dei terremoti di input utilizzati.

- per le stratigrafie che presentano un elevato rapporto tra i moduli  $E_2/E_1$ , i valori maggiori di momento si registrano in corrispondenza dell'interfaccia meccanica dove si ha il salto di rigidità; quando il rapporto  $E_2/E_1$  si riduce, i momenti all'interfaccia sono comparabili a quelli che si registrano in corrispondenza della testa del palo impedito di ruotare.

- per quanto riguarda i valori maggiori di momento che si hanno all'interfaccia in corrispondenza dei più alti valori di  $E_2/E_1$ , la spiegazione è da ricercarsi nella comparazione fra il contenuto in frequenza degli input sismici e le frequenze naturali dei depositi di terreno.

- i valori dei momenti all'interfaccia e i valori dei momenti in testa al palo tendenzialmente aumentano al crescere del rapporto  $E_2/E_1$ , mentre per quel che riguarda l'input  $I2$ , al passaggio dal valore  $E_2/E_1 = 16$  al valore  $E_2/E_1 = 25$  si registra un leggero decremento; il diverso comportamento è da ascrivere al fatto che per  $E_2/E_1 = 16$  si registra un fenomeno di "risonanza" dovuto a una coincidenza tra il periodo principale di  $I2$  e il periodo fondamentale di quella stratigrafia.

- quanto più basso è il rapporto tra le rigidità degli strati  $E_2/E_1$ , tanto più bassi risultano gli spostamenti relativi del palo.

Risposta cinematica in campo non lineare:

- osservando i risultati è possibile notare che i valori maggiori di momento all'interfaccia tra i due strati di terreno a differente rigidità si hanno in generale

per valori più alti del rapporto  $E_2/E_1$  anche nel caso di comportamento non lineare, qualunque sia l'input considerato e per ciascun valore dell'indice di plasticità  $PI$  preso in esame.

- i diagrammi degli spostamenti relativi del palo confermano i risultati ottenuti in termini di momento flettente essendo maggiore la curvatura, al passaggio tra i due strati a differente rigidezza, degli andamenti delle stratigrafie con rapporto  $E_2/E_1$  più elevato.

- si può altresì notare che in corrispondenza delle stratigrafie per le quali il rapporto tra i moduli di Young  $E_2/E_1$  è alto, i momenti all'interfaccia sono maggiori di quelli in testa al palo, qualunque sia l'evento sismico e per qualsiasi valore dell'indice di plasticità dello strato superiore di terreno; al diminuire del suddetto rapporto, tuttavia, i valori dei momenti diventano comparabili.

- qualunque sia l'input, il momento in testa al palo aumenta all'aumentare del rapporto di rigidezza  $E_2/E_1$ .

- dal confronto tra gli involucri dei momenti flettenti massimi ottenuti in campo visco-elastico e quelli ottenuti in campo non lineare si evince che non è possibile stabilire a priori se la non linearità sia vantaggiosa o nociva nel computo dell'interazione cinematica, in quanto il risultato dipende dalla sovrapposizione del range di frequenze in cui si registrano i picchi di maggiore intensità del terremoto di riferimento con il range delle frequenze naturali del deposito calcolate in campo visco-elastico o in campo non lineare.

- i risultati che emergono da tale confronto si possono prevedere anche osservando i diagrammi degli spostamenti: gli andamenti che hanno una curvatura più accentuata al passaggio tra primo e secondo strato presenteranno momenti flettenti maggiori all'interfaccia; nei casi in cui le curvature sono simili, i valori dei momenti si equiparano.

Risposta completa in campo visco-elastico:

- a differenza di quanto visto nell'analisi cinematica, nell'interazione dinamica completa dei banchi di terreno con doppio strato a differente rigidità i valori di momento in testa al palo subiscono un forte incremento e risultano maggiori di quelli all'interfaccia.

- il palo risente dell'interazione inerziale soltanto nei primi metri.

- il contributo in termini di momento all'interfaccia fornito dall'inerzia dello SDOF in testa al palo è pressoché irrilevante in quanto l'interfaccia è posta ad una profondità significativa.

- in accordo a quanto precedentemente ottenuto con l'analisi di interazione cinematica, i momenti flettenti in testa al palo aumentano al passaggio da sottosuolo di tipo "C" a sottosuolo di tipo "D", ovvero all'aumentare del rapporto di rigidità  $E_2/E_1$ , qualunque sia l'input e la massa computata nelle analisi.

- i valori aumentano all'aumentare della massa dello SDOF, qualunque sia l'accelerogramma di input considerato e qualunque sia il rapporto di rigidità  $E_2/E_1$  (quindi sia nel caso di sottosuolo "D" che nel caso di sottosuolo "C").

Risposta completa in campo non lineare:

- a differenza di quanto ottenuto per l'interazione dinamica completa in campo visco-elastico, per la quale i momenti in testa risultavano maggiori di quelli ottenuti all'interfaccia sia per sottosuolo di tipo "D" con  $E_2/E_1 = 16$  che per sottosuolo di tipo "C" con  $E_2/E_1 = 4$ , qualunque fosse l'accelerogramma considerato, in campo non lineare questo risultato si registra solo per il sottosuolo "C", ovvero deposito più rigido, quando l'indice di plasticità dello strato superiore è pari a  $PI = 50\%$ ; per le altre combinazioni di indici di plasticità, i risultati sono dipendenti dall'input e dal valore della massa dello SDOF.

- per quanto concerne il sottosuolo di tipo "D", i valori in testa al palo sono generalmente più piccoli di quelli all'interfaccia, esattamente come era stato riscontrato nel caso della sola interazione cinematica in campo non lineare.

- all'aumentare della massa dell'oscillatore semplice, per qualsiasi indice di plasticità  $PI$  computato nel calcolo, i momenti in testa aumentano qualunque sia il rapporto di rigidezza  $E_2/E_1$  nonché l'evento sismico a cui è soggetto il nostro modello.

### **Stratigrafie con rigidezza variabile linearmente lungo il profilo**

#### Risposta cinematica in campo visco-elastico:

- anche quando le stratigrafie hanno rigidezza variabile linearmente con la profondità i valori delle caratteristiche della sollecitazione differiscono al variare della frequenza dell'input sollecitante.

- per ciascun evento sismico i valori dei momenti cinematici in testa al palo generalmente si riducono al crescere della velocità equivalente delle onde di taglio  $V_{s,30}$ , ovvero al passaggio da sottosuolo di tipo "D" a sottosuolo di tipo "C".

- operando un confronto tra i momenti in testa di queste stratigrafie e i momenti in testa delle stratigrafie con contrasto di rigidezza ad esse equivalenti in termini di velocità delle onde di taglio  $V_{s,30}$ , si nota che nel caso visco-elastico non è possibile stabilire quale sia la condizione di rigidezza per la quale si registrano i valori più alti.

- anche quando il modulo di Young varia linearmente con la profondità i valori di spostamento relativo più bassi si registrano per il deposito di terreno più rigido, ovvero per sottosuolo di tipo "C".

#### Risposta cinematica in campo non lineare:

- per le stratigrafie per le quali la rigidezza varia linearmente con la profondità, anche nel caso di comportamento non lineare i valori maggiori di



momento in testa si registrano sempre per il sottosuolo appartenente alla categoria "D".

- a differenza di quanto osservato nel caso visco-elastico, per cui non è possibile definire quale sia la condizione di rigidità in corrispondenza della quale si registrano i valori più alti in testa al palo, in campo non lineare i valori più elevati di momento cinematico si registrano generalmente per le stratigrafie la cui rigidità varia linearmente con la profondità rispetto a quelle, ad esse equivalenti per uguale velocità delle onde di taglio, che presentano una discontinuità netta, qualunque sia l'indice di plasticità  $PI$  considerato.

Risposta completa

- per le stratigrafie la cui rigidità iniziale varia linearmente con la profondità si è posta l'attenzione sui risultati ottenuti da una modellazione non lineare in quanto essi risultano più significativi di quelli ottenuti con una modellazione visco-elastica. Peraltro questi tipi di profilo riproducono al meglio l'andamento della deformabilità di terreni quali le argille normalmente consolidate le quali, ponendo l'attenzione sulla retta vergine dei diagrammi tensione-deformazione, presentano frequentemente un comportamento non lineare.

- per questi tipi di stratigrafie, come era logico attendersi i momenti dovuti all'interazione inerziale aumentano all'aumentare della massa in testa al palo qualunque sia l'indice di plasticità considerato e per entrambi i tipi di sottosuolo.

- a parità di massa, per la stratigrafia che rientra nella categoria di sottosuolo "C" il contributo maggiore sul momento totale registrato in testa al palo è quello dato dalla componente inerziale, per qualsiasi indice di plasticità computato nel calcolo; nel caso di sottosuolo "D" meno rigido, il momento cinematico è generalmente più rivelante sul totale.

- esattamente come accaduto per la sola interazione cinematica, anche nel caso di analisi dinamica completa condotta in campo non lineare i valori più elevati di momento si registrano generalmente per le stratigrafie la cui rigidezza varia linearmente con la profondità rispetto a quelle che presentano una discontinuità netta.

- la condizione per cui la rigidezza di un banco di terreno aumenta linearmente con la profondità, nell'ambito della casistica analizzata, risulta pertanto essere la più pericolosa in quanto produce caratteristiche della sollecitazione maggiori.

Questo risultato è molto utile nell'ottica del dimensionamento strutturale dei pali di fondazione; infatti spesso si pone l'attenzione sull'interazione cinematica nei terreni che presentano un salto di rigidezza netto, tuttavia da questa ricerca si evince che nei terreni aventi rigidezza variabile linearmente con la profondità il contributo cinematico risulta essere assai significativo in special modo in corrispondenza della testa del palo supposto incastrato.

Peraltro in prossimità della testa del palo la resistenza di questo tipo di terreni è sostanzialmente modesta ed il carico limite laterale è facilmente attinto. Pertanto gli elevati momenti cinematici che si originano, combinati ai momenti inerziali, portano a non previste caratteristiche della sollecitazione che possono provocare una conseguente formazione di cerniere plastiche. Ne segue un cinematismo alla Broms di rottura di palo lungo.

## BIBLIOGRAFIA

Ahmad I., El Nagggar M.H., Khan A.N. (2007). *Artificial neural network application to estimate kinematic soil pile interaction response parameters*. Soil Dyn. Earthq. Engng., Vol. 27, pp. 892-905.

American Petroleum Institute (1991). *Recommended Practice for Planning, Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms*, API Recommended Practice 2A (RP 2A), 19<sup>th</sup> ed., Washington D.C.

Armenia F. (2007). *Interazione cinematica di pali di fondazione in terreni eterogenei*. Tesi di Laurea in Ingegneria Civile, Università degli studi di Catania.

Aversa S., Maiorano R.M.S, Mandolini A. (2006). *La progettazione delle fondazioni su pali alla luce degli Eurocodici*. Atti delle Conferenze di geotecnica di Torino, XX Ciclo. Torino, pp.1-52.

Aversa S., de Sanctis L., Maiorano R.M.S. (2009). *Approccio semplificato per la valutazione dei momenti di interazione cinematica nei pali di fondazione sotto azioni sismiche*. Atti del Convegno ANIDIS-2009, Bologna 28 giugno – 2 luglio 2009.

Badoni D., Makris N. (1995). *Nonlinear response of single piles under lateral inertial and seismic loads*. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 15, pp. 29-43.

Balendra S. (2005). *Numerical modelling of dynamic soil-pile-structure interaction*. Master of Scienze in Civil Engineering, Washington State University.

Bardet J.P., Ichii K., Lin C.H. (2000). *EERA - A Computer Program for Equivalent-linear Earthquake site Response Analyses of Layered Soil Deposits*. University of Southern California, Department of Civil Engineering.

- Bentley K.J., El Naggar M.H. (2000). *Numerical analysis of kinematic response of single piles*. Canadian Geotechnical Journal, Vol.37, pp. 1368–1382.
- Boole G. (1880). *Treatise on the calculus of finite differences*. MacMillan Ed., London.
- Boulanger R. W., Curras C. J., Kutter B. L., Wilson D. W., Abghari A. (1999). *Seismic soil-pile-structure interaction experiments and analyses*. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, Vol. 125, n°9, pp. 750-759.
- Bray J. D., Espinoza R. D., Soga K., Taylor R. L. (1995). *GeoFEAP—Geotechnical finite element analysis program*. Dept. of Civ. and Envir. Engrg., University of California, Berkeley.
- Broms B.B. (1964). *Lateral resistance of piles in cohesive soils*. Journ. Soil Mech. Found. Div., Proc. ASCE, Vol. 90, n°SM2, pp. 27-63.
- Cairo R., Dente G. (2007). *Kinematic interaction analysis of piles in layered soils*. XIV European Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, ISSMGE-ERTC 12 Workshop “Geotechnical Aspects of EC8”, Madrid, Patron Ed., Bologna, cd-rom, paper n. 13.
- Cairo R., Conte E., Dente G. R. (2008). *Nonlinear seismic response of single piles*. Atti del convegno "Seismic Engineering International Conference commemorating the 1908 Messina and Reggio Calabria Earthquake (MERCEA'08)", Reggio Calabria, 8-11 Luglio 2008, A. Santini, N. Moraci (eds) American Institute of Physics: New York, USA, 2008, Vol. 1, pp. 602-609.
- Cairo R., Conte E., Cosimo V. A., Dente G. R. (2009). *Analisi dell'interazione cinematica palo-terreno*. Atti del convegno ANIDIS 2009, Bologna, 28 Giugno - 2 Luglio 2009.
- Cairo R., Dente G., Troncone A. (1999). *Cone model for a pile foundation embedded in a soil layer*. Earthquake Resistant Engineering Structures, Vol. 2, WIT Press, Southampton, pp. 565-574.
- Caputo V. (2005). *Fondazioni*. In Linee Guida AGI “Aspetti geotecnici della progettazione in zona sismica”. Edizione provvisoria, cap. 9, pp. 125-133, Patron Ed., Bologna.

- Carrubba P., Maugeri M. (1995). *Impedenza del palo singolo: evidenze sperimentali alle basse deformazioni*. Rivista Geotecnica Italiana 1995, Vol. 1, pp. 3-16.
- Castelli F. (2006). *Non-linear evaluation of pile groups lateral deflection*. Proc. 10<sup>th</sup> International Conference on Piling and Deep Foundation, Amsterdam, pp. 127-134.
- Castelli F. (2007). *Modellazione numerica per l'analisi dell'interazione dinamica palo-terreno*. Atti del convegno "Incontro Annuale dei Ricercatori di Geotecnica" (IARG 2007). Salerno, 4-6 Luglio 2007.
- Castelli F., Maugeri M., Mylonakis G. (2008). *Numerical analysis of kinematic soil-pile interaction*. Atti del convegno "2008 Seismic Engineering International Conference MERCEA'08", Reggio Calabria e Messina, 8-11 Luglio 2008. Vol.1, pp. 618-625.
- Chau K.T., Yang X. (2004). *Nonlinear soil-pile-structure interaction for structures resting on a 2x2 pile group under earthquake excitations*. Department of Civil and Structural Engineering, Hong Kong Polytechnic University.
- Chau K.T., Yang X. (2005). *Nonlinear Interaction of Soil-Pile in Horizontal Vibration*. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 131, n° 8, pp. 847-858.
- Conte E., Dente G. (1988). *Effetti dissipativi nella risposta sismica del palo singolo*. Atti del Convegno "Deformazioni dei terreni ed interazione terreno-struttura in condizioni di esercizio". Monselice, Vol. 2, pp. 19-38.
- Conte E., Dente G. (1989). *Il Comportamento sismico del palo di fondazione in terreni eterogenei*. Atti XVII Convegno Nazionale di Geotecnica, Taormina 1989, Vol. 1, pp.137-145.
- Cundall P. A. (1976). *Explicit finite difference methods in geomechanics*. Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech., Vol. 1, pp. 132-150.
- D.M. 14/01/2008 del Ministero delle Infrastrutture. *Norme Tecniche per le Costruzioni*. Gazzetta Ufficiale n°29 del 04/02/2008.
- De Sanctis L., Maiorano R. (2007). *Effetti della costituzione del sottosuolo sui momenti dell'interazione cinematica di pali in gruppo e di pali isolati*. Atti del convegno "Incontro Annuale dei Ricercatori di Geotecnica" (IARG 2007). Salerno, 4-6 Luglio 2007.

- Dente G. (1999). *La risposta sismica dei pali di fondazione*. Hevelius Ed., Benevento.
- Dente G. (2005a). *Fondazioni su pali*. In Linee Guida AGI "Aspetti geotecnici della progettazione in zona sismica". Edizione provvisoria, cap. 11, pp. 147-160, Patron Ed., Bologna.
- Dente G. (2005b). *Esempi applicativi di calcolo di pali sotto azioni sismiche*. In Linee Guida AGI "Aspetti geotecnici della progettazione in zona sismica". Edizione provvisoria, appendice I, pp.385-396, Patron Ed., Bologna.
- Di Filippo G. (2009). *Modellazione non lineare della risposta sismica locale*. Tesi di Dottorato in Ingegneria Geotecnica, Università degli studi di Catania.
- Dobry R., O'Rourke M.J. (1983). *Discussion on 'Seismic response of end-bearing piles' by Flores-Berrones R., Whitman R.V.* Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 109, pp. 778-781.
- El Naggar M. H., Novak M. (1996). *Nonlinear analysis for dynamic lateral pile response*. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 15, n°4, pp. 233-244.
- Eurocode 8 (2003). *Design of structures for earthquake resistance*. Technical Committee CEN/TC250, Ref. n° pr EN 1998-5/EN 1998-5.
- FEMA 273 (1997). *NEHRP guidelines for the seismic rehabilitation of buildings*. Building Seismic Safety Council, Washington D.C.
- Foinquinos R., Roësset J.M. (2000). *Elastic layered half-space subjected to dynamic surface loads*. Wave motion in earthquake engineering, E. Kausel and G. Manolis Ed, pp. 141-191. Southampton: WIT Press.
- Gallese G. (1985). *Analisi dei fenomeni di interazione terreno-struttura in campo dinamico*. Tesi di Laurea in Ingegneria Civile, Università di Roma "La Sapienza".
- Gazetas G. (1991). *Foundation vibrations*. Foundation engineering handbook, 2<sup>nd</sup> ed. Y. Fang Ed., Van Nostrand Reinhold, New York, pp. 553-593.
- Gazetas G., Dobry R. (1984a). *Horizontal response of piles in layered soils*. J. Geotech. Engng Div., ASCE, Vol. 110, n° 1, pp. 20-40.

- Gazetas G., Dobry R. (1984b). *Simple radiation damping model for piles and footings*. J. Engng Mech. Div. , Vol. 110, n° 6, pp. 937-956.
- Gazetas G., Mylonakis G. (1998). *Seismic soil-structure interaction: new evidence and emerging issues*. Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics, ASCE, Vol. 2, pp.1119-1174.
- Grassi F., Massimino M.R. (2008). *Primi risultati di uno studio di interazione cinematica palo-terreno mediante approccio FEM*. Atti del convegno "Incontro Annuale dei Ricercatori di Geotecnica" (IARG 2008). Catania, 15-17 Settembre 2008.
- Hancock J., Bommer J.J. (2004). *Predicting the number of cycles of ground motion*. 13<sup>th</sup> World Conf. on Earthq. Engng., Vancouver, Canada.
- Hardin B.O., Drnevich V.P. (1972). *Shear modulus and damping in soils: design equations and curves*. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 98, n° SM7.
- Ishibashi I., Zhang X. (1993). *Unified dynamic shear moduli and damping ratios of sand and clay*. Soil and Foundations, Vol. 33, n° 1, pp. 182-191.
- Kagawa T., Kraft L.M. (1980). *Lateral load-deflection relationships of piles subjected to dynamic loadings*. Soils and Foundations, Vol. 20, pp. 19-36.
- Kavvasdas M., Gazetas G. (1993). *Kinematic seismic response and bending of free-head piles in layered soil*. Géotechnique, Vol. 43, n°2, pp. 207-222.
- Kondner R.L., Zelasko J.S. (1963). *A hyperbolic stress-strain formulation of sands*. Proceedings 2nd Pan American Conference on Soil mechanics and Foundation Engineering, Brazil, Vol. 1, p. 281.
- Kramer S.L. (1996). *Geotechnical earthquake engineering*. Prentice Hall, Englewood Cliff, New Jersey.
- Krishnan R., Gazetas G., Velez A. (1983). *Static and dynamic lateral deflexion of piles in nonhomogeneous soil stratum*. Géotechnique, Vol. 33, n° 3, pp. 307-325.
- Lanzo G., Silvestri F. (1999). *Risposta sismica locale: teoria ed esperienze*. Argomenti di Ingegneria Geotecnica, Hevelius Ed., Benevento.

- Maiorano R.M.S., Aversa S. (2006). *Importanza relativa di interazione cinematica ed inerziale nell'analisi dei pali di fondazione sotto azioni sismiche*- Atti V Convegno Nazionale dei Ricercatori di Ingegneria Geotecnica. Bari, 15-16 Settembre 2006.
- Maiorano R.M.S., Aversa S., Wu G. (2007). *Effects of soil non-linearity on bending moments in piles due to seismic kinematic interaction*. In Proceedings of the 4<sup>th</sup> International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering, paper n° 1574, Thessaloniki, Greece, June 2007.
- Manassero M., Deangeli A., Dominijanni A. (2006). *La progettazione geotecnica secondo l'EC7: i possibili approcci ed il confronto con l'attuale Normativa Geotecnica italiana. Il progetto del palo singolo*. Opere geotecniche in ambiente urbano, Patron Ed., XXI Convegno Nazionale di Geotecnica, L'Aquila 2002.
- Margason E., Halloway D.M. (1977). *Pile design during earthquakes*. Proc. 6<sup>th</sup> Wld Conf. Earthq. Engng, New Delhi, pp. 237-243.
- Masing G. (1926). *Eignesspannungen und verfestigung beim messing*. Second International Congress on Applied Mechanics, Zurich, Switzerland, pp. 332-335.
- Matasovic N., Vucetic M. (1995). *Seismic response of soil deposits composed of fully-saturated clay and sand layers*. Proc. 1<sup>st</sup> Int. Conf. Earthquake Geotech. Engrg. Tokyo, 14-16 Novembre, Vol. 1, pp. 611-616.
- Maugeri M., Motta E., Raciti E. (2009). *Seismic response of single piles due to kinematic interaction*. XVII<sup>th</sup> International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, 2-3 Ottobre 2009, Alessandria, Egitto.
- Mele M. (1990). *Interazione terreno-struttura in prospettiva sismica*. Collana di Ingegneria Strutturale, Vol. 6, CISM, pp. 553-593.
- Motta E., Pisano M. (2011). *Interazione cinematica non lineare di un palo singolo in terreni stratificati*. XIV Convegno di Ingegneria Sismica organizzato dalla "Associazione Nazionale di Ingegneria Sismica" (ANIDIS 2011). Politecnico di Bari, 18-22 Settembre 2011.
- Mylonakis G. (1999). *Seismic Pile Bending at Deep Interfaces*. Report GEL-99-01, Geotechnical Laboratory, City College of New York.



- Mylonakis G. (2001). *Simplified model for seismic pile bending at soil layer interfaces*. Soils and Foundations, Vol. 41, n°4, pp.47-58.
- Mylonakis G., Nikolaou A., Gazetas G. (1997). *Soil-pile-bridge seismic interaction: kinematic and inertial effects. Part I: Soft soil*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 26, pp.337-359.
- NEHRP (1997). *Recommended provisions for seismic regulations for new buildings and other structures*. Building Seismic Safety Council, Washington D.C.
- Nikolaou, A. S., Gazetas, G. (1997). *Seismic design procedure for kinematically loaded piles*. Proc. 14<sup>th</sup> Int. Conf. Soil Mech. Found. Engng, Hamburg, Special volume, ISSMFE TC4 Earthquake geotechnical engineering, pp. 253-260.
- Nikolaou A. S., Mylonakis G., Gazetas G. (1995). *Kinematic bending moments in seismically stressed piles*. Report NCEER-95-0022, National Center for Earthquake Engineering Research. Buffalo: State University of New York.
- Nikolaou A. S., Mylonakis G., Gazetas G., Tazoh T. (2001). *Kinematic pile bending during earthquakes analysis and field measurements*. Géotechnique, Vol. 51, n°5, pp. 425-440.
- Novak M. (1991). *Piles under Dynamic Loads: State of Art*. Proc. 2<sup>nd</sup> Int. Conf. on Recent Advances in Geotechnical earthquake Engineering and Soil Dynamics, St. Louis, Vol. 3, pp. 2433-2456.
- Novak M., Nogami T., Aboul-Ella F. (1978). *Dynamic soil reactions for plane strain case*. J. Engng Mech. Div., ASCE, Vol. 1114, pp. 953-959.
- Novak M., Sheta M. (1980). *Approximate approach to contact problems of piles*. Proc. Geotechnical Engineering Division, ASCE, National Convention, Dynamic Response of Pile Foundations: Analytical Aspects, Florida, 30 Ottobre 1980, pp. 53-79.
- PEER Strong Motion Database. Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California. ([peer.berkeley.edu/smcat](http://peer.berkeley.edu/smcat))

- Ramberg W., Osgood W.R (1943). *Description of Stress-Strain Curves by Three Parameters*. Tech. Note 906, Nat. Advisor Committee for Aeronautics, Washington DC.
- Randolph M.F. (1981). *The response of flexible piles to lateral loading*. *Géotechnique*, Vol. 31, n°2, pp. 247-259.
- Rathje E.M., Abrahamson N., Bray J.D. (1998). *Simplified frequency content estimates of earthquake ground motions*. *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 124, n° 2, pp. 150-159.
- Roesset J. M., Angelides D. (1980). *Dynamic stiffness of piles*. Numerical methods in offshore piling, pp. 75-81. London: Institution of Civil Engineers.
- Rovithis E., Kirtas E., Pitilakis K. (2007a). *Effect of the frequencies of the coupled Soil-Pile-Structure System on pile dynamic response*. The 2<sup>nd</sup> Japan-Greece Workshop on Seismic Design, Observation and Retrofit of Foundation. Tokyo, 3-4 Aprile 2007.
- Rovithis E., Kirtas E., Pitilakis K. (2007b). *Utilization of p-y curves for estimating Soil-Pile Interaction under seismic loading*. The 2<sup>nd</sup> Japan-Greece Workshop on Seismic Design, Observation and Retrofit of Foundation. Tokyo, 3-4 Aprile 2007.
- Samuelsson A., Zienkiewicz O.C. (2006). *History of the stiffness method*. *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol. 67, n°2, pp. 149-157.
- Scasserra G., Lanzo G., Stewart J.P., D'Elia B. (2008). *SISMA (Site of Italian Strong Motion Accelerograms): a web-database of ground motion recordings for engineering applications*. Proceedings of the 2008 Seismic Engineering Conference commemorating the 1908. Messina and Reggio Calabria Earthquake, MERCEA'08, Santini and Moraci Ed., 8-11 Luglio, Reggio Calabria, Vol. 2, pp. 1649-1656. (sisma.dsg.uniroma1.it)
- Schnabel P. B., Lysmer J., Seed H. B. (1972). *SHAKE - A computer program for earthquake response analysis of horizontally layered sites*. Rep. n° UCB/EERC-72/12, Earthquake Engrg. Res. Ctr., University of California, Berkeley.
- Seed H. B., Idriss I. M. (1970). *Soil moduli and damping factors for dynamic response analysis*. Rep. n° UCB/EERC-70/10, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley.

- Sica S., Simonelli A.L. (2007). *Interazione cinematica palo-terreno: ricerca e normative*. Incontro Annuale dei Ricercatori di Geotecnica. Salerno, 4-6 Luglio 2007.
- Sica S., Mylonakis G., Simonelli A.L. (2007). *Kinematic bending of piles: analysis vs. code provisions*. Proceedings of the 4<sup>th</sup> International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering, paper n° 1674, Thessaloniki, Greece, Giugno 2007.
- Sica S., Mylonakis G., Simonelli A.L. (2009). *Kinematic pile bending in layered soils: linear vs. equivalent-linear analysis*. Int. Conf. on Performance-Based Design in Earthquake Geotechnical Engineering, IS-Tokyo 2009.
- Simonelli A.L. (2006). *Linea di ricerca 6.4 – Fondazioni profonde*. Progetto ReLUIS, assemblea annuale, Udine 22-23 Novembre 2006.
- Simonelli A.L. (2008). *Linea di ricerca 6.4 – Fondazioni profonde*. Progetto ReLUIS, report scientifico - 3° anno.
- Ting J.M. (1987). *Full-scale cyclic dynamic lateral pile response*. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 113, n°1, pp. 30-45.
- Vinale F., Mancuso C., Silvestri F. (2003). *Dinamica dei terreni*. Manuale di ingegneria civile e ambientale. Zanichelli/ESAC, IV ed., Vol. 1, pp. 437-482.
- Vucetic M., Dobry R. (1991). *Effect of soil plasticity on cyclic response*. J. Geotech. Engrg., ASCE, Vol. 117, n°1, pp. 89-107.
- Wu G., Finn W.D.L. (1997a). *Dynamic elastic analysis of pile foundations using finite element method in the frequency domain*. Canadian Geotechnical Journal, Vol. 34, pp. 34-43.
- Wu G., Finn W.D.L. (1997b). *Dynamic nonlinear analysis of pile foundations using finite element method in the time domain*. Canadian Geotechnical Journal, Vol. 34, pp. 44-52.
- Yokota K., Imai T., Konno M. (1981). *Dynamic deformation characteristics of soils determined by laboratory tests*. OYO tec. Rep. n° 3, pp. 13-37.



## Ringraziamenti

Questi tre anni di Dottorato sono trascorsi molto velocemente e come sempre, giunti alla fine di un percorso, assale un po' di malinconia.

Per certi versi sembra che tutto sia iniziato ieri: la preparazione al concorso, la trepida attesa dei risultati una volta fatto l'esame, e poi la ricerca del tema col tutor didattico, l'appassionarsi a cose nuove che prima si conoscevano solo superficialmente, il contatto con menti brillanti che accrescevano ancora di più la mia passione per lo studio. E invece... invece sono passati parecchi giorni da allora, e questi giorni si sono tramutati in mesi e poi in anni.

Ricordo che il professore Motta, mio mentore sin dalla tesi di Laurea, mi poneva spesso questa domanda quando investigavamo aspetti nuovi del nostro lavoro: "non sei curiosa?", e gli occhi gli si illuminavano. Per questa voglia di sapere, di andare avanti, di imparare sempre e comunque nonostante i gradi di difficoltà riscontrati lungo il cammino, che ad oggi mi caratterizzano e mi fanno affrontare le cose con il giusto spirito del sapersi mettere in gioco, devo ringraziare sicuramente lui. Mi ha fatto crescere scientificamente e come persona, e gliene sarò sempre grata.

Se non avessi trovato degli amici all'interno del dipartimento le giornate sarebbero trascorse senza colori, perciò il mio grazie va anche a questi miei colleghi

con cui, tra uno "sclero" e un successo, abbiamo condiviso risate e momenti sereni. Loro sanno chi sono.

La mia famiglia, poi, è il mio bedrock... per restare in tema. Di sicuro una palificata che poggia su di loro non conosce sollecitazioni che possono creare cerniere. Mia madre, mio padre e mio fratello ci sono sempre stati e sempre ci saranno e questa, posso tranquillamente affermare, è l'unica certezza che mi sento di avere nella vita, quando tutto si trasforma come disse Lavoisier (anche se lui pensava ad altro) e niente rimane per sempre (come aggiungo io)... ad eccezione dei miei cari, perché sono nel mio cuore.

In coda a tutti i sentiti grazie la chiusa, posto d'onore per coloro i quali hanno contribuito in misura speciale al raggiungimento di traguardi, va al mio fidanzato Fabio. Da evidenze sperimentali, e io proporrei un'indagine statistica, i computer dei dottorandi si distruggono negli ultimi mesi, quando maggiormente servono, lasciando i poveri disgraziati nello scorcamento più totale. Nel mio particolare caso, poi, sono andati distrutti alcuni file preziosi senza possibilità di recupero e ho passato nottate intere, per settimane, a rifare elaborazioni e grafici. Il mio ragazzo non solo ha sopportato stoicamente una compagna invisibile e sull'orlo di una crisi di nervi, ma ha prontamente prestato il proprio notebook per mesi e mesi e si è prodigato per la riparazione dell'altro pc, dimostrando senza il minimo dubbio che non sono mai sacrifici i gesti che compiamo per amore. Quando ci si rilassa e ci si diverte è tutto facile e bello, ma la verità è che è nel momento del bisogno, nella comprensione dimostrata, nell'affetto profuso che si capisce davvero cosa voglia dire avere accanto un compagno. Sono stata fortunata a trovarlo, Qualcuno l'ha messo sulla mia strada e per questo non finirò mai di ringraziare abbastanza... perché cos'è la vita se non puoi dividerla con qualcuno?

Adesso, cari signori che siete arrivati a leggere fino a queste ultime righe, comincia la parte più difficile. Finisce il Dottorato, ma non il mio percorso personale, e chissà quanti altri pezzi riuscirò ancora a mettere insieme per formare ulteriormente quello che potrò diventare. Spero solo siano per la maggior parte pezzi lieti, e quando verranno quelli più pesanti mi ricorderò di quest'esperienza per saperli portare con dignità, perché *io ho delle promesse da rispettare / e tanta strada da percorrere prima di dormire.*

